

# Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

---

Irena Čapková

Jedna forma modernizace vyučování matematice

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 14 (1969), No. 4, 194--197

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/139282>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1969

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

## JEDNA FORMA MODERNIZACE VYUČOVÁNÍ MATEMATICE

IRENA ČAPKOVÁ, Brno

Snad v celém světě se hovoří o modernizaci vyučování matematice a mnohde se už pro její uskutečnění podnikají více méně důležité kroky.

Pod pojem modernizace můžeme zahrnout dvě hlavní oblasti změn v tradičním vyučování. Za první jde o *obsah* vyučování a za druhé o *formy* (metody), jakými se tento obsah posluchačům podává.

Na katedře matematiky a deskriptivní geometrie VAAZ Brno se pokoušíme o obojí druh modernizace. V tomto článku bych se chtěla dotknout toho druhého druhu — popsat jednu z forem provádění cvičení v matematice, kterou jsme koncem zimního semestru šk. roku 1967—68 navrhli a v letním semestru prakticky prováděli.

Při tradičním provádění cvičení (to je střídání práce u tabule se samostatnou prací v lavicích za kontroly učitele) nás stále trápila malá připravenost posluchačů na cvičení, která plynula z nesoustavného studia přednášky. Důsledkem toho pak byla malá míra samostatnosti posluchačů při cvičení, kde bylo nutno vést posluchače často doslova za ruku anebo velmi dlouho čekat, než se znovu vžijí do problematiky přednášky. Zkusili jsme tedy v letním semestru v některých skupinách obou ročníků postupovat takto: Vypracovali jsme a cyklostylem rozmnožili pro každé téma jistou sadu příkladů. Archy s natištěnými příklady jsme dávali posluchačům do rukou s předstihem před cvičeními. Na cvičení se pak počítala část těchto příkladů (podle volby učitele), další část bylo možno zadat za domácí úkol nebo považovat za vhodnou zásobu příkladů.

Sledovali jsme tím tyto cíle: Aby se posluchači na cvičení připravovali (nečiní tak vždy všichni) a hlavně, aby se připravovali samostatně, ještě bez vedení učitele. Na konci semestru jsme se dotázali všech učitelů, kteří tuto formu prováděli, na jejich zkušenosti a názory, eventuální doporučení pro budoucnost. Obdobnou otázku jsme položili posluchačům. Na schůzi katedry jsme pak provedli shrnutí a částečné zhodnocení metody.

Názory na celou věc nebyly zdaleka jednotné. Uváděly se výhody i nevýhody a podávala se různá doporučení pro budoucnost.

Většina učitelů vidí výhodu předtištěných příkladů, předem posluchačům rozdaných, v *aktivizaci* posluchačů při přípravě na vyučování. Zdůvodňují asi takto: Neví-li posluchač, co se bude na cvičení řešit, nemá se nad čím zamýšlet, protože značné množství příkladů ze skript stejně nevyřeší, a tak raději vyčkává, až co mu bude ve cvičení předloženo. Vidí-li naopak před sebou jistý menší počet příkladů, stojí mu za to se na ně podívat a narazí-li na potíže, ví už, na co se má ve cvičení zeptat, na co si má dát pozor.

Při této fázi je také řadou vyučujících oceňován prvek *samostatnosti*, protože zde ještě nefiguruje pomoc učitele. Na mnoho řešení může takto posluchač *sám* přijít, nejsou mu ukazována na tabuli ještě než mohl zmobilizovat své vědomosti a schopnosti.

I při cvičení samém přináší uvedená metoda některé výhody. Cvičení je možno dát *laboratorní* podobu. Uplatnili jsme ji zejména při výuce numerických metod (zmínka o tom bude ještě dále při 2. ročníku), kde na rozdíl od dřívějších způsobů odpadlo zdlouhavé zadávání a jednotný, z tabule kopírovaný způsob pro všechny.

Metoda přihlíží i k *teoretické* průpravě posluchačů. Na začátku každého archu s předtištěnými příklady jsou uvedeny otázky z teorie, k níž se cvičení vztahuje. Učitel je probírá buď před nebo během řešení příkladů. Záleží jistě na něm, do jaké hloubky uvedenou teoretickou problematiku z přednášky zopakuje, eventuálně doplní. Jestliže si posluchači na kladení teoretických otázek ve cvičení zvyknou, zvyknou si také se na ně připravovat a tím vlastně soustavně studují teoreticky i prakticky během semestru.

