Richard P. Stanley
Profesor Eubanks v říši Dzéta

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 35 (1990), No. 2, 90--93

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/139261

mech lze vysvětlit selektivní reflexí svazku dopadajícího na soustavu rovnoběžných rovin krystalu, např. na roviny rovnoběžné s jeho štěpnou plochou. (Z Braggových formulací nevyplývá, že se těmito otázkami už dříve podrobně teoreticky zabýval.) V další části krátkého sdělení potom Bragg správnost svých závěrů dokumentuje výsledky studia odrazu rentgenového záření na přirozeném povrchu (štěpných plochách) slídy.

J. V. Vulf byl na přelomu let 1912–1913 v zahraničí. Tam se mu dostal do rukou časopis Nature s Braggovou informací o zrcadlovém odrazu rentgenových paprsků na slídě. Po návratu do Ruska Braggova pozorování objasnil v článku *Über die Kristallröntgenogramme*, který zaslal 3. února 1913 časopisu Physikalische Zeitschrift. Práce vyšla 15. března téhož roku (Phys. Z. *14*, No 6, 1913, 217). Jejím nejdůležitějším výsledkem bylo odvození reflexní podmínky ve tvaru $\lambda/2 = \Delta\varepsilon/m$. Od Braggova zákona, zveřejněného 11. 11. 1912, se tato rovnice liší jen formálně, neboť $\Delta = d$, $m = n$, $\varepsilon = \sin \Theta$.

Taková je historie základní rovnice rentgenové strukturní analýzy. Priorita objevu náleží bezesporu W. L. Braggovi, zároveň však není třeba pochybovat o tom, že reflexní podmínku odvodil zcela samostatně i J. V. Vulf.

Profesor Eubanks v říši Dzéta

Richard P. Stanley

Richard Stanley vystudoval matematiku na Kalifornském technickém institutu a doktorát získal na harvardské univerzitě. V letech 1970–1971 byl asistentem na MIT a potom strávil dva roky jako stipendista Millerovy vědecké nadace v Berkeley. V roce 1971 se vrátil na MIT, kde pracuje dodnes. Ve své vědecké práci se zabývá kombinatorikou a algebrou. V roce 1975 obdržel Pólyovu cenu za aplikovanou kombinatoriku, kterou mu udělila Společnost pro průmyslovou a aplikovanou matematiku SIAM).

Profesor E. Pluribus Eubanks vyhodil další ze svých poznámkových bloků do odpadků, kam právem patřil. Zklamání a zoufalství naplňovaly celou jeho bytost, jako už mnohokrát předtím. Připadalo mu, že tyto pocity si plně zaslouží, protože měl tu troufalost zasvětit svůj život nejhroznějšímu a nejobtížnějšímu problému v dějinách lidského myšlení. Od začátku

Profesor Eubanks in Zetaland. The Mathematical Intelligencer, Vol. 10, No. 3, 21–23. Přeložil Oldřich Kowalski.

aspirantury před 20 lety byl jeho život ovládán vše pohlcující touhou dokázat slavnou Riemannovu hypotézu. Již dávno přeměnil všechna svá normální životní přání v jediné velké úsilí o rozřešení tohoto zapeklitého problému. Hypotéza formulovaná v roce 1859 Bernhardem Riemannem vzdorovala již více než 120 let úsilí největších světových matematiků. Pro profesora Eubankse se stal ideálem matematik David Hilbert, který zařadil Riemannovu hypotézu jako část osmého problému do svého slavného seznamu 23 nevyřešených problémů, který byl v roce 1900 předložen Mezinárodnímu kongresu matematiků. Na otázku, co by Hilbert udělal, kdyby znovu procitl k životu za 500 let, odpověděl tento vědec, že by se zeptal: „Dokázal už někdo Riemannovu hypotézu?“

Profesor Eubanks se zhroutil do svého strohého pracovního křesla ve stavu žalostné sklíčenosti. V jeho mysli vířily myšlenky a inspirace posbírané během celé životní dráhy. Připomínal si nespočetné hodiny strávené zkoumáním jemných obměn předchozích spletitých argumentací, které vedly jen k dalšímu bezútěšnému článku s názvem *Poznámky o Riemannově hypotéze*. Kdyby jen tento integrál konvergoval pro $z = 1$! Kdyby jen bylo možno rozšířit Siegelovu metodu na podstatné singularity! ... Jeho obvykle ukázněné myšlenky bezcílně těkaly. A potom tlak dvaceti let neustálého soustředění na jediný problém zdeformoval samotné tkanivo časoprostorového kontinua. Předměty kolem něho se staly mlhavými a nezřetelnými a brzy se vypařily do nicoty. Zjistil, že sedí uprostřed obrovské planiny, na níž zatím nerozeznal nejmenší změnu reliéfu. Jeho počáteční dezorientace a panika však byly vystřídány rostoucím vzrušením, jakmile se otočil opačným směrem a začal zkoumat scénu před sebou. Před ním se tyčilo efektní, neuvěřitelně rozsáhlé pohoří, rozdělené na dvě části jakýmsi kaňonem, jehož okraje nepozorovaně přecházely v horská úbočí a jehož vnitřek byl vyplněn řadou kopců, které se stávaly vyššími a vyššími, dokud se v dálce neztratily z dohledu. Přímo před ním, na rozhraní planiny a hor vyrůstala dokonalá štíhlá věž, která se vypínala vzhůru až k hranici viditelnosti.

