

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Lynn Arthur Steen

Jak žít s novou matematickou bytostí

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 33 (1988), No. 6, 332--345

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/139275>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1988

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

vyučování

JAK ŽÍT
S NOVOU MATEMATICKOU BYTOSTÍ

Lynn Arthur Steen, Northfield, USA

V dějinách matematiky se neustále střetává konečné s nekonečným, diskrétní se spojitým. Řecká matematika, ačkoliv měla své kořeny v geometrii, byla především konečná, konkrétní a specifická. Moderní matematika je naproti tomu nekonečná, abstraktní a univerzální. Aristoteles vystupoval proti aktuálnímu nekonečnu a vyjadřoval tak odpor řecké kultury proti nezavršené formě. A staletí později překonali aristotelovskou nesmělost Leibniz a Newton, když zavedli metody infinitezimálního počtu. Po třech letech newtonské matematiky nás dnes počítače nutí k návratu do přednewtonské éry – ke konečnému, specifickému a konkrétnímu.

Tento návrat k našim kořenům je důsledkem narůstající matematické zralosti. Weierstrass rozřešil paradox infinitezimálních veličin tak, že redukoval analýzu na aritmetiku. Ukázal, jak lze vyjádřit nekonečné pojmy kalkulu konečnými strukturami aritmetiky. V matematice dvacátého století vládla weierstrassovská syntéza – byl to fungující intelektuální kompromis mezi konečnými mezemi lidských myšlenkových procesů a nekonečnými vizemi lidské představivosti.

Dnes se tvoří nový kompromis – nebo v terminologii Thomase Kuhna nové

paradigma – spojující počítače s matematikou. Počítače jsou i výtvořem matematiky i samy matematiku utvářejí. Jak vtipně poznamenal Seymour Papert, počítače jsou „matematicky mluvící bytosti“. Ve své podnětné knize *Turing's Man* [4] nazývá J. David Bolter počítače „ztělesněnou matematikou“. Počítače vracejí specifčnost a konkrétnost nehmotnému světu matematiky, avšak samotná jejich existence je rozhodujícím způsobem závislá na abstrakci a teorii. Ačkoliv by počítače nikdy nebyly vynalezeny bez teoretické podpory abstraktní a spojitě newtonské matematiky, architektura počítačů i informatika se opírají o konečnou a diskrétní metodologii. Bolter líčí situaci barvitěji: „Specialista na počítače potřebuje iracionální čísla právě tak málo jako je potřebovali Pythagorejci“. [4], str. 64.

Počítače formují a umocňují sílu matematiky a matematika formuje a umocňuje sílu počítačů. Navzájem si vynucují změny a podporují další růst. I proti setrvačnosti tradice se tato nová skutečnost musí odrazit ve vyučování a v učebních programech matematiky.

Ekologie matematiky

Donedávna byla matematika výhradně výsledkem lidského úsilí. Vyvíjela se spolu s lidskou společností a dosáhla stupně univerzálnosti, s jakým se zřídka setkáváme v jiných oblastech lidské kultury. Ekologie, prostředí, ve kterém se matematika vyvíjela, byla ekologie lidské společnosti, těsně vázaná na rozvoj vědy a jazyka, a měnící se s postupným rozvojem lidského vědění a jazyka.

LYNN ARTHUR STEEN: *Living with a New Mathematical Species*. The Mathematical Intelligencer, Vol. 8, No 2, 1986, 33–40. Přeložil OTAKAR JAROCH.

© 1986 Springer-Verlag, New York.

Náhle, v kratičkém okamžiku na časové stupnici vývoje matematiky, vstoupila do matematického ekosystému nová bytost. Počítače mluví matematickým jazykem, avšak v dialektu, který je některým lidem těžko srozumitelný. Jejich číselné soustavy jsou spíše konečné než nekonečné. Jejich sčítání není komutativní a vlastně ani pořádně nevědí, co je to „nula“, nemluvě o nekonečnu. Přesto však ztělesňují matematiku.

Mnohé novinky v počítačové matematice jsou formální povahy: symboly \wedge nebo $**$ pro umocňování, řádkový zápis vzorců, které tradičně píšeme v dvojrozměrné úpravě, obliba dvojkové, osmičkové nebo šestnáctkové soustavy čísel a nový, „přiřazovací“ význam rovnítko v prvních programovacích jazycích. Některé odchylky jsou však významnější a v tradiční matematice hůře přijatelné: konečné systémy čísel, intervalová aritmetika, zaokrouhlovací chyby, nevyčíslitelnost.

Jak tomu již v matematice bývá, změny v termínech a symbolice jsou vsutku formální záležitostí – jde vždy o tutéž věc až na nějaký izomorfismus. Tyto rozdíly však mohou vyvolat zmatek mezi studenty, kteří studují současně matematiku a informatiku, i když snad nejsou větší než rozdíl mezi jazykem a nazíráním inženýra a matematika. Míšením jazyka počítačů a jazyka tradiční matematiky vzniká nový druh „frangličtiny“^{*}, proti které sice puristé brojí, ale kterou každý používá.

Vlastní jádro matematiky se však také mění pod ekologickým nápoem počítačů, které mluví matematickým jazykem. Nové

^{*}) Termínem „franglais“ se označuje francouzština pokažená převzatými anglickými slovy, které jsou duchu francouzského jazyka cizí. (Pozn. překl.)

speciální kapitoly teorie výpočetní složitosti, teorie algoritmů, teorie grafů a formální logiky svědčí o významném vlivu, který má výpočetní technika na matematický výzkum. Jak před nedávnem tak dobře argumentoval Arthur Jaffe ve své stati *Uspořádat vesmír* [12], počítačová revoluce je matematická revoluce. Větrelec hluboce a trvale změnil ekosystém matematiky.

Nová matematika pro nový věk

Počítače jsou diskrétní, konečné stroje. Na rozdíl od Turingova stroje s nekonečnou páskou jsou reálné počítače omezené v čase i prostoru. Jejich matematika není idealistická platonská matematika, nýbrž matematika omezených možností. Cílem není jen dostat výsledek, nýbrž dostat co nejlepší výsledek s co nejmenší námahou. Optimalizace, výkonnost, rychlost, produktivita – to jsou základní cíle moderní počítačové matematiky. Otázky optimalizace nás přivádějí k teorii grafů, k operačnímu výzkumu, k teorii výpočetové složitosti.

