Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Jan Obdržálek

Potenciální energie, potenciál

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 42 (1997), No. 5, 234--238

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/139414

Potenciální energie, potenciál

Jan Obdržálek, Praha

1. Problematika

V klasické mechanice se ukazuje, že některé síly lze popsat potenciálem[1]): **vektor** síly je roven zápornému gradientu **skaláru**. Je to např. gravitační síla Newtonova, elektrostatická Coulombova, síla pružnosti $\boldsymbol{F} = -k\boldsymbol{r}$ vedoucí k harmonickému oscilátoru.

(Ne každou sílu lze takto popsat; potenciál v uvedeném smyslu nelze zavést k popisu disipativních sil typu tření závisejících též na rychlostech (např. síla $\boldsymbol{F} = -\alpha\boldsymbol{v}$, úměrná okamžité rychlosti a orientovaná proti směru pohybu), ale ani u některých sil, závislých jenom na souřadnicích (tzv. nekonzervativní síly), jako je např. síla typu $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{r}$ (s konstantním vektorem $\boldsymbol{a}$) nebo síla daná „prototypově" nekonzervativní vektorovou funkcí $\boldsymbol{F} = (1, 0, y)$. U všech těchto sil závisí vykonaná práce na volbě trajektorie.)

Lze-li zavést skalární funkci požadovaných vlastností, nazývá se někdy potenciálem, jindy potenciální energií. Student se právem ptá, zda dotyčné pojmy splývají nebo jaký je mezi nimi rozdíl, respektive zda je mezi nimi rozdíl natolik podstatný, aby bylo třeba udržovat dvojí označení.

Tak např. v elektrostatice se vždy rozlišuje potenciál φ a potenciální energie $U = q\varphi$ náboje q umístěného v místě o potenciálu φ. Naproti tomu u harmonického oscilátoru $\boldsymbol{F} = -k\boldsymbol{r}$ se výraz $\frac{1}{2}kr^2$ nazývá jak potenciálem, tak i potenciální energií. Je sice jasné, že rozdíl daný vynásobením konstantním skalárem (hmotností nebo nábojem) nemění nic na fyzikálním obsahu konzervativního či nekonzervativního pole, ale není příjemné, je-li při výkladu nového pojmu pozornost studentů rozptylována možnou nejasností v pojmenováních.

V renomované literatuře **teoretické mechaniky** se pojmy „potenciál" a „potenciální energie" většinou rozlišují: Brdička [1] systematicky používá „potenciální energie" oproti „potenciál rychlosti", i když uvádí pro jistotu „Pak se potenciál tíže (na jednotku hmoty) rovná gz." Někdy se však výslovně uvádějí oba termíny jako synonyma; tak Hladík [2] definuje: „Funkci $V(\boldsymbol{r})$ nazýváme ... potenciálem nebo potenciální energií ... silového konservativního pole"[2]). Trkal [3] definuje potenciál

[1]) Úplněji řečeno: skalárním potenciálem. Vektorovým potenciálem $\boldsymbol{A}$, popisujícím vektorové pole $\boldsymbol{B}$ vztahem $\boldsymbol{B} = \operatorname{rot} \boldsymbol{A}$, se v tomto článku nezabýváme, i když jazykovědná část pro něj přirozeně platí stejně.

[2]) Citáty uvedené v uvozovkách jsou doslovné, a proto ne vždy respektují současné normy.

Doc. RNDr. JAN OBDRŽÁLEK, CSc. (1942), katedra teoretické fyziky, MFF UK, V Holešovičkách 2, 180 00 Praha 8.

jako „potenciální energii pohybujícího se bodu, jehož hmota je rovna jedné“ (z kontextu jde jednoznačně o hmotnost setrvačnou); ale v partii „Newtonův potenciál“ definuje: „Newtonův potenciál hmotného bodu m_k v místě obsazeném hmotným bodem m je skalár $U = -\kappa m(m_k/r_k)$“, tedy jako potenciální energii. Podobně uvádí „Lagrangeovu funkci ..., jíž se říká podle Helmholtze též kinetický potenciál ...“, tedy opět má (kinetický) potenciál rozměr energie. Naproti tomu Kvasnica a kol. [4] definují potenciál $U = W_\mathrm{p}/m$ a intenzitu $\boldsymbol{I} = \boldsymbol{F}/m$ s hmotností m gravitační, přičemž nezkušený čtenář může přehlédnout, že jde o příklad vázaný na gravitační síly.

V literatuře o **elektrostatice** se bez výjimky rozlišuje potenciál φ a energie U; mezi jejich rozměry platí vztah $\dim(U) = \dim(q\varphi)$, rovněž mezi jednotkami platí $[U] = [q\varphi] = \mathrm{C} \cdot \mathrm{V} = \mathrm{J}$.

