Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Georges Delande

Vývoj vyučování matematice v belgických středních školách

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 28 (1983), No. 5, 284--288

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/139424

VÝVOJ VYUČOVÁNÍ MATEMATICE V BELGICKÝCH STŘEDNÍCH ŠKOLÁCH*)

Georges Delande, Namur

Jde o vývoj v průběhu posledních dvaceti let. Článek obsahuje osobní úvahy doplněné postřehy kolegů a citáty z publikací oficiálních komisí, zejména komise pro osnovy (Commission des Programmes), a také z některých ministerských směrnic.

1. Stručný historický přehled

Osnovy s moderní matematikou se začaly v Belgii oficiálně uplatňovat od r. 1968 a pokryly všechny třídy středních škol v r. 1973. Vyučování bylo podstatně ovlivněno učebnicemi prof. G. Papyho, který se svou skupinou Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique pořádal od r. 1960 nejrůznější konference a kursy po celé zemi.

V Papyho koncepci představuje teorie množin východisko a základ celé budovy matematiky. Tento princip byl zformulován a využit francouzskou školou bourbakistů několik desetiletí předtím; vytvořil jednotnou matematiku, kde jsou odstraněny hranice mezi tradičními disciplínami a zdůrazněny významné struktury. Bourbakismus inspiroval Papyho a přivedl ho k inovaci středoškolské matematiky.

Osnovy, které z toho vzešly, poskytují privilegované místo pojmům množinovým, relacím, funkcím, číselným grupám, okruhům a tělesům. V geometrii se postupuje axiomaticky a studují se grupy transformací ve vektorových prostorech dimenzí 2 a 3. Analýza se zakládá na topologii; diferenciálního a integrálního počtu se zařazuje málo. Do osnov se dostaly i pojmy ze statistiky a teorie pravděpodobnosti. Naproti tomu se zcela mlčí o deskriptivní geometrii a sférické trigonometrii, výrazně se ignoruje geometrie v prostoru, vynechávají se důležité partie aritmetiky a analytické geometrie.

Reakce na tuto inovaci vyučování byly prudké, zvláště ve Francii. Tisk jí věnoval mnohasloupcové články a negativně ovlivnil veřejné mínění. Z těch, kteří se stavěli proti moderní matematice, můžeme uvést Laurenta Schwarze, který v červenci r. 1976 uveřejnil ve francouzské revui L'Express článek „Humbuk s moderní matematikou"; z jeho článku cituji:

„Aby se látka vyučovala dobře, nestačí ji vykládat správně, je třeba se dostat nad ni, vidět, kam vede a k čemu může sloužit. Většina lidí, když vyučuje něco ze základů moderní matematiky, považuje tyto rudimenty za konečný cíl. Protože sami nedošli dál, ukazují s nadšením a se zápalem lidí obrácených na novou víru nesnáze, zveličují je místo toho, aby je potlačili."

V belgickém časopise La Libre Belgique byl dne 11. 3. 1980 otištěn článek *Pohroma moderní matematiky*, ve kterém A. Pirard, děkan přírodovědecké fakulty v Lutychu, a P. Godfrind, profesor Vojenské akademie, napsali:

„Ochotně se uznává, že abstiaktno se nemůže kompromitovat s hmotou, a proto se velkodušně ignorují a zakazují kružítka, úhloměry, pravoúhlé trojúhelníky, pravítka s měřítky atd. A tak se během deseti let rozrušilo řádné vyučování matematice. Se vší naléhavostí musíme odstranit abstraktní jazyk, nynější úchylky a rebusy, abychom se vrátili k realistickému, konkrétnímu a formativnímu vyučování."

*) Z rukopisu určeného pro Pokroky přeložil J. Šedivý

2. Bilance dvaceti let reformy

Nezdá se mi, že situace je tak beznadějná, jak se líčí v právě citovaných článcích, chci proto uvést klady i zápory.

a) Přínos reformy

Právem se zdůrazňuje, že moderní matematika přispěla k jasnějšímu zavádění určitých pojmů, k jednotnějšímu a logicky důslednějšímu výkladu teorií, k hlubší výuce analýzy a zejména lineární algebry. Z mnoha dalších možných příkladů uvedu:

- pojem funkce se probírá důkladně,
- vektorové a maticové „nástroje" umožňují rychle odhalit „anatomii" různých útvarů,
- topologie budovaná na euklidovské vzdálenosti dovoluje vybudovat pojem filtru, mocný nástroj syntézy, který usnadňuje studium limit a spojitosti,
- topologický přístup k prostoru funkcí poskytuje krásnou geometrickou představu o stejnoměrné konvergenci posloupnosti funkcí.

b) Negativní aspekty reformy

Těch je bohužel velmi mnoho a poukazují na ně téměř všichni školští pracovníci v Belgii stejně jako ve Francii.