Počítače jsou také logické stroje. Ztělesňují základní hybnou sílu matematiky – rigorózní výrokový počet. Proto také nepřekvapuje, že počítače mohou být plnohodnotnými partnery v procese matematického důkazu. Prvním slavným počítačovým důkazem bylo řešení problému čtyř barev. Počítač zde posloužil jako znamenitý účetní, který prověřoval tisíce redukčních kroků. Přes obavy filozofů, že důkazy založené na počítačích mění matematiku z apriorně pravdivé nauky v problematickou disciplínu podléhající náhodě a omylům (viz např. [27]), ukazuje pečlivá analýza, že se dohromady nic nezměnilo. Pěstování matematiky bylo

vždy doprovázeno lidskými omyly. Nyní má tedy matematika omylného partnera.

Novější práce o záhadné Feigenbaumově konstantě ukazují, jak daleko tento vývoj pokročil jen za osm let. Počítačový výzkum systémů periodických zobrazení navozuje myšlenku, že existuje jakási tajemná univerzální limita patrně nezávislá na uvažovaném systému zobrazení. Následoval teoretický výzkum, který vedl k důkazům, jež jsou skutečnými hybridy klasické analýzy a počítačového programování. Aby se dala aplikovat jistá věta o pevném bodě, potřebujeme co nejpresnější odhad normy mnohočlenu vysokého stupně. Tento odhad provádí počítačový program, ve kterém se používá intervalová aritmetika, aby byly dopředu vyloučeny možné nepřesnosti v důsledku zaokrouhlovacích chyb [8]. Důkazy s pomocí počítače jsou tedy možné nejen v teorii grafů, ale také ve funkcionální analýze, této baště klasické matematiky.

Počítače jsou také počítací stroje. Tím, že přijmou, transformují a zpracují obrovské množství dat, mohou simulovat realitu. Výzkumný pracovník nemusí budovat složitý proudový tunel nebo model rafinerie ve zmenšeném měřítku, aby prověřil inženýrskou konstrukci. Kdykoliv jsou základní vědecké zákony dobře známy, mohou počítačové modely napodobit fyzikální procesy popsané matematickými rovnicemi. Matematické modely bývaly především nástroje, kterých používali teoretikové k formulaci obecných zákonitostí. Nyní jsou to nesmírně cenné praktické nástroje v každodenním světě inženýra a ekonoma. Soustřeďují pozornost matematika na vztah mezi naměřenými hodnotami a teorií, na stochastické procesy a diferenciální rovnice, na analýzu dat a matematickou statistiku.

V mnoha ohledech se matematika stala

výtvořem počítače. Počítač je nyní významným nástrojem v kombinatorice, matematické logice a numerické matematice a nabízí matematikům intelektuální dobrodružství, které si nemohou odříci. Avšak ve velmi reálném smyslu také matematika vytvořila počítače. Zápas Davida Hilberta o základy matematiky – uspišený paradoxy teorie množin, které vysvětlili Frege a Russel – vedl přímo k univerzálnímu matematickému stroji, jak jej navrhl Alan Turing:

[Turing] dokázal, že neexistuje žádný „zázračný stroj“, který by mohl vyřešit všechny matematické problémy, avšak objevil při tom něco stejně pozoruhodného: navrhl univerzální stroj, který může vykonat práci jakéhokoliv stroje. Dokazoval, že cokoliv může udělat člověk – výpočtář, může udělat i stroj [11], str. 109.

Je tomu právě padesát let, co Turing vypracoval ideu vyčíslitelnosti [26] a obhajoval tezi, že stroje mohou vykonat totéž, co by mohli vykonat lidé. Turingův systém byl formální a abstraktní, bez výpočetní techniky a konkrétních přístrojů. Trvalo 25 let, než byla ještě nedokonalými přístroji prokázána geniálnost Turingovy myšlenky.

V téže době vzkvétala abstraktní matematika, vedená bourbakisty a symbolizovaná „zobecněným abstraktním nesmyslem“ teorie kategorií. Avšak abstrakce přinesla sílu, rigoróznost přinesla jistotu. Jakmile se objevily skutečné počítače, složitost programů rychle pohřbila neformální techniku tehdejších programátorů. Formální metody se staly nutností. Dokonce i kdysi pomlouvaná teorie kategorií se používá k reprezentaci konečných automatů a rekurzivních funkcí:

Zcela formální přístup je nyní i možný i žádoucí a nikde jinde není přechod programování od umění k vědě tak zřetelný. Jedním

výsledkem tohoto formálního a disciplinovaného přístupu . . . je, že dnes je třeba podstatně menšího úsilí k sestavení kompilátoru. [2], str. 423.

Stejně jako se to přihodilo předtím ve fyzice, matematika získala na účinnosti tím, že se stala abstraktnější.

Jádro učebního programu

Okolnosti, které způsobily, že výpočetní technika podněcuje rychlý vývoj matematického značení i výpočtových metod, zároveň ovlivňují celý program výuky matematiky na vysokých školách. Přítomnost tak energicky se rozvíjející disciplíny, jako je informatika, vyvolává obrovský tlak na vysokoškolské učitele, na studijní programy a na finanční zdroje. Jako různé ekologické systémy různým způsobem odpovídají na příchod nového dravce, tak i různé vysokoškolské instituce reagují různým způsobem na vpád informatiky do vysokoškolského učebního programu.

Před dvaceti lety vydala ve Spojených státech Komise pro pregraduální program matematiky (Committee on the Undergraduate Program in Mathematics = CUPM) řadu zpráv, které vedly k postupné standardizaci učebního programu na katedrách matematiky [5]. Po dvou letech kalkulu a lineární algebry si studenti zapisovali základní kursy teorie reálných funkcí a abstraktní algebry (zpravidla dva předměty) a vybrané volitelné předměty jako topologii, diferenciální rovnice, geometrii, teorii funkcí komplexní proměnné, teorii čísel, teorii pravděpodobnosti a matematickou statistiku. I když očekávání učitelů a studijní výsledky byly na každé škole velice různé, panoval v této době vždy jednotný názor na skladbu základních předmětů učebního programu.

Následovalo deset dobrých let pro výchovu matematiků. Počet balakářských hodnotí se ve Spojených státech zvýšil asi na 25 000 a počet doktorátů (Ph.D.) vzrostl z několika set na více než 1200. Avšak zatímco základní program matematiky procházel renesancí, ti, kteří pracovali v hraničních oborech, zpozorovali náznaky přicházející změny.