2. Doporučení

Předpokládejme, že síla $\boldsymbol{F}$ působící na testovací částici $\mathcal{B}$ je **přímo úměrná** vhodné charakteristice Q této částice (např. hmotnosti m u gravitačních sil o velikosti mg, resp. Gm_1m_2/r^2, případně náboji q u elektrostatické Coulombovy síly). Potom se z hlediska polního přístupu jeví přirozené zavést místo síly $\boldsymbol{F}$ novou polní veličinu, **nezávislou** na testovací částici $\mathcal{B}$ a její charakteristice, a to **intenzitu** pole: $\boldsymbol{I} = \boldsymbol{F}/m$, resp. $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{F}/q$. Další popis pole pomocí intenzity bude zřejmě nezávislý na testovací částici $\mathcal{B}$. (Tato úvaha platí pro každou sílu, nejen konzervativní.)

Rozměr síly je MLT^{-2} a jednotkou je $[F] = \mathrm{N} = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$. Rozměr (a jednotka) intenzity jsou závislé na rozměru (a jednotce) charakteristiky Q částice $\mathcal{B}$; vždy je jednotkou $[I] = \mathrm{N}/[Q]$. Je tedy např. $[I] = \mathrm{N/kg} = \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$ pro intenzitu gravitačního pole a analogicky je $[E] = \mathrm{N/C} = \mathrm{V/m}$ pro intenzitu elektrostatického pole.

Pro sílu konzervativní a nezávislou na rychlostech platí zákon zachování energie a existuje potenciální energie $U(\boldsymbol{r})$ taková, že $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = -(\partial U/\partial x, \partial U/\partial y, \partial U/\partial z) \equiv$ $\equiv -\operatorname{grad} U(\boldsymbol{r})$. Její fyzikální smysl plyne z toho, že práce A vykonaná proti síle pole přesunem testující částice po křivce Γ vycházející z $\boldsymbol{r}_1$ a končící v $\boldsymbol{r}_2$ je rovna

$$A = \int_{\boldsymbol{r}_1}^{\boldsymbol{r}_2} \boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_{\boldsymbol{r}_1}^{\boldsymbol{r}_2} \left(-\frac{\partial U}{\partial x}\,\mathrm{d}x - \frac{\partial U}{\partial y}\,\mathrm{d}y - \frac{\partial U}{\partial z}\,\mathrm{d}z \right) = \\ = -\int_{\boldsymbol{r}_1}^{\boldsymbol{r}_2} \mathrm{d}U = U(\boldsymbol{r}_1) - U(\boldsymbol{r}_2).$$

Vykonaná práce je rovna rozdílu potenciální energie v počátečním a koncovém bodu a nezávisí na tvaru křivky Γ. Splývají-li body $\boldsymbol{r}_1$ a $\boldsymbol{r}_2$, je křivka Γ uzavřená a musí platit

$$A = \oint_{\boldsymbol{r}_1}^{\boldsymbol{r}_1} \boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = -\oint_{\boldsymbol{r}_1}^{\boldsymbol{r}_1} \mathrm{d}U = U(\boldsymbol{r}_1) - U(\boldsymbol{r}_1) = 0;$$

práce vykonaná po uzavřené dráze je nulová.

Rozměr potenciální energie U je $\dim(U) = \mathrm{ML^2T^{-2}}$ a její jednotkou je $[U] = \mathrm{J}$ v každém případě.

V tomto poli existuje také potenciál φ takový, že intenzita je jeho záporně vzatým gradientem. Tedy např. v gravitačním poli je $\boldsymbol{I}(\boldsymbol{r}) = -\operatorname{grad}\varphi(\boldsymbol{r})$, v elektrostatickém poli je $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = -\operatorname{grad}\varphi(\boldsymbol{r})$.

Rozměr potenciálu je roven rozměru intenzity násobenému délkou; jednotkou potenciálu je tedy např. $[\varphi] = \mathrm{m^2 \cdot s^{-2}}$ v případě gravitačního pole, a analogicky $[\varphi] = \mathrm{V} = \mathrm{kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} \cdot C^{-1}}$ v případě elektrostatického pole. Oproti potenciální energii není potenciál závislý na testující částici (jejím náboji nebo hmotě apod.).

Myslitelný případ, že by síla závisela na jisté charakteristice Q částice, ale nikoli lineárně, lze v některých případech převést na lineární závislost předefinováním nového parametru $Q' = f(Q)$ tak, aby byl úměrný velikosti síly $\boldsymbol{F}$.