Každému jinému kromě profesora Eubankse by tato scéna připadala stejně cizí jako povrch neutronové hvězdy. Profesor Eubanks si však okamžitě uvědomil, že se nalézá na obrysové ploše Riemannovy funkce dzéta. V jisté výšce si mohl představit komplexní z-rovinu jako „mořskou hladinu“ a nadmořská výška bodu plochy odpovídajícího souřadnici z byla pak rovna právě absolutní hodnotě $|\zeta(z)|$ funkce dzéta v tomto bodě. Velká planina byla plocha odpovídající číslům z s velkou reálnou částí, kde se funkce dzéta nepozorovaně svažovala k mořské hladině. Kopce a údolí uvnitř kaňonu vznikly v důsledku anulování funkce $\zeta(z)$ v záporných číslech a štíhlá věž představovala jedinou její singularitu, totiž jednoduchý pól v hodnotě $z = 1$. Pocit vzrušení rychle narůstal, když profesor Eubanks zjistil, že by mohl ověřit platnost Riemannovy hypotézy pouhou procházkou Kritickým Pásem, totiž oblastí mezi rovnoběžkami $\mathrm{Re}\, z = 0$ a $\mathrm{Re}\, z = 1$. Podle jednoduché věty z teorie funkcí komplexní proměnné, nejnižší body v údolích představovaly nulové body funkce dzéta. Riemannova hypotéza bude platit, jestliže všechny nejnižší body terénu v Kritickém Pásu budou ležet na jediné přímce — to musí být nutně přímka $\mathrm{Re}\, z = 1/2$, známá jako Kritická Přímka.

Profesor Eubanks nadšeně začal své putování Kritickým Pásem. Rychle minul několik tisíc nulových bodů, které byly všechny pěkně uspořádány na přímce. Jak pokračoval v chůzi, uvědomil si mdlý ale vtíravý zápach, který postupně sílil. Po několika dalších stech nulových bodů postřehl náznak pohybu na obzoru před ním. Pohyb na sebe rychle vzal podobu šeredné slimákovité nestvůry, která se nemotorně vlekla Kritickým Pásem vstříc profesoru Eubanksovi. Puch vycházející z tvora se stával nesnesitelným. Pouze profesorovo mimořádné odhodlání, podněcované tolika zmařenými sny jeho života, mu zabránilo, aby vzal do zaječích před odpuzující hrůzou plazící se k němu. Jakmile ten nevýslovný hnus dostihl profesora, vyřinula se z jeho odporného jícnu hráz hnijícího slizu a zcela zablokovala Kritický Pás.

„Vždycky jsem věděl, že důkaz nebude tak snadný", pomyslel si profesor Eubanks. „Tento tvor nemůže být nic jiného než Strážce Kritického Pásu, kletba všech matematiků od dob Riemannových." Po několika mechanických pokusech obejít Strážce Kritického Pásu se stáhl profesor Eubanks do blízkosti pólu s pocitem nejtrpčí porážky.

Setkání se Strážcem ho tak odradilo, že uplynulo několik hodin, než se mohl znovu soustředit na matematiku. Konečně se profesor Eubanks cítil natolik zotaven, že se rozhodl k dalšímu pokusu. Tentokrát hodlal kráčet pokojným územím podél přímky $\operatorname{Re} z = 100$ (nebo tak nějak), dokud hodnota $\operatorname{Im} z$ nebude tak velká jako při předešlém pokusu a pak chtěl zabočit vlevo a proplížit se přes linii $\operatorname{Re} z = 1$ do Kritického Pásu. Snad Strážce zapomene na takovou možnost přístupu oklikou. Po krátkém pochodu, který se obešel bez zvláštních událostí, zabočil profesor Eubanks směrem ke Kritickému Pásu. Pouze jeho bezkonkurenční znalost Riemannovy funkce dzéta mu umožnila poznat, že právě dosáhl stejné hodnoty $\operatorname{Im} z$ jako při své předešlé, neúspěšné expedici v Pásu. Ke svému velkému zklamání ucítil brzy známý nepříjemný zápach. Překvapilo ho však, že nechutný puch se tentokrát nezdál být tak nesnesitelný jako předtím. Když se přiblížil k přímce $\operatorname{Re} z = 1$, setkal se tváří v tvář ne s tou odpornou zrůdností, kterou očekával, ale s podstatně méně strašidelným tvorem, který nebyl větší než ovce a připomínal křížence švába s mořskou sasankou. „Aha!" pomyslel si profesor. „Tato chabá napodobenina Strážce Kritického Pásu je zřejmě Strážce Hranice Kritického Pásu." Předstíraným neobratným výpadem vlevo a pak následujícím rychlým skokem vpravo dokázal profesor Eubanks snadno uniknout nesmělým pokusům Menšího Strážce o jeho polapení a vstoupil na rozjařující území Kritického Pásu. „Konec konců," uvažoval, „již v roce 1896 dokázali Jacques Hadamard a Charles Jean de la Vallée Poussin svou Prvočíselnou Větu a ta je ekvivalentní s překročením Hranice Kritického Pásu".