Garrett Birkhoff a J. Barkley Rosser přednesli v roce 1971 na schůzi Americké matematické asociace své předpovědi, jak bude vypadat vysokoškolská matematika v roce 1984. Birkhoff požadoval větší důraz na modelování, numerické metody algebry, vědecké výpočty a diskrétní matematiku („přednášky, které před deseti lety zavedl na Harvardu Howard Aiken, tehdy ředitel naší výpočetní laboratoře“). Zastával se také většího využití počítačových metod v čisté matematice.

Podle mého soudu je používání počítačů analogií logaritmičeských tabulek, tabulek integrálů, . . . nebo pečlivě provedených ilustrací. Vůbec se tím nezakalují čisté vody jasněho matematického myšlení, počítače je dělají ještě průzračnějšími tím, že odstraňují dřinu se kterou je jinak spojená příprava příkladů a ilustrací. Navíc pak dává počítač mnohem přiměřenější představu o rozsahu možných aplikací, než by to bylo možné v čisté deduktivní obecné diskusi bez pečlivě vypracovaných příkladů.

Proto se domnívám, že kursy spojené s použitím výpočetní techniky by měly být základními kursy čisté matematiky, a měli by si je zapisovat všichni studenti, kteří si přejí poznat sílu (a hranice) matematických metod. [3], str. 651.

Rosser kladl důraz na mnohé z těchto myšlenek a varoval před hrozící pohromou pro vysokoškolskou matematiku, nebude-li k tomuto doporučení přihlédnuto:

Pokud nezrevidujeme kurs základů analýzy, kurs diferenciálních rovnic a možná též kurs

lineární algebry ... tak, aby byly spojeny s hojným používáním počítačů, většina zájemců o tyto kurzy bude v roce 1984 namísto nich zapisovat přednášky o počítačích. ... Jestliže studenti nebudou moci získat potřebné dovednosti a znalosti o počítačích v kurzech matematiky, nebudou mít jinou volbu než se zapisovat na přednášky z informatiky. [21], str. 639.

Během deseti let po tom, co tato slova byla napsána, poklesl ve Spojených státech počet udělených akademických hodností v matematice o 50 % včetně hodností postgraduálních. Nové kurzy modelování, diskrétní matematiky a analýzy dat se objevují na každé vysoké škole. Zájem o tradiční matematiku se opravdu přenesl na informatiku. Dřívější jednota názorů Komise pro pregraduální program matematiky (CUPM) se rozpadla.

Symbolem reformace se stala diskrétní matematika. Před několika lety přesvědčivě hovořil o potřebě změny Anthony Ralston i před matematiky [17] i před odborníky v informatice [18]. Podle Ralstona je diskrétní matematika spojujícím článkem mezi oběma obory. Ve vysokoškolské matematice je třeba zavést diskrétní metody do hloubky, a to brzy. V programu informatiky se naopak musí vyžadovat a používat matematické pojmy a metody. Volání po diskrétní matematice bylo stále intenzivnější ([19], [24]) a Sloanova nadace financovala na šesti vysokých školách experimentální programy, aby podpořila vypracování alternativ ke standardnímu základnímu kursu, které by byly založeny na diskrétních metodách.

Před pěti lety vydala Komise pro pregraduální program matematiky (CUPM) novou zprávu, tentokrát o pregraduálním programu matematických věd [6]. Kromě diferenciálního a integrálního počtu a lineární algebry nebylo možno se shodnout na obsahu základních přednášek ve stu-

dijním směru matematika: „Již neexistuje společný základ vědomostí z čisté matematiky, který by měl znát každý student. Je spíše třeba, aby každá katedra vypracovala svůj program podle vlastních představ o svém poslání a o potřebách svých studentů“. Komise se shodla na tom, že studenti se musí naučit matematicky myslet a musí studovat některý matematický předmět do hloubky. Nemohli se však shodnout na tom, že by každý budoucí matematik měl znát např. teorii reálných funkcí nebo teorii grup nebo kteroukoli jinou partii, která byla dříve součástí vyššího studia matematiky.

Postavení matematiky v ekologickém systému univerzity se podstatně změnilo, když byla do vysokoškolského programu zařazena informatika. Podle toho, jak každá vysoká škola reaguje na místní možnosti kádrového obsazení a na místní tradice, se studijní program přípravy matematiků rozpadl do nespočtu mnoha místních variant.

Setrvačnost tradice, navzdory hlasům, které požadují radikální změnu, stále ještě dovoluje nejsilnějším katedrám matematiky, aby pokračovaly v tradičním programu, ale pro stále menší počet studentů. Pro méně zapsaných studentů je ovšem obtížné řádným způsobem zajistit základní program vyšší matematiky. Na větších vysokých školách existuje informatika jako paralelní program, který téměř vždy přitahuje velké počty zájemců včetně těch nejlepších a nejbystřejších studentů. Není neobvyklé, když studenti ve studijním směru informatika převažují nad studenty ve směru matematika v poměru 20 : 1 i více.

Na menších vysokých školách se objevila jiná situace. Mnohé katedry byly nuceny zastavit pravidelné přednášky z topologie, analýzy a algebry, což byly dříve

základní kursy. Tam, kde finanční prostředky nedovolují zajistit současně i úplný program ve studijním směru matematika i ve studijním směru informatika, se nezřídka stává, že z programu matematiky se stane hybridní program, něco matematiky, něco informatiky, něco statistiky – úvod do všeho, mistrovství v ničem.

Potřeba ujednotit se na obsahu pregraduálního programu matematiky je možná nejdůležitější otázkou, před kterou stojí americké katedry matematiky. Na jedné straně jsou katedry, které mají silný tradiční program, avšak nedaří se jim dát studentům zdravý a pevný základ, potřebný, aby „přežili“ bouřlivý vývoj matematických věd. Podobně jako velký medvěd Panda jsou tyto katedry k zachování své existence odkázány na stále menší výskyt bambusových výhonků – v našem případě jsou těmito výhonky schopní studenti, kteří mají zájem o čistou matematiku. Na druhé straně jsou katedry, které produkují neslané nemastné absolventy a vystavují se tak jinému nebezpečí: tím, že se vyhýbají vysokým požadavkům na abstrakci, šíří zkreslené představy o skutečném zdroji matematického vědění a síly. Podobně jako živočichové vypěstovaní v zoologické zahradě a neschopní se sami uživit v divočině, jsou studenti, kteří nikdy nebyli nuceni zvládnout do hloubky závažný teorém, špatně připraveni k tomu, aby zvládli značné teoretické komplikace skutečného výpočtářství a praktické matematiky.