Řada definic a důkazů je nad síly nejen žáků, ale i profesorů; stává se, že vyučující neovládá to, co má žákům vyložit. Jako výrazné příklady uvedu:

- reálná čísla se zavádějí ve dvojkové soustavě pomocí axiómu spojitosti,
- otočení se vykládá jako složení dvou (pravoúhlých) osových souměrností s různoběžnými osami,
- posunutí je množina ekvipolentních dvojic bodů,
- velikost úsečky je třída shodných úseček,
- imaginární jednotka se zavádí na základě otočení,
- kuželosečka je třída ekvivalentních symetrických matic typu 3×3 různých od nulové matice,
- určité relace se vykládají jen z hlediska schematického (tj. svých strukturálních vlastností), takže se zcela ztrácí jejich matematický význam.

A dalo by se pokračovat v tomto seznamu. Zde jsou některé kritiky pocházející z oficiálních míst:

a) Osnovy jsou přeplněné a příliš teoretické, neberou v úvahu duševní vývoj žáků. Axiomatizace a užití deduktivních metod nastupuje předčasně, potlačuje se intuice. V prvních ročnících se zavádí příliš mnoho definic a symbolů. Rozvíjení pojmů na nesnadné teoretické úrovni ubírá čas potřebný k řešení zajímavých úloh.

b) Na začátku se studuje teorie množin příliš rozsáhle; po několik měsíců, ne-li půl roku, probíhá „zábava" s úlohami o množinách, a to na úkor počítání s přirozenými a celými čísly. Důsledky se neblaze projevují v pozdějších letech, kdy se už nedaří tyto nedostatky odstranit. Také systematické zdůrazňování vlastností struktur zabírá mnoho času, zvláště když se vyžaduje jejich přesné vyjadřování.

c) Příliš málo času se věnuje algebraickým výpočtům a řešení rovnic. Obecně vzato, žáci velmi málo procvičují používání matematiky k řešení úloh. V některých slabších třídách žáci takřka vůbec nepracují samostatně.

d) Geometrie se chápe příliš algebraicky, chybí geometrická představivost, nedostatečně se probírá praktická geometrie stejně jako vlastnosti útvarů. Zjevně nedostatečné jsou ty znalosti z geometrie, které se běžně potřebují. Prostorová geometrie je v úpadku, jen málo žáků „prostorově vidí" a je schopno aplikovat věty na tělesa. Někteří profesoři vykládají geometrii v prostoru jako aplikaci vektorové algebry, ale tak se geometrie stává odvětvím algebry, zatímco v nematematických aplikacích se často nepotřebuje algebra, ale porozumění prostorovým vztahům. Proto mají absolventi středních škol často dojem, že geometrii vůbec nestudovali.

e) Analytická geometrie je nyní v kritické situaci, protože jednak ztratila svůj význam a jednak se nesetkalo s úspěchem její studium pomocí bilineárních forem.

f) Učebnice jsou, obecně vzato, jen málo použitelné ve třídě i při domácí práci žáků. Jsou nezáživné, psané příliš vědeckým stylem, teoreticky, s nadmírou formalismu a definic, obsahují málo cvičení, a i ta jsou buď triviální, nebo nezajímavá, chybějí užitečné aplikace. Je nutné sjednotit zápisy, definice a axiomatické základy, které se liší. Někteří profesoři ve výuce příliš kopírují obsah učebnic, a to má neblahé důsledky.

3. Reakce na provedenou bilanci

Ve skutečnosti nejde o soud nad moderní matematikou, ale nad tím, co se z ní udělalo ve vyučování. Je třeba

- posoudit znovu, co se převzalo (pozměnit osnovy),
- znovu promyslet způsob výuky, tj. revidovat metodiku vyučování.

Pokud jde o tuto metodiku, jsem přesvědčen, že musíme odstranit:

1° zneužívání množinového jazyka a těch cvičení, která mají ryze schematizující ráz (tj. požadují samoúčelné kreslení diagramů),

2° příliš abstraktní nebo příliš axiomatický výklad základních pojmů,

3° budování sice logicky dokonalého, ale žáku nedostupného systému matematiky.