Naneštěstí jeho optimismus, že nyní může beze spěchu prozkoumat Pás, se ukázal být předčasným. Poté, co si prohlédl pouze několik desítek dalších nulových bodů, pocítil ten příliš známý zápach, po kterém se rychle objevil v dohledu sám Strážce Kritického Pásu. Pokusy profesora Eubankse obejít Strážce byly stejně marné jako předtím. Přesněji řečeno, stačila malá kapka slizu z netvora, která náhodou upadla na jeho paži a následovaly křeče neuvěřitelných muk. Celou paži měl jakoby ponořenou v kádi s vařící kyselinou solnou. Profesor prchal směrem k pólu rychleji než kdykoliv předtím ve svém životě a zase proseděl několik hodin v bědném zoufalství.

Přímo zakopl o příležitost, která se naskytne jednou za život – ba jednou za tisíc životů – ale připadal si zcela bezmocný. Musí snad existovat nějaký způsob, jak prozkoumat celé území bez oné mrzké překážky. Kdyby jen mohl probádat dostatečně velké území říše Dzéta, pak by jistě pochopil jemná tajemství funkce dzéta natolik, aby mohl vyřešit tu absurdní Riemannovu hypotézu. Co jiného by mohl dělat? Bylo zřejmě beznadějné snažit se proplížit do Kritického Pásu z kterékoliv hodnoty Im z. Snad by mohl prostě velice pečlivě prozkoumat své nejbližší okolí a pak z těchto údajů sestrojit analytické pokračování. Ne, to by bylo směšné. Básník byl možná s to „uvidět celý vesmír v zrnku písku", ale on byl pouhý matematik.

Inspirace přišla rychleji než úder blesku. Jak se to nyní zdálo triviální. Nebylo vůbec nutné odvažovat se do Kritického Pásu – mohl se prostě vyšplhat nahoru nad pól! Čím výše se vyšplhá, tím více uvidí nulových bodů a obrovský nemotorný trup znemožní Strážci, aby ho pronásledoval. Okamžitě začal s výstupem. Ačkoliv dosud nelezl po ničem krkolomnějším, než je domovní schodiště, jeho odhodlání způsobilo, že postupoval pozoruhodnou rychlostí. Jak se více a více zjevovalo fantastické panoráma říše Dzéta, uviděl mnohem více než ubohých pět až šest tisíc nulových bodů, na které narazil předtím. Stovky tisíc nulových bodů ležely před ním pěkně navlečené jako korálky a nikde nebylo ani vidu po nějaké zkázonosné dvojici nulových bodů, která by byla souměrná podle Kritické Přímky. Jeho mimořádná rozjařenost ho však rychle opustila ve chvíli, kdy mu nosní dírky pošimral známý puch. Pohled dolů ukázal, že zpropadený Strážce Kritického Pásu se ho jal následovat ve výstupu nad pól. Vzhledem ke svým rozměrům šplhal pozoruhodně rychle a profesor Eubanks viděl, že ho Strážce brzy dostihne. Profesor Eubanks zvýšil rychlost výstupu, ale Strážce stále zmenšoval jeho náskok. Profesor napjal své zmučené svaly ještě víc. Jeho srdce a plíce již mlely z posledního, jak se nutil šplhat stále výš na věž, která se již natolik ztenčila, že bylo téměř nemožné se jí přichytit. Ve chvíli kdy mu již Strážce dýchal na krk, profesor Eubanks si uvědomil, že dlouhá řada nulových bodů před ním vytváří určitý vzorek. Právě když si uvědomil první slabé záblesky logické nutnosti, že i dosud neviditelné nulové body musí ležet na Kritické Přímce, dostihla ho spalující masa slizu. Vykřikl hrůzou, když po něm Strážce chňapl, aby ho pohltil. Pustil se věže a padal spolu se Strážcem nekonečně dlouho dolů na nepřátelský terén.

Profesor Eubanks přišel znovu k sobě rozplácnutý na podlaze ve své pracovně. Ošklivé popáleniny poznamenaly velké plochy jeho těla a jeho prsty byly prakticky přeříznuty vejpůl řadou neobyčejně jemných řezů. Ale sotva vnímal tyto škody na svém zdraví, protože jeho mozek se již zmocnil řešení největšího problému vymyšleného lidským intelektem.

Po dvou letech, když profesoru Eubanksovi předávali Fieldsovu medaili na Mezinárodním kongresu matematiků, zeptal se ho reportér, jaké pocity v něm vzbuzuje udělení nejvyšší matematické pocty. „Jsem prostě rád, že jsem nevěnoval svůj život teorii rozkladů přirozených čísel" odpověděl záhadně. „Vytvořující funkce pro počet rozkladů má za svou přirozenou hranici jednotkovou kružnici a já bych se byl nikdy nevrátil zpět."