Počítačová gramotnost

Matematikové na amerických vysokých školách jsou zodpovědní nejen za odbornou přípravu budoucích vědců a inženýrů, ale také za polytechnickou výchovu laiků – budoucích právníků, politiků, lékařů,

vychovatelů a duchovních. Požadavek veřejnosti, aby absolventi vysokých škol byli připraveni žít a pracovat ve věku počítačů, přinutila řadu škol zavést základní požadavky na „počítačovou gramotnost“. Mnozí učitelé volají po celkové reformě všeobecného a humanitního vzdělání.

Debatu o postavení aplikované matematiky a informatiky v přípravě studentů netechnických oborů otevřel v roce 1981 Stephen White, tehdy programový pracovník nadace Alfreda P. Sloana:

Schopnost vyjadřovat své myšlenky způsobem, který umožní matematické manipulace, schopnost provádět tyto manipulace a vyhodnocovat jejich výsledky, to je forma myšlení. ... Použijeme-li tento způsob myšlení, dosáhneme nového, vysokého stupně efektivnosti. Avšak tvůrčím prvkem je samotné myšlení. Bezmyšlenkovité modelování a bezmyšlenkovité počítání, třebaže vzbuzují úžas, nemají žádný skutečný význam. ... Pouze kvůli způsobu myšlení jsou tyto dovednosti podstatné pro vysokoškolské vzdělání, a to především pro vzdělání všeobecné a humanitní. [14], str. 6.

Tak hovořil Stephen White o „novém humanitním vzdělání“. I jiní opakovali tuto výzvu k reformě všeobecného a humanitního vzdělání. David Saxton, rektor Kalifornské univerzity, napsal v úvodníku časopisu Science, že všeobecné a humanitní vzdělání „bude stále jen mrtvou literou, pokud naši studenti budou jen povrchně informováni nebo jim vůbec nebude řečeno, na které otázky věda může odpovědět a na které nikoliv“. [22]

Veřejnost dnes často pokládá znalost informatiky za vhodnou moderní náhražku matematických vědomostí. Na neštěstí tento názor často přitahuje studenty k povrchním kursům, které zdůrazňují terminologii a jen pouhou zkušenost proti základním pojům a principům. Zastánci počítačové gramotnosti malují obraz elek-

tronické společnosti ovládané průmyslem zpracování dat. Jejich heslo o „gramotnosti“ sice připomíná tradiční výchovné hodnoty, což mu propůjčuje jistou svatozář. Skutečné zdůvodnění legitimity tohoto hesla však chybí.

Typické kurzy počítačové gramotnosti jsou plny pomíjících detailů, jejichž životnost je sotva delší než doba studentova pobytu na škole. Nejvíce se ve Spojených státech prodává učebnice, která uvádí do výpočetní techniky nespécialisty a je plna působivých barevných obrázků. Vůbec se v ní však nevyskytuje slovo algoritmus. V těchto kurzech není řeč ani o nějakém Shakespearovi, ani o nějakém Newtonovi, ani o nějakém Faulknerovi, ani o nějakém Darwinovi. Neobsahují žádné základní principy ani trvalé pravdy.

Tyto kurzy počítačové gramotnosti se podobají spíše autoškole než např. výuce vyšší matematiky. Studenti se učí dnešním pravidlům „Silničního provozu“ v počítačích: jak zakládat a uchovat soubory dat, jak používat programy na zpracování textu a programy pracující s výpočtovými tabulkami, jak programovat v jazyku Basic. Můžeme jen doufat, že většina studentů, kteří absolvují takový kurs, neuškodí sobě ani jiným, když se poprvé setkají se skutečným počítačem. Tyto kurzy nejsou pro studenty dobrou přípravou pro celoživotní práci ve věku informatiky.

Algoritmy a struktury dat jsou pro informatiku tím, čím jsou pro matematiku funkce a matice. Tak jako je v tradičním programu matematiky věnováno mnoho času elementárním funkcím a maticím, tak by měly úvodní kurzy informatiky – ať se již jmenují jakkoliv – zdůrazňovat základní algoritmy a typické struktury dat.

Například: v době, kdy se studenti učí lineární rovnice, mohli by se též učit o zásobnících a frontách. Jakmile postoupí ke kuželosečkám a kvadratickým rovnicím, mohli by současně v jiných přednáškách studovat spojové seznamy a binární stromy. Algoritmy pro třídění a vyhledávání dat, i když nepatří do tradiční matematiky, ilustrují sílu abstraktních myšlenek v různých aplikacích stejně dobře jako kuželosečky nebo derivace.

Programovací jazyky mohou být studovány (a měly by být studovány) především pro koncepce, které obsahují – procedury v Pascalu, rekurzivní procesy a seznamy v jazyku Lisp – a nikoli pro syntaktické detaily, středníky a číslování řádek. Neměly by se ani podceňovat jako pouhá technika kódování problémů pro bezduchý stroj ani by neměly být přeceňovány jako nová forma vzdělanosti. Programovací jazyky nejsou moderním ekvivalentem latiny nebo francouzštiny. Nevyjadřují nuance, emoce, nemají ani schopnost přesvědčovat nebo přemlouvat, neznají ani humor. I když programovací jazyky představují nový a účinný způsob, jak rozmýšlet o problémech, nejsou novou formou vzdělanosti.

Když se informatika připojuje k matematice jako základní součást středoškolského a vysokoškolského vzdělání, musí všeobecné a humanitní vzdělání pokročit dále, než je „počítačová gramotnost“. Tak jako se v matematice používají abstraktní pojmy algebry a geometrie jako nástroje k řešení problémů, podobně musí být v základních kurzech informatiky vyloženy abstraktní pojmy informatiky – algoritmy a datové struktury – v pragmatické souvislosti s řešením úloh. Základní principy informatiky, pevně zakotvené v matematice, jsou oprávněnou a významnou složkou středo-

školského a vysokoškolského učebního programu pro všechny studenty.

Informatika

Zmatek, se kterým se setkáváme na univerzitních katedrách matematiky, je o řád menší než zmatek, který panuje v univerzitních programech informatiky. Ve Spojených státech pokrývají učební programy informatiky široké spektrum od osnov orientovaných na zpracování komerčních dat přes informatizaci hospodářského řízení až po matematickou informatiku. Všechny tyto učební programy se kříží s učebními programy matematiky a každý z nich jiným způsobem. Počítačová obec nyní s tímto chaosem zápolí a pracuje se na vzorových programech různých typů, které by měly být prvním krokem k zavedení systému akreditace kateder informatiky na vysokých školách.

