

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

František Kroupa

Fyzikální mez mechanické pevnosti

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 25 (1980), No. 1, 1--16

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/139242>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1980

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Fyzikální mez mechanické pevnosti

František Kroupa, Praha

1. Úvod

Studium mechanických vlastností pevných látek souvisí se dvěma rozsáhlými oblastmi techniky. Jednou je *tváření* v pevném stavu, při kterém chceme dát tělesu vhodný tvar; výhodnou mechanickou vlastností je přitom snadná *tvárnost*. Druhou oblastí je *zatěžování*, kdy těleso za provozu je vystaveno působení mechanických sil. V tomto případě se zdá na první pohled nejdůležitější vysoká *pevnost* materiálu. Chceme však již v úvodu zdůraznit, že není jedinou žádanou mechanickou vlastností a často dokonce ustupuje v technických požadavcích do pozadí. Na prvním místě vystupuje spolehlivost tělesa v provozních podmínkách, kterou bychom mohli charakterizovat např. požadavkem, aby při lokálním porušení nedošlo snadno k porušení celkovému. Vysoká pevnost materiálu je sice vlastnost vítaná, musí však být z důvodů spolehlivosti tělesa doprovázena schopností jisté plastické deformace, tj. alespoň jistou tvárností, a schopností absorbovat v průběhu porušování co nejvíce energie, tj. houževnatostí.

Obor mechanických vlastností pevných látek byl ve fyzice dlouho pěstován pouze v rámci fenomenologických představ mechaniky kontinua, která může popsat chování těles ze známých mechanických vlastností materiálů (např. v rámci teorie pružnosti ze známých elastických konstant), nemůže však tyto vlastnosti vysvětlit. Mnohem intenzivněji byly mechanické vlastnosti studovány v technickém výzkumu, a to v užší souvislosti s technologií přípravy materiálů a jejich strukturou. Empirickou cestou byly vyvinuty kovové materiály, většinou složité slitiny, vynikajících mechanických vlastností.

Po roce 1950 se počalo ve fyzice rozvíjet mikrofyzikální zkoumání plastické deformace krystalických látek, založené na objevu elementárních nositelů tvárnosti – dislokací, speciálních čárových poruch krystalové mřížky. Studium mechanických vlastností krystalických látek se dostalo na hlubší, mikrofyzikální úroveň: bylo převedeno na studium vlastností poruch krystalové mřížky, zvláště dislokací a mikrotrhlin. Ukázalo se, že *pevnost materiálů obsahujících tyto poruchy je závislá na vlastnostech těchto poruch a na jejich složitých interakcích a nesouvisí přímo s velikostí meziatomových sil.*

Naproti tomu *maximální možná pevnost určitého materiálu bez poruch, tj. fyzikální mez jeho pevnosti, je dána velikostí a průběhem meziatomových sil.* V našem příspěvku chceme shrnout současné názory na tuto tzv. *teoretickou pevnost*, rozebrat příčiny toho, že pevnost dosud používaných materiálů je podstatně menší, a prodiskutovat možnosti přibližování pevnosti materiálů k této fyzikální mezi.

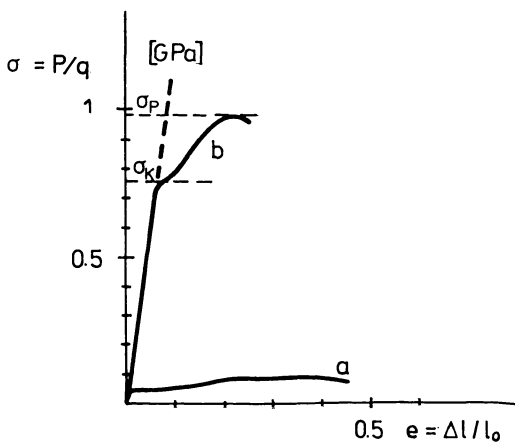
2. Tahový diagram

Při nejjednodušším pokusu namáháním v tahu zatěžujeme vzorek tyčového tvaru silou P . Vzorek se přitom prodlužuje z původní délky l_0 na $l = l_0 + \Delta l$, takže nabývá poměrného prodloužení $e = \Delta l/l_0$, a současně se zmenšuje jeho průřez z q_0 na q . Ve vzorku přitom vzniká tahové napětí $\sigma = P/q$. Závislost σ na e se nazývá tahový diagram; je nezávislý na rozměrech vzorku, a charakterizuje tedy vlastnosti materiálu. V obr. 1 jsou uvedeny jeho příklady pro monokrystal železa a pro kvalitní ocel.