Patří se budovat už konečně teorie způsobem, který odpovídá schopnostem dospívajícího žáka, jeho postojům, dosavadním znalostem, motivacím a zájmům. Upozorňuji na to, že žáci středních škol nezbytně potřebují konkrétní pomůcky (modely), intuitivní náhledy do situací, grafická znázornění. Nedostatek zájmu studentů o matematické kursy lze vysvětlit právě onou nadměrnou abstraktností učiva, formálním podáváním teorií.

Dosti kuriózní je skutečnost, že dva největší zastánci a hlasatelé moderní matetiky ve Francii, André Lichnerowicz a Jean Dieudonné, publikovali úvahy, jež jdou týmž směrem, který jsem naznačil.

V revui Le regard mathématique napsal A. Lichnerowicz v r. 1979, že „žáky nesmí ubíjet formalismus ani dogmatismus, který popírají sami matematici", ale, že „je třeba naplno otevřít brány reálným problémům".

Již v r. 1961 řekl J. Dieudonné na jednom kongresu: „Do středoškolské výuky se nesmí zařadit žádný pojem, který nelze intuitivně znázornit. Například v lineární algebře je nezbytné omezit se na reálné prostory dimenze 2 nebo 3, protože jedině ty lze znázornit obrázkem."

4. Současná reforma ve frankofónní části Belgie

Na univerzitě v Namuru se v r. 1976 utvořilo jádro skupiny, která chtěla znovu promyslet vyučování matematice. Když byly hlavní zásady nové orientace výuky dohodnuty, rozšířilo ministerstvo*) v r. 1978 tuto pracovní skupinu na oficiální komisi pro osnovy.

Tato komise neměla záměr potlačit moderní matematiku; věděli jsme, do jaké míry umí podat jasněji mnohé základní pojmy, nakolik je účinná ve vytváření nástrojů, které žáci mohou ovládnout. Naopak jsme chtěli zachovat to, co je podstatné, a to výkladem pojmů na základě dobře známých intuitivních podkladů, redukovat na minimum symboliku, tj. zjednodušit jazyk, vyloučit množinové reprezentace tam, kde nevnášejí do teorie jasno.

V tomto duchu komise vypracovala nové osnovy pro tři nižší ročníky středních škol a nyní pokračuje ve své práci pro další ročníky. V osnovách pro 1. ročník se v úvodních poznámkách říká:

„Je důležité, aby pochopení pojmů a vlastností bylo výsledkem skutečné činnosti žáků. To znamená vycházet z úvahy nad těmito činnostmi, vypracovat definice a objevit vlastnosti. Tyto činnosti zahrnují: řešení úloh, výpočty, úpravy výrazů, pozorování geometrických objektů, analýzu konkrétních situací a matematických situací, ve kterých jsou zahrnuty množinové pojmy a vlastnosti čísel.“

Celou řadu přístupů k pojmům jsme pozměnili, aby se pojmy dostaly do správnějších proporcí; některé jsme vůbec odstranili. Uvedu příklady těchto zákroků i se stručným zdůvodněním, které vyplynulo z dosavadních zkušeností:

- Odstranili jsme rozlišování mezi definicí pojmu vymezením jeho obsahu a vymezením jeho rozsahu; na nižším stupni středních škol to nepřispívá k objasnění pojmů.
- Přehled vlastností průniku a sjednocení množin jako algebraických operací v množině všech podmnožin dané množiny není nezbytný.
- Zdůrazňování vlastností relací, např. reflexivnosti, symetričnosti, antisymetričnosti a tranzitivnosti, není oprávněné, tím spíše proto, že zajímavé jsou jen relace ekvivalence a uspořádání.
- Není nutné definovat obecně korespondence, postačí definovat funkce a prostá zobrazení, jejich skládání.
- Přirozená čísla s nulou se musí považovat za známá; úsilí dojít k nim přes operace s množinami vnáší málo světla a působí nesnáze.
- Konstrukce racionálních čísel jako tříd ekvivalence na $N \times N$ nezlepšuje jejich ovládnutí.
- Převádění geometrických situací s body a přímkami do Vennových diagramů neobjasňuje geometrii a přináší vyumělkované a nepotřebně obtížné úlohy.
- Čas získaný těmito omezeními umožňuje zařadit výpočty s celými čísly a se zlomky a řešit úlohy o délkách, obsazích a objemech útvarů. Pojmy vztahující se k množinám, relacím a funkcím se nesmějí zavádět najednou a definitoricky, ale musí být objevovány postupně při studiu čísel, geometrie a řešení problémů.
- Znalost struktur nespočívá v recitování seznamu vlastností operací, ale v poznávání, kde lze tyto vlastnosti uplatnit při výpočtech a úvahách. Okruh

*) Jde o ministerstvo školství pro frankofónní oblast Belgie. (Pozn. překl.)