Profesionální společnosti ACM a IEEE vypracovaly několik studijních programů informatiky pro velké univerzity i pro malé vysoké školy. Mary Shawová z Carnegie-Mellonovy univerzity (CMU) sestavila vynikající zprávu o pregraduálních osnovách informatiky na této univerzitě, jistě jedny z nejlepších, jaké vůbec existují. Tato zpráva je zcela přesvědčivá ve věci přínosu matematiky ke studiu informatiky:

Nejvýznamnější přínos, který může učební program matematiky poskytnout informatice, je toho druhu, že jej lze stěží uzavřít do jediného předmětu. Jde o to osvojit si do hloubky způsob myšlení, který charakterizuje matematiku. Rozeznáváme zde dvě součásti matematického myšlení, které mají pro informatiku zásadní význam ... techniku *abstrakce a konkretizace*, a *umění řešit úlohy*. [23], str. 55.

Platí i opak: významným příspěvkem, který může pro studium matematiky přinést informatika, je docenění síly abstrakt-

ních metod, jsou-li uplatněny v konkrétních situacích. V tradiční matematice studenti studovali předmět „Reálná a abstraktní analýza“, nyní si studenti informatiky mohou zapsat předmět „Reálné a abstraktní stroje“. V dřívější „nové matematice“ a také v moderní algebře se studenti učili o relacích a abstraktních verzích funkcí. Dnešní studenti ekonomiky si v kurse informatiky zapisují „relační struktury dat“ a reklama vydává nejnovější komerční softvér za „zcela založený na relacích“. Dobře známé struktury abstraktní algebry a matematické logiky se v informatice odrážejí v abstraktních teoriích konečných strojů a deterministických automatů.

Zajímavým a pedagogicky přitažlivým příkladem účinnosti konkretizované abstrakce jsou populární počítačově realizované kalkulační tabulky [= *spread-sheet*], které se prodávají pod obchodními názvy jako Lotus či VisiCalc. Původně byly určeny pro účetnictví, mohou však stejně dobře modelovat buněčné automaty nebo Isingův model feromagnetických materiálů [10]. Také mohou být „programovány“, aby prováděly většinu standardních matematických algoritmů: Eukleidův algoritmus, simplexovou metodu, Eulerovu metodu řešení diferenciálních rovnic [1]. Kalkulační tabulka – prototyp praktického výpočtářství – dává uspořádání vhodné pro rekurzivní procedury. Ty však jsou základním nástrojem algoritmické matematiky. Je to konkretizace abstraktní matematiky, která si zachovává mnoho ze síly a přizpůsobivosti matematiky.

Počítače v učebně

Počítače jsou matematické stroje, podobně jako kalkulačky jsou stroje aritme-

tické. Jako kalkulačky narušily pohodlné šablony aritmetiky základní školy, tak bude s rozšířením výkonných počítačů rozrušena staletá tradice vysokoškolské matematiky. Letos se přežilo dělení čísel, příště to bude integrování funkcí.

Reakce na počítače v učebně matematiky jsou zcela předvídatelné. Nadšení tvůrci učebních programů propagují utopické vidiny, ve kterých se studenti soustředí na řešení problémů a stroje provádějí mechanické výpočty (tedy dělení a integrování). Naopak je ovšem mnoho učitelů, kteří se cítí bezpečni ve svém autoritářském světě ovládaném pravidly a nepřipouštějí kalkulačky (ani počítače) v pravidelné výuce matematiky. Používají je, pokud je vůbec používají, ve zvláštních vyhrazených kapitolách osnov, ve kterých platí jiná pravidla hry. Při nedávném mezinárodním hodnocení matematiky bylo doloženo, že ve Spojených státech nejsou kalkulačky povoleny ve třetině posledních ročníků středních škol a používají se ve větší míře jen v 5 % ostatních tříd. [25], str. 18.

Velký odstup mezi teorií a praxí v používání počítačů a kalkulaček při vyučování matematiky je zčásti důsledkem pedagogické domněnky, že úlohy učitele a stroje jsou v protikladu. Je-li úkolem učitele, aby studentům pomohl (nebo je donutil), aby se naučili pravidla aritmetiky (nebo kalkulu), potom každý nový stroj, který dokáže, že tyto dovednosti jsou zbytečné, je pro učitele spíše hrozbou než pomůckou. Pokračují nekonečné diskuse: Měly by se kalkulačky dovolit při zkouškách? Můžeme potom čekat menší zručnost při provádění složitých algoritmů, jako je dělení nebo integrování? Bude méně počtářské praxe podkopávat předměty, které následují a které početní zručnost vyžadují?

Ve Spojených státech byla v poslední době otázka počítačů ve středoškolské matematice předmětem mnoha diskusí. Jim Frey byl koordinátorem dvou posledních hodnocení ([7], [9]) a charakterizoval tyto diskuse jako

zcela jasný nesouhlas s duchem a podstatou těch snah o zlepšení školské matematiky, které současně požadují zachování konzervativních osnov. Mnozí učitelé matematiky, kteří pracují s novou elektronickou technologií, neočekávají pro nejbližší budoucnost ve školské matematice ani stabilní vývoj ani názorovou jednotu. [9], str. vii.

Boj s technologií se právě začíná šířit do vysokoškolských učeben. Mít na klíně malý počítač je dnes běžné – takový počítač stojí tolik, co deset učebnic, ale zabírá jen tolik místa jako jedna z nich. Podle názoru Herba Wilfa [28] je jen otázkou času, kdy budou studenti nosit s sebou zařízení, které bude provádět všechny algoritmy pregraduální matematiky. S tím souhlasí Richard Rand [20]. V přehledu aplikovaného výzkumu symbolické algebry píše: „Počítačová algebra v pregraduální výuce přírodních věd a inženýrství v podstatě chybí. ... přesto však jí patří významná úloha v inženýrství a aplikované matematice. Nebude dlouho trvat a počítačová algebra bude pro studenty inženýrství stejně běžná jako bylo kdysi dnes již zastaralé logaritmické pravitko.“

John Kemeny uvádí příklad z vyučování diferenciálního a integrálního počtu, který zajímavým způsobem vrhá nové světlo na manipulaci se symboly [13]. Úlohou je vypočítat hodnotu určitého integrálu $\int_0^{13} e^x dx$. V okamžiku máme odpověď, $e^{13} - 1$, a je to přesný výsledek. Kemenyho první otázka teď je: kolik je to na jedno platné místo? Máme-li jen tužku a papír, je odpověď nesnadná – nad

obvyklé schopnosti průměrného studenta matematiky. (Správná odpověď je 400 000.) Přichází druhá otázka: jaký je rozdíl mezi zadáním a tradičním přesným výsledkem? I zadání, i tradiční výsledek jsou totiž přesným vyjádřením hledané hodnoty, které je v obou případech stejně málo výstižné. Takže správná otázka není najít přesnou hodnotu, nýbrž vybrat z mnoha možných vyjádření přesné hodnoty to, které je nejvhodnější pro daný účel.