Předpokládejme naopak, že síla působící na testovací částici $\mathcal{B}$ je **nezávislá** na jejích charakteristikách — např. síla pružiny $\boldsymbol{F} = -k\boldsymbol{r}$ nebo různé cvičné příklady na vektorová pole. Pak ovšem není co odstraňovat; intenzitu takového pole ztotožníme přímo se silou. (V takovém případě je fakticky nadbytečné zavádět pro intenzitu samostatné značení a místo o intenzitě mluvíme rovnou o síle.) I nadále je síla záporným gradientem potenciální energie a intenzita (splývající se silou) je záporným gradientem potenciálu; potenciál a potenciální energie splývají.

Rozměr síly F i její intenzity je $\mathrm{MLT^{-2}}$ a jednotkou je $[F] = \mathrm{N} = \mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-2}}$.

Rozměr potenciální energie U i potenciálu φ je $\dim(U) = \mathrm{ML^2T^{-2}}$ a jejich jednotkou je J v každém případě.

Společně lze pro konzervativní sílu $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})$ zavést potenciální energii U a potenciál φ tak, že síla je rovna záporně vzatému gradientu potenciální energie: $\boldsymbol{F} = -\operatorname{grad} U$ a intenzita $\boldsymbol{I}$ je rovna záporně vzatému gradientu potenciálu: $\boldsymbol{I} = -\operatorname{grad}\varphi$.

Splývá-li síla s intenzitou, splývá potenciální energie s potenciálem. Termín „intenzita“ v takovém případě zpravidla ani neužíváme.

3. Matematické podmínky

Platnost $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = -\operatorname{grad} U(\boldsymbol{r})$, resp. $\operatorname{rot}\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{0}$ požadujeme pro $\boldsymbol{r}$ z jednoduše souvislé oblasti $\mathcal{M}$ (tj. z otevřené množiny, v níž lze každou uzavřenou čáru stáhnout do bodu, aniž bychom přitom z této množiny vyšli).

Pro ilustraci: vnitřek koule je jednoduše souvislou oblastí, vnitřek prstence však nikoli. Podobně celý prostor E_3 je oblastí, ale množina $E_3^{\bar{z}}$ vytvořená prostorem E_3 bez osy z oblastí není, protože kružnici se středem v počátku (resp. kdekoli na ose z) nelze do bodu stáhnout, aniž by vyjmutou osu protnula. Množina $E_3^{\bar{z}\prime}$ definovaná jako „rozříznutý $E_3^{\bar{z}}$ bez poloroviny s hranou v ose z“ opět oblastí je.

Tento požadavek není nadbytečný. V prostoru s vyjmutím osy z (tj. v $E_3^{\bar{z}}$ z hořejší poznámky) by šlo definovat pole předpisem $\boldsymbol{F} = \big(-y/(x^2+y^2),\, x/(x^2+y^2),\, 0\big)$; tohoto typu je např. magnetická intenzita buzená proudem tekoucím podél osy z. Ve válcových souřadnicích (r, φ, z) má uvedené pole v každém bodě mimo osu z potenciál

$U(r,\varphi,z)=\varphi$. Platí $\boldsymbol{F}=-\operatorname{grad}U$ v každém bodě E_3^z a rovněž $\operatorname{rot}\boldsymbol{F}=\boldsymbol{0}$ v každém bodě E_3^z. Přesto integrál po uzavřené dráze není vždy nulový: integrál v rovině $z=0$ po kružnici se středem na ose z (a ležící tedy zcela v E_3^z) není roven nule, nýbrž 2π. Toto samozřejmě úzce souvisí s tím, že nám pro úhel φ obvykle nevadí ztotožnění $\varphi=0$ s $\varphi=2\pi$ (resp. $\varphi=0°$ s $\varphi=360°$); při **lokálních** operacích mimo osu z se tato víceznačnost neuplatní. Odpomoc je jednoduchá: vytvořit z E_3^z jednoduše souvislou oblast $E_3^{z\prime}$ vyjmutím libovolné poloroviny mající osu z jako hranu; to eliminuje možnost oběhu „jedovaté" osy z.

(Potenciál tohoto typu v E_3^z se někdy nazývá „cyklický potenciál"; každý ukončený oběh kolem osy z zvětší jeho hodnotu o konstantní hodnotu, v tomto případě o 2π.)

4. Etymologie termínu potenciál

Sám *pojem* potenciálu zavedl do matematiky a fyziky r. 1773 JOSEPH-LOUIS LAGRANGE [3].

Termín „potenciální funkce" zavedl r. 1828 GEORGE GREEN [3] v práci, která však zůstala až do svého znovupublikování r. 1846 prakticky neznáma, takže CARL FRIEDRICH GAUSS, zabývající se touž problematikou, bez znalosti Greenovy práce zavedl pro tento pojem r. 1839 prakticky tentýž (!!) termín, totiž „potenciál" [5]. Termíny „kinetická (pohybová) energie", resp. „potenciální (polohová) energie" zavedl W. J. M. RANKINE [3] r. 1852, resp. 1859.