$\langle Z, +, . \rangle$ se dokonce už ani nepřipomíná, protože v tomto stadiu (v nižších třídách střední školy) se nevyužívají jeho charakteristické vlastnosti.

- V celé látce se budeme ptát (při zjišťování znalosti pojmů) nejdříve, kde a jak se pojmy používají, nespokojíme se recitací definic. Například nebudeme žádat na žákovi, aby definoval průnik dvou množin, ale aby sestrojil průnik dvou množin a svůj postup zdůvodnil.

5. Komentář k vyučování geometrii

Tato výuka je založena na faktu, že naše první vnímání světa je trojrozměrné. Tvůrci nových osnov si to uvědomovali, vzdali se hotových definic, které jsou sterilní pro představivost většiny žáků. Proto se geometrie nezavádí axiomaticky, ale buduje se na základě pozorování fyzikálního prostoru.

Obdobná hnutí probíhají v jiných zemích, zejména ve Francii. Během tří až čtyř let získaly výzkumné skupiny významné výsledky, především skupiny Inter-IREM (ve Francii), E. Castelnuovo (v Itálii), škola Decroly (v Belgii) aj.

Je vůbec nutné připomínat, že Einstein napsal: „Nelze vyučovat geometrii určenou čistým duchům a zanedbávat kontakt s fyzikálním světem"? V komentářích inspektora R. Bexa se říká:

„V geometrii je patrná nejvýraznější změna orientace, protože i kritika osnov z r. 1968 byla v tomto bodě nejsilnější. Prvním záměrem je uplatnit intuitivní přístup k trojrozměrnému prostoru, vyjít od pozorování důležitých těles jako je krychle a kvádr.... Pojmy vzdálenosti a úhlu se přitom objevují zcela přirozeně, stejně jako grafická činnost. Druhý záměr se týká zobrazení, která nadále figurují v osnovách, ale se zcela jiným posláním. V prvním roce se spokojujeme s intuitivní představou o zobrazeních získanou pozorováním pohybů útvarů a těles, často kreslíme. V druhém roce už nepožadujeme samoúčelné studium zobrazení, jejich skládání a seskupování s cílem budovat teorii grup zobrazení. Naopak, usilujeme o ozřejmění invariantů a jejich využití při objevování a dokazování vlastností útvarů jako např. trojúhelníků, čtyřúhelníků a kruhů. Jednotlivá zobrazení se definují popisem konstrukce obrazu bodu.

Je důležité, že se od počátku pozorují konkrétní tělesa, která lze držet v ruce nebo vidět v okolí (místnost třídy, nábytek). Postupně se přechází k dvojrozměrnému zobrazování těles na tabuli a v sešitě, tyto náčrtky budou sloužit studiu těles."

Doufáme, že úpravy, které jsme v Komisi prodiskutovali a navrhli, zlepší výsledky vyučování matematice, aniž by je zbavily kladných rysů modernizace ze 60. let.

Jaký byl Platónův postoj k zvyku [přírodních filozofů] dotazovat se přírody [= experimentovat] ve snaze vyrvat jí její tajemství? Celkem vzato, byl proti tomu. Nejjasněji vyslovil své názory o astronomii a akustice.... Ve svém dialogu Faidon říká ústy Sokratovými: „Máme-li kdy něco poznat dokonale, musíme se oprostit od těla a hledět na skutečnost pouhým duševním zrakem." ... V sedmé knize díla Ústava dává tuto radu astronomii: „Hvězdnatá obloha, kterou vidíme, ... musí nutně být považována za daleko podřadnější než opravdové pohyby, absolutní rychlost a absolutní pomalost.... Ty chápeme rozumem a inteligencí, ne zrakem.... V astronomii a v geometrii bychom se měli zabývat problémy a nechat nebesa na pokoji."