Počítač v učebně je pro učitele podobnou výzvou jako byly dříve kalkulačky. Počítač udělá s algoritmy vyšší matematiky totéž, co kalkulačky udělaly s aritmetickými výpočty – způsobí, že se stanou zbytečnými. A to už je přece výzva rigidním učitelům, aby hledali nové cesty, jak si udržet svou autoritu. Dobří učitelé by však měli přistupovat k počítačům jako ke skrytému požehnání – s nadějí, že počítač je *deus ex machina*, který vyproští vyučování z houštin pravidel a šablon, které se zachovaly v hromadách učebnic.

Postup podle šablon

Studenti matematiky, snad ještě více než ostatní studenti, mají rádi správné odpovědi. Počítače ve většině případů ještě posílí studentovu touhu po odpovědích. Zatím však byly ve škole ponejvíce používány jako extenze starých „vyučovacích strojů“: naprogramuje se dril s předem stanoveným větvením na všechny možné odpovědi, ať již jsou správné či nesprávné. Na vysokých školách se pak počítače stále ještě používají jako kalkulačky, které chrlí čísla jako odpověď na otázky, které byla položeny, i na ty, které položeny nebyly.

Základní kursy matematiky pokračují v této staré tradici. Stále se klade důraz na pravidla a odpovědi. Tradiční učebnice kalkulu se povážlivě podobají první učebnici, která byla kdy vydána: klasickému textu l'Hôpitalovu z roku 1699. S důkazy nebo bez důkazů se předkládají pravidla derivování a integrování: linearita, pravidla pro součin a podíl, pravidla pro složené funkce, substituce atd. Po každém pravidlu pak příklady na procvičení látky. Na konci kapitoly jsou smíšené příklady, při jejichž řešení se používají současně všechna pravidla.

Většina studentů, i ti méně schopní, mohou tato pravidla zvládnout. Jestliže něco škola dělá dobře, pak je to trénování studentů v učení se pravidlům. Dobří studenti se pravidlům naučí rychle a pídí se po těžkých příkladech, kde je třeba pravidla rozšířit (např. na funkci x^x). Slabí studenti zpravidla biflují a pečlivě se přidržují příkladových šablon. Všichni studenti se topí, když dostanou „slovní úlohy“, aby využili svých znalostí: „Sedlák má 200 m plotu, kterým...“. Příliš často jsou takové úlohy pouhé matematické křížovky – stylizované hádanky, jejichž řešení od značné míry závisí na tom, zda student rozpozná, ke kterému typu příklad patří, což v zadání nebývá výslovně uvedeno. Poslední výzkumy v metodice řešení úloh skutečně naznačují, že mnoho studentů se učí řešit podobné úlohy tak, že si pro sebe vytvoří myšlenkové kategorie problémových typů, a mnoho učitelů ovšem také učí studenty takové typy identifikovat.

Výzkum procesu učení ve spojení se symbolickou algebrou přinesl novou a bohatou oblast působnosti pro nápaditou pedagogiku. Soubory programů ze symbolické algebry napojené na tzv. expertní systémy na výkonných počítačích (vyba-

vených grafikou s vysokou rozlišovací schopností, myši a několika okny*) mohou při výuce algebraických dovedností zastoupit schopného a inteligentního učitele. Počítače dokáží manipulovat s algebraickými a numerickými výrazy stejně dobře, jako to dovedou studenti, a zpravidla i lépe. Nedovedou však rozpoznat, provést rozbor nebo modelovat slovní úlohu leda v tom nejužším smyslu – tak, že porovnávají šablony a kanonické typy příkladů.

Dnes je obvyklé diskutovat o tom, jakou cenu má učit techniku derivování, když počítače dovedou derivovat stejně dobře nebo ještě lépe než lidé. Má to skutečně cenu strávit každý rok jeden měsíc tím, že naučíme polovinu všech osmnáctiletých studentů, jak napodobovat počítač? Co se zatím ještě obvykle nedělá, je kriticky zhodnotit, jak je efektivní používat při výuce matematiky počítačové systémy, které nedovedou nic jiného, než že znají pravidla a navzájem porovnávají šablony. Stojí to skutečně za to, vymýšlet složité počítačové systémy, abychom úspěšně naučili studenty právě těm dovednostem, které počítače zvládnou lépe než lidé, a zvláště pak těm postupům, které právě umožňují, aby se počítač stal vyučovacím strojem? Základní otázka je tato: protože počítače nyní samy dokáží provádět algoritmy algebry a kalkulu, máme tuto jejich schopnost využít k tomu, abychom v osnovách přikládali technice počítání menší význam, nebo naopak využít tuto schopnost počítačů, abychom techniku počítání vyučovali efektivněji? Je to nová otázka, na kterou je velmi stará odpověď.

*) *myš* = zařízení na rychlé ovládní pohybu kurzoru (blikajícího ukazatele místa na obrazovce). *okno* = obdélníkový výřez na ploše obrazovky.

Učme, jak vymýšlet hypotézy

Před 35 lety napsal George Pólya krátký článek s pamětihodným titulem: *Učme, jak vymýšlet hypotézy* [16]. Ve skutečnosti to z nás dělá málokdo. Většina učitelů, převážná většina, jsou autoritáři. Učitelé zadávají úlohy, studenti je řeší. Dobří studenti se brzy naučí, že klíčem ke školské matematice je rozpoznat správnou odpověď. Slabí studenti se velmi brzo vzdají.

Avšak Pólya říká: učme, jak vymýšlet domněnky. Naši studenti se nepotřebují učit derivovat, nýbrž naučit se, jak vyslovovat hypotézy. Měsíc, který student stráví, aby se naučil pravidlům derivování, posílí jeho schopnost učit se pravidlům (a žít podle pravidel). Student při tom zvládne početní dovednost, jejíž vědecká hodnota má však klesající tendenci. Naopak, když student stráví čas tím, že bude vymýšlet domněnky o derivacích, naučí se něco z matematického umění a z vědy o pořádku, a to v kontextu užitečné, avšak stále méně potřebné početní dovednosti.