Latinské ***potentia, -ae f.*** značí *moc, síla* [6]; souvisí s ***potēns, -entis*** = *mohoucí, schopný (něčeho)*, příčestím od předpokládaného tvaru **poteo* slovesa ***posse*** = *moci*; odtud je tedy ***potenciál*** a ***potenciální energie*** jakožto veličina mohoucí se proměnit v energii pohybovou (zavedenou dříve).

5. Potenciální nebo potenciálový?

Srovnání odvozovacích přípon -ový, -ní, -ný v češtině vykazuje vzrůstající stupeň abstrakce; samozřejmě ne vždy se vyskytují všechny tvary (ať už z důvodů zvukových nebo z nedostatku potřeby dalšího odlišení).

Kratší termín ***potenciální*** se v češtině skutečně používá také v původním smyslu „mohoucí, možný": ***potenciální nebezpečí.*** Naproti tomu ***potenciálový*** připouští výklad výlučně jako „vztahující se k potenciálu, tvořený potenciálem": ***potenciálová jáma, bariéra, schod.***

Lze proto **doporučit** užívání tvaru **„potenciálový"** (raději než „potenciální") všude, kde by mohlo dojít k nedorozumění: spojení „potenciální bariéra" asociuje spíše „možnou bariéru, případnou bariéru" než „potenciál, který vytváří bariéru". Kvasnica [4] zavádí termín „potenciálové pole" Podobně Brdička [1] mluví o proudění potenciálovém. Trkal [3] zavádí „potenciálový bod" a užívá zásadně termín „potenciálová funkce".

Kratší tvar **potenciální** je oprávněn u *potenciální energie* a používá se též ve složeninách, kde chybný výklad nehrozí: „ekvipotenciální plocha".

Novotvar „**potencionální**" nemá v latině oporu; není důvod ho zavádět a používat.

Literatura

[1] BRDIČKA M.: *Mechanika kontinua.* NČSAV Praha, 1959; str. 365, 389.
[2] HLADÍK A.: *Teoretická mechanika.* Skriptum, SPN Praha, 1962; str. 52.
[3] TRKAL V.: *Mechanika hmotných bodů a tuhého tělesa.* NČSAV Praha, 1956; str. 30, 49, 170, 176–8, 639.
[4] KVASNICA J., HAVRÁNEK A., LUKÁČ P., SPRUŠIL B.: *Mechanika.* Academia Praha, 1988; str. 40, 45.
[5] STRUIK D. J.: *Dějiny matematiky.* Malá moderní encyklopedie 43, Orbis, Praha 1963; str. 148.
[6] PRAŽÁK J. M., NOVOTNÝ F., SEDLÁČEK J.: *Latinsko-český slovník, L–Z.* SPN Praha, 1955; str. 281.

---

vyučování

ÚSPĚCHY ČESKOSLOVENSKÝCH MLADÝCH FYZIKŮ NA MEZINÁRODNÍCH FYZIKÁLNÍCH OLYMPIÁDÁCH

Ivo Volf, Hradec Králové

V letošním roce proběhla již 27. mezinárodní fyzikální olympiáda. Družstva naší republiky (zprvu Československa, v posledních čtyřech letech České republiky a Slovenské republiky, odděleně) se zúčastnila všech ročníků této soutěže. Zdá se, že je vhodné zamyslet se nad výsledky našich účastníků a navrhnout další postup práce s reprezentačním týmem, abychom si udrželi stále dobrý standard.

Mezinárodní fyzikální olympiáda vznikla jako soutěž pro mladé zájemce o fyziku z iniciativy tří představitelů národních soutěží v Československu, Polsku a Maďarsku — prof. R. Košťála, prof. Cz. Scislowského a prof. R. Kunfálviho. Uskutečnila se poprvé ve Varšavě v roce 1967. Soutěže se tehdy zúčastnila tříčlenná družstva z pěti států. Od té doby proběhla MFO celkem sedmadvacetkrát — největší počet účastníků byl na 27. MFO v Norsku — 262 soutěžících z 55 států ze čtyř kontinentů. MFO jako soutěž pořádají ministerstva školství nebo jiné kulturní a vzdělávací instituce nebo fyzikální společnosti postupně v různých státech. Soutěž řídí mezinárodní komise, která se schází na každé MFO a je řízena sekretariátem, jehož sídlo je ve Varšavě. Současným prezidentem MFO je dr. Waldemar Gorzkowski z Institutu fyziky Polské akademie věd. Každý stát, který se připojí k soutěži, se musí nejpozději do pěti let od zapojení rozhodnout, kdy uspořádá MFO

Doc. RNDr. IVO VOLF, CSc. (1938), Pedagogická fakulta VŠP v Hradci Králové.