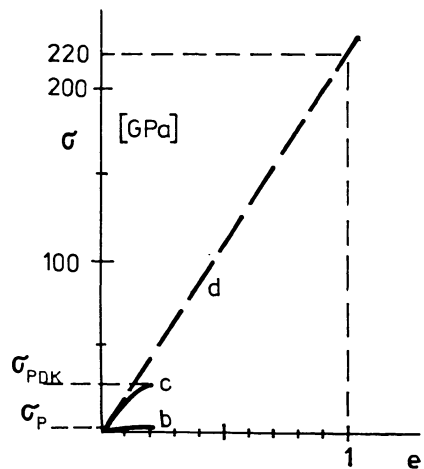
Při velmi malých deformacích se pozoruje lineární závislost mezi σ a e . Vztah $\sigma = Ee$ se nazývá Hookův zákon a konstanta úměrnosti E se nazývá modul pružnosti v tahu. V této oblasti se chová materiál jako pružný, tj. po odlehčení nabude původní délky l_0 . Při dosažení meze kluzu σ_K se počne materiál trvale neboli plasticky deformovat. V materiálu přitom probíhají změny, které se projevují nejprve deformačním zpevňováním — k pokračování trvalé deformace je třeba vyššího napětí. Maximální napětí σ_P , kterého se dosáhne při tahové zkoušce, se nazývá *pevnost v tahu*. Při přibližování k této hodnotě začínají v materiálu probíhat procesy, které vedou k porušení vzorku, tj. k lomu. Jako jistá míra tvárnosti materiálu může sloužit e_{\max} , tj. maximální dosažená hodnota poměrného prodloužení e .

Uveďme ještě poznámku k používaným jednotkám pro napětí. V technické praxi se užívá jednotky megapascal, tj. $1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa} \approx 0,1 \text{ kp/mm}^2$. Pro teoretické pevnosti budeme užívat jednotky tisíckrát větší, gigapascal, tj. $1 \text{ GPa} = 10^9 \text{ Pa} \approx 100 \text{ kp/mm}^2$. Odpovídá pevnosti velice kvalitních ocelí a dosavadní technická praxe vyvinula materiály o pevnostech nejvýše několika GPa. Naprostá většina dosud užívaných materiálů ve strojírenství má pevnosti v tahu mezi 0,1 až 1 GPa, ve stavebnictví pak ještě menší. Můžeme tedy trochu zjednodušeně chápat jednotku 1 GPa jako charakteristiku maximálních pevností techniky dneška a užívat jí jako názorné základní jednotky k udávání velkých pevností teoretických.

Připojme ještě poznámku k modulu pružnosti v tahu E . Poněvadž poměrné prodloužení e je veličina bezrozměrná, má konstanta úměrnosti E ve vztahu $\sigma = Ee$ rovněž rozměr napětí. V oblasti



Obr. 1. Tahový diagram:
a — monokrystalu Fe,
b — kvalitní oceli.



Obr. 2. Tahový diagram:
b — kvalitní oceli,
c — tenkého monokrystalického vlákna železa.
Přímka d je extrapolace Hookova zákona pro železo.

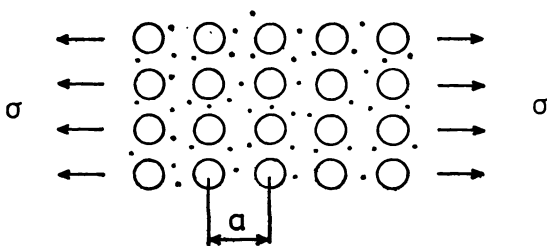
pružné deformace je závislost σ na e velice strmá (obr. 2) a E má proto velké hodnoty, např. pro oceli $E \approx 220$ GPa. Nereprezentuje však žádné reálné napětí v materiálu, Hookův zákon má platnost jen pro malé deformace e (u oceli zpravidla pro $e < 10^{-3}$) a odpovídající napětí σ jsou malá. Stejný fyzikální rozměr však vedl k tomu, že se teoretické pevnosti často vyjadřují jako zlomek modulu pružnosti. Zatímco tedy pevnosti dosud dosahované jsou řádu $E/1000$ až $E/100$, budou teoretické pevnosti, o nichž budeme mluvit, řádu $E/10$.