Představte si třídu, která má k dispozici dobrý soubor programů pro symbolický kalkul. Místo aby učitel vykládal pravidla derivování a příslušné příklady, může přednést motivační přednášku s mnoha fyzikálními a geometrickými interpretacemi derivace. Domácí práce může začít průzkumnými otázkami: zeptej se počítače na derivace jednoduchých funkcí. Vyslov své vlastní hypotézy a vyzkoušej je na počítači. Když zvládneš lineární funkce, pokus se o součiny, potom o exponenciální funkce. Vymýšlej nové hypotézy a vyzkoušej je na počítači.

Třída může diskutovat vyslovené hypotézy. Mnohé budou správné, některé budou nesprávné. V diskusi se rychle objeví

protipříklady a některé formální důkazy. S pomocí matematicky mluvícího počítače se studenti poprvé mohou naučit vysokoškolské matematice tak, že ji sami objevují. Je to pedagogická příležitost, kterou si učitelé matematiky nemohou nechat ujít.

Matematika je nakonec věda o pořádku a strukturách, není to jen mechanismus produkující vzorce. Studenti, kteří sami objevují matematiku, získají vhled do odhalování struktury a pomalu začnou mít důvěru ve svou vlastní schopnost porozumět matematice. Dříve mohli mít zkušenost z objevování pouze studenti natolik nadaní, aby samostatně postupovali dopředu. Dnes je s pomocí počítačů možné, aby radost z vlastního objevování pocítila většina studentů. Jedině, když se počítače použije jako nástroje vlastních objevů, může opravdu pomoci při studiu matematiky.

Metafory pro matematiku

Dvě metafory z různých vědních oborů jsou užitečné, abychom porozuměli vztahu mezi výpočetní technikou, matematikou a vyučováním. Kosmologové dlouho diskutovali dvě teorie o počátku vesmíru – teorii Velkého třesku a teorii nepřetržitého tvoření. Podle dnes známých skutečností se kosmologická diskuse přiklání k teorii Velkého třesku. Na neštěstí je taková příliš často také představa veřejnosti o matematice, přestože v matematice platí spíše teorie spojitého tvoření.

Vliv výpočetní techniky na matematiku a vliv matematiky na výpočetní techniku je pro začínající studenty nejlepším důkazem toho, že matematika není produktem eukleidovského Velkého třesku, nýbrž že se nepřetržitě vyvíjí a reaguje na vnitřní a vnější podněty. Dnešní studenti, dokonce i začátečníci, mohou poznat věci, které

před dvaceti lety prostě nebyly známy. Musíme vyučovat nejen novou matematiku a novou informatiku, ale musíme rovněž učit tomu, že tato matematika i informatika jsou skutečně nové. Je velmi důležité, aby si to uvědomili i laikové.

Jiná vhodná metafora pro matematiku pochází z dějin vývojové teorie. Před Darwinem věřila vzdělaná veřejnost, že formy života jsou statické, právě tak jako se dnes vzdělaná veřejnost domnívá, že matematika je statická a že její základy položili Eukleides, Newton a Einstein. Studenti, kteří se učí matematiku z dnešních učebnic, připomínají žáky Linnéovy, velkého švédského botanika 18. století. Vidí statickou, před-darwinovskou vědu, která ani neroste ani se nerozvíjí. Učit se matematiku je pro většinu studentů výcvik ve třídění a učení se nazpaměť: naučit se terminologii, označení, definice, poučky a zvládnout postupy, které jsou vystaveny v učebnicích jako květena v kouzelném, i když trochu abstraktním platonském vesmíru.

Studenti si zřídka uvědomují, že matematika se stále vyvíjí a reaguje na vnitřní a vnější podněty. Označení se mění, objevují se nové domněnky, jsou dokazovány věty, objevují se protipříklady. Skutečně, zaujetí pro intelektuální pořádek spolu s tlakem nových problémů a zvláště těch, které klade počítač, nutí výzkumné pracovníky, aby stále tvořili novou matematiku a ukládali staré teorie do archívu.

Donedávna se matematika vyvíjela tak pomalu a v tak odlehlých oblastech, že studenti základního kursu to nikdy nepozorovali. Přítomností počítačů v matematickém ekosystému se všechno změnilo: teorie i značení se nyní vyvíjí rychle a v takových souvislostech, že se dotýkají každodenního života mnoha studentů. Sama matematika se mění a reaguje

na „vetřelce“. A stejně se musí měnit studijní programy matematiky a metody vyučování.