Výhoda, kterou i posluchači oceňují, je fakt, že *výběr* příkladů provádějí učitelé sami. Je tím zajištěn žádoucí metodický sled (patříčná gradace obtížnosti) a zaměření na jevy důležité z hlediska obecné teorie i navázání dalšího učiva.

Protiv uvedeným výhodám stavějí učitelé několik záporných stránek metody:

1. Cvičení vedené pomocí natištěných příkladů může úplně postrádat gradaci, která je z metodického hlediska velmi důležitá. Jestliže totiž posluchači spočítali doma jednodušší příklady s úspěchem, ptají se pochopitelně na ty obtížnější. Zde by se dalo odpovědět, že si tedy první část gradace odbyli doma samostatně. Potíž je však v tom, že ne všichni stejně. Ten, který nevypočítal jednoduché příklady a tedy si neodbyl tu první část, je postižen tím, že se hned řeší příklady těžší.

2. Jako další nevýhoda se často uvádí omezení iniciativy učitele. Má předepsané příklady, jde tedy jen o to, aby řádně zkontroloval jejich výpočet a podal vysvětlení tam, kde si posluchači nevědí rady.

3. Stává se, že natištěné příklady vedou k povrchnosti ze strany posluchačů. Jsou vedeni snahou spočítat všechny příklady jim předložené a provádějí úvahy a výpočty povrchně.

4. Kritizuje se skutečnost, že se posluchači při přípravě na dané téma příliš soustředí na předtištěné příklady a úplně opomíjejí jinou literaturu. Úkolem vysoké školy je kromě jiného naučit posluchače pracovat s literaturou.

Dále uvedu doporučení, která různí učitelé podávají pro příští léta. Jsou seřazena tak, aby podávala návrhy na odstranění jednotlivých zmíněných nevýhod.

Jako odpověď na první dvě výtky (nedostatek gradace cvičení a iniciativy učitele) navrhuji mnozí užívání předtištěných příkladů nezávazně, to je jen tam, kde to učitel uzná za vhodné, a to ve volné kombinaci s příklady z vlastní zásoby.

Na námitku třetí, že dochází k povrchnosti ze strany posluchačů, je možno odpovědět takto: je zcela na vůli učitele, do jaké hloubky se ve cvičení půjde při rozboru

příkladů. Je přece možno posluchačům prohlubujícími otázkami ukázat, že problematiku příkladu nevyčerpali úplně, že opominuli důležité podmínky řešení, že nenašli všechna řešení apod.

Na námitku čtvrtou, že vybrané příklady odvádějí studenty od literatury a orientace v ní, je možno odpovědět takto: Při studijním a časovém zatížení posluchačů v 1. a 2. ročníku nemůžeme stejně očekávat, že sáhnou po něčem jiném než po skriptech, v nejlepším případě po Knichalově učebnici. A po těchto pramenech je stejně můžeme nechat sáhnout, když nebudeme předtištěných archů užívat výhradně.

Všechny dosud uvedené poznámky k nové metodě se týkaly metodických problémů společných oběma ročníkům. Ke druhému ročníku proto stačí připojit už jen malý dodatek, který se týká jeho speciální tematiky.

Byla tu uvedeným způsobem zpracována dvě témata: numerické metody a pravděpodobnost. U témat z pravděpodobnosti byla práce ve cvičeních obdobná jako v 1. ročníku. U numerických metod bylo snahou těch, kteří příklady sestavovali, aby jejich počet o něco převyšoval poloviční počet posluchačů v nejpočetnější skupině. Bylo pak možno 1—2 příklady spočítat ve cvičení a ostatní zadat k samostatnému vypracování dvojicím posluchačů. Dvojice je vypracovávaly zčásti ještě ve cvičení s použitím ručních počítacích strojů a zčásti mimo cvičení. Z tohoto samostatného vypracování se vyžadovaly písemné protokoly.

U numerických metod hodnotila většina učitelů kladně možnost samostatné práce posluchačů. Řeší-li se totiž příklady těchto témat na tabuli, někteří posluchači je jen pasívně opisují a i když se posluchači snaží počítat samostatně a podle tabule se jen kontrolují, je pro ně tento postup nepřehledný a zbytečně únavný.