Literatura

- [1] ARGANBRIGHT, D. E.: *Mathematical Applications of Electronic Spreadsheets*. McGraw-Hill, 1985.
- [2] BECKMAN, F. S.: *Mathematical Foundations of Programming. The Systems Programming Series*. Addison Wesley, 1984.
- [3] BIRKHOFF, G.: *The Impact of Computers on Undergraduate Mathematics Education in 1984*. American Mathematical Monthly, 79 (1972), s. 648—657.
- [4] BOLTER, J. D.: *Turing's Man: Western Culture in the Computer Age*. University of North Carolina Press, Chapel Hill, 1984.
- [5] Committee on the Undergraduate Program in Mathematics: *A General Curriculum in Mathematics for Colleges*. Mathematical Association of America, 1965.
- [6] Committee on the Undergraduate Program in Mathematics: *Recommendations for a General Mathematical Sciences Program*. Mathematical Association of America, 1980.
- [7] CORBITT, M. K., FEY, J. T.: *The Impact of Computing Technology on School Mathematics: Report of an NCTM Conference*. National Council of Teachers of Mathematics, 1985.
- [8] ECKMANN, J. - P., KOCH, H., WITTEW, P.: *A Computer-assisted Proof of Universality for Area-preserving Maps*. Memoirs of the Mathematical Society. Sv. 47, č. 289 (Leden 1984).
- [9] FEY, J. T. et al.: *Computing and Mathematics: The Impact on Secondary School Curricula*. National Council of Teachers of Mathematics, 1984.
- [10] HAYES, B.: *Computer Recreations*. Scientific American (October 1983), s. 22—36.
- [11] HODGES, A.: *Alan Turing: The Enigma*. Simon and Schuster, 1983.
- [12] JAFFE, A.: *Ordering the Universe: The Role of Mathematics*. In: *Renewing U.S. Mathematics*. National Academy Press, Washington, D. C., 1984.
- [13] KEMENY, J. G.: *Finite Mathematics — Then and Now*. In: RALSTON A., YOUNG, G. S.: *The Future of College Mathematics*. Springer-Verlag, 1983, s. 201—208.
- [14] KOERNER, J. D.: *The New Liberal Arts: An Exchange of Views*. Alfred P. Sloan Foundation, 1981.
- [15] LEWIS, H. R., PAPANIMITRIOU, C. H.: *Elements of the Theory of Computation*. Prentice-Hall, 1981.
- [16] PÓLYA, G.: *Let Us Teach Guessing*. In: *Etudes de Philosophie des Sciences*. Neuchatel, Griffon, 1950, s. 147—154. Přetisk: PÓLYA, G.: *Collected Papers*. Sv. IV, MIT Press, 1984, s. 504—511.
- [17] RALSTON, A.: *Computer Science, Mathematics, and the Undergraduate Curricula in Both*. American Mathematical Monthly, 88, (1981), s. 427—485.
- [18] RALSTON, A., SHAW, M.: *Curriculum '78: Is Computer Science Really that Unmathematical?* Communications of the ACM, 23 (Feb. 1980), s. 67—70.
- [19] RALSTON, A., YOUNG, G. S.: *The Future of College Mathematics*. Springer-Verlag, 1983.
- [20] RAND, R. H.: *Computer Algebra in Applied Mathematics: An Introduction to MACSYMA*. Research Notes in Mathematics No. 94, Pitman Publ., 1984.
- [21] ROSSER, J. B.: *Mathematics Courses in 1984*. American Mathematical Monthly 79 (1972), s. 635—648.
- [22] SAXON, D. S.: *Liberal Education in a Technological Age*. Science 218 (26 Nov. 1982), s. 845.
- [23] SHAW, M. (Ed.): *The Carnegie-Mellon Curriculum for Undergraduate Computer Science*. Springer-Verlag, 1984.
- [24] STEEN, L. A.: *1 + 1 = 0: New Math for a New Age*. Science 225 (7 Sept. 1984), s. 981.
- [25] TRAVERS, K. et al.: *Second Study of Mathematics: United States Summary Report*. University of Illinois, September 1984.
- [26] TURING, A. K.: *On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem*. Proc. London Math. Soc., 2nd Ser., 42 (1936), s. 230—265.
- [27] TYMOCZKO, T.: *The Four Color Problem and its Philosophical Significance*. Journal of Philosophy, 76: 2 (1979), s. 57—85.

[28] WILF, H.: *The Disk with the College Education*. American Mathematical Monthly, 89 (1982), s. 4—8.

jubilea zprávy



Rukopisy článků k osobním výročí nebo k výročí institucí musí být redakci dodány 9 měsíců před datem výročí, mají-li být publikovány včas.

K ŠEDESÁTINÁM DOCENTA VÁCLAVA KUDLÁČKA

Dne 7. června 1988 se dožil významného životního jubilea doc. RNDr. Václav Kudláček, CSc. Narodil se v Ivančicích, kde v roce 1947 maturoval na reálném gymnáziu Jana Blahoslava. V následujících čtyřech letech studoval na přírodovědecké fakultě Masarykovy univerzity v Brně obor matematika—fyzika. V roce 1953 získal doktorát přírodních věd na základě disertační práce *O částečně uspořádaných grupech* a o devět let později ukončil úspěšně externí aspiranturu obhájením kandidátské disertační práce *O částečně uspořádaných okruzích*.

V roce 1950 ještě jako posluchač přírodovědecké fakulty nastoupil na místo asistenta u prof. Čupra na II. ústavu matematiky Vysoké školy technické v Brně, jehož vedení později převzal prof. Klapka. Mimořádné organizační schopnosti, obětavost a umění jednat s lidmi předurčila doc. Kudláčka k angažované práci všude tam, kde vznikalo něco nové a progresivní. Podílel se na vzniku a vedení několika pracovišť v rámci techniky, zejména katedry matematiky na Vysoké škole státní, katedry matematiky na fakultě energetické a katedry matematiky na nově zřízené elektrotechnické fakultě. Na všech těchto katedrách vykonával funkci tajemníka katedry nebo zástupce vedoucího katedry. V roce 1960 byl jmenován do komise MŠK pro zavádění výpočetní techniky a rok poté se zúčast-

nil školení na počítači LGP-31, které se konalo v Mindenu v NSR. V té době se podílel na budování Laboratoře počítačích strojů a vytvoření katedry samočinných počítačů, jejímž vedoucím byl po dobu jednoho roku. V té době vedl výuku programování na elektrotechnické fakultě, která jako první v republice zavedla výuku programování pro všechny obory. Podstatnou mírou se podílel na přebudování a rozšíření výuky matematiky i do vyšších ročníků elektrotechnické fakulty, což bylo podnětem i pro ostatní fakulty v republice. Od roku 1966 byl vedoucím nově vzniklé katedry aplikované matematiky, která byla později přejmenována na katedru teoretické kybernetiky. Několik let byl členem vědecké rady fakulty i školy.

Vědecká činnost doc. Kudláčka byla zpočátku zaměřena na studium částečně uspořádaných grupoidů a okruhů. Od roku 1960, díky spolupráci s praxí a vedení odpovídajících vědeckých úkolů, se jeho práce zaměřila na problematiku programování počítačů, minimalizaci logických obvodů, teorii automatů a systémů. Z této oblasti pochází také jeho habilitační práce *O syntéze t-automatu*, kterou se v roce 1964 habilitoval pro obor matematika. Další jeho práce z operační analýzy byly inspirovány jeho působením v Ústavu metod a řízení strojírenské výroby VUT, kde pomáhal založit matematické oddělení. Publikoval celkem 19 původních vědeckých prací, je spoluautorem překladů dvou knih a tří výzkumných zpráv a autorem několika hodnotných učebních textů z aplikované matematiky.

V roce 1981 se přestěhoval doc. Kudláček ze zdravotních a bytových důvodů do rodných Ivančic a začal působit jako učitel na tamním gymnáziu. Ujal se výuky programování počítačových systémů, zapojil se do vedení kursů pro úspěšné řešitele matematických a fyzikálních olympiád a je jedním z vedoucích soustředění nadaných matematiků 2. ročníků gymnázií celé republiky, která se konají v Ivančicích.

Doc. Kudláček byl dlouholetým předsedou brněnské Kybernetické společnosti a v rámci JČSMF pracoval několik roků v komisi pro výuku matematiky na vysokých školách technických, ekonomických a zemědělských. Jako dlouholetý člen KV MO organizuje olympiádu z programování. Po přestěhování do Ivančic pracuje v několika komisích MěNV a v odboru turistiky VTJ Slovan Ivančice. Za dlouholetou