Nyní dejme ještě slovo druhé straně. Jak vypadá výše popsaná forma práce očima posluchačů? Vcelku ji hodnotí kladně. Nejvíce oceňují skutečnost, že jim vybrané příklady pomáhají orientovat se v rozsáhlé látce a poznat, co je důležité. Výběrem sady příkladů se jim zužuje objem myšlenek a vědomostí, na které se mají před cvičením soustředit. Je zde ovšem zase nebezpečí, že toto zúžení až příliš omezí obzor posluchačů, že někteří (nebude-li učitel dost obratný ve vedení cvičení) nebudou umět sáhnout po ničem jiném než po svých natištěných papírech.

Tedy závěrem — po vyslechnutí hlasů jak zkušených učitelů, tak posluchačů lze říci asi toto: Mistrovství pedagogické práce se kromě o jiné faktory opírá o pestrost metod a forem podávání učiva. Navrhli a vyzkoušeli jsme jednu z nich. Má svůj rub a líc jako snad každá metoda. Považujeme ji po provedeném rozboru za jeden z nástrojů své metodické práce ve cvičeních z matematiky. Jsme si vědomi toho, že to není jediný nástroj k naší práci způsobilý, a že by tedy nebylo věci na prospěch, kdybychom ho užívali výhradně na úkor jiných.

Pro ilustraci připojujeme ukázkou zpracování jednoho tématu z 1. ročníku:

Téma: *Lineární diferenciální rovnice vyšších řádů I.*

Kontrolní otázky:

1. Věta o existenci a jednoznačnosti řešení diferenciální rovnice  $n$ -tého řádu.
2. Věta o snížení řádu.
3. Fundamentální systém řešení lineární diferenciální rovnice: obecné řešení.
4. Řešení lineár. dif. rovnice homogenní s konstantními koeficienty.
5. Řešení lineární diferenciální rovnice nehomogenní s konstantními koeficienty metodou variace konstant.

Příklady:

1. Najděte obecné řešení dif. rovnice:

a)  $y''' = x + \sin x$

b)  $xy'' = y'$

c)  $y'' = 2y'^2$

$$[y = C_2 - \lg \sqrt{(2x + C_1)}]$$

2. Řešte dif. rovnice:

a)  $y'' - 5y' + 6y = 0$

b)  $y'' + 6y' + 13y = 0$

c)  $y'' - 2y' + y = 0$

d)  $y''' - 5y'' + 17y' - 13y = 0$

$$[y = C_1 e^x + e^{2x}(C_2 \cos 3x + C_3 \sin 3x)]$$

3. Dokažte, že funkce  $y_1 = e^x, y_2 = x^2 e^x$  tvoří fundamentální systém partikulárních řešení dif. rovnice:

$$xy'' - (2x + 1)y' + (x + 1)y = 0$$

4. Najděte obecné řešení dif. rovnice:

a)  $y'' = 2y' + y = e^x/(x^2 + 1)$

b)  $y'' + y = 1/\cos^3 x$   $[y = -\cos 2x/2 \cos x + C_2 \cos x + C_3 \sin x]$

Po dlouhá desetiletí se u planety Merkur uvádí, že její doba otočení činí přibližně 88 dní a je totožná s dobou jejího oběhu kolem slunce. V roce 1965 bylo však pomocí radarových měření zjištěno, že tato hodnota není správná, že se pohybuje kolem 59 dní a že lze důvodně předpokládat, že činí přesně dvě třetiny doby oběhu kolem slunce, tj. 58,646 dne. Během r. 1968 se proto konala podrobná optická měření, jejichž výsledkem je prokazatelná hodnota  $58,663 \pm 0,021$  dne souhlasící v mezích chyb s výše uvedenou hodnotou získanou radarem. Průzkumem dostupných dat z dřívějších, z nichž se vyvozovala doba otočení kolem 88 dní, se ukázalo, že i značná část starších měření připouštěla nově uváděnou hodnotu. Příčinu tak značné odchylky udávané doby otočení Merkuru od doby skutečné je nutno hledat v té skutečnosti, že vzhledem k blízkosti této planety ke slunci je možno konat veškerá pozorování Merkuru prakticky pouze za denního světla nebo velmi nízko nad obzorem a že je obtížné při poměrně úzkém pozorovatelném rozmezí fázi Merkuru nalézt na obrazu povrchu této planety reprodukovatelné záchytné body pro určení její rotace. (*Science* 3859, str. 1275).

-XO-