3. Teoretická pevnost

3.1. KRYSTAL JAKO SOUSTAVA IONTŮ A ELEKTRONŮ

Všimněme si nejprve, jak přistupuje k problematice soudržnosti pevných látek teoretická fyzika a neuvažujme pro jednoduchost tepelný pohyb, tj. uvažujme chování při teplotě 0 K. Tato problematika spadá do kvantové teorie pevných látek a příslušný obor se nazývá teorie koheze (viz např. [1]).

Při vytváření pevné látky se při přibližování izolovaných atomů elektrony přerozdělí tak, že se celková energie soustavy zmenší a vytvoří se stabilní pevná látka s určitým prostorovým rozložením jader a elektronů. Klíčem k pochopení vazby pevných látek je tedy studium jejich elektronové struktury; klíčem k pochopení mechanických vlastností by pak mělo být studium změn interakcí jader a elektronů v pevných látkách při jejich deformaci. Měli bychom tedy řešit Schrödingerovu rovnici pro N jader a ZN elektronů pro dostatečně velké N (např. $N \approx 10^9$). Řešení, jemuž odpovídá nejmenší celková energie, by určilo krystalovou strukturu stabilní fáze (danou rozdělením jader) i elektronovou strukturu krystalu a mohlo by být východiskem pro studium mechanických vlastností. Tento problém je možno v současné době formulovat; vzhledem k jeho složitosti nelze jej však řešit.

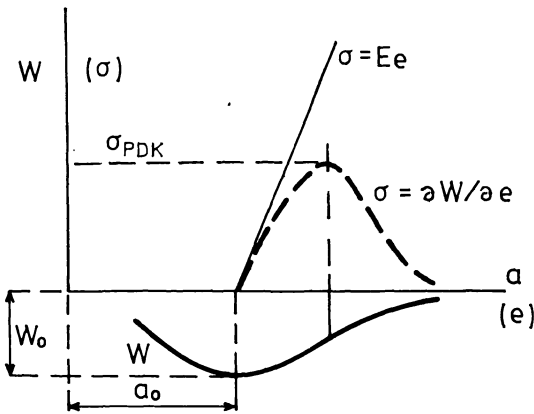


Obr. 3. Krystalová mřížka tvořená soustavou iontů a valenčních elektronů při působení tahového napětí σ .

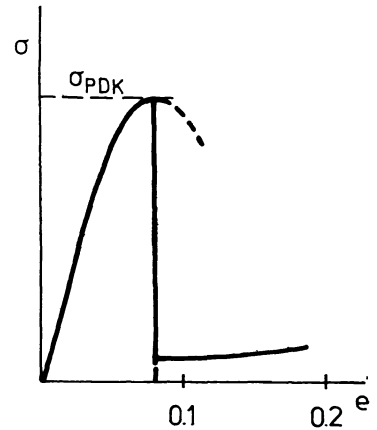
Realističtější přístup vychází z poznatku, že při vazbě atomů v pevnou látku a při deformaci nedojde prakticky ke změnám v rozdělení vnitřních elektronů atomů, mění se pouze rozdělení obvodových, valenčních elektronů. Proto za základní stavební jednotky pevných látek se berou *ionty* a studuje se nové rozdělení pouze *obvodových elektronů*. Vzhledem k tomu, že zatím nelze předem určit teoreticky krystalovou strukturu, rozmístí se ionty v uzlových bodech krystalové mřížky zvoleného typu s velikostí mřížkových parametrů zatím neznámou (obr. 3); pomocí vhodných aproximací kvantové

teorie pevných látek je pak již možno zjistit rozložení valenčních elektronů. Prvním úkolem teorie koheze je určení kohezni energie W , definované jako $W = W_K - W_A$, kde W_K je energie krystalu (tj. součet interakčních energií iontů, iontů s elektrony, elektronů a kinetické energie elektronů v krystalu) a W_A je součet energií stejného počtu nezávislých atomů (kde energii atomu bereme jako součet interakční energie iontu s elektrony, elektronů navzájem a kinetické energie elektronů v atomu).

Energie W_K i W_A jsou záporné: proti případu izolovaných iontů a elektronů se při vytváření krystalu nebo izolovaných atomů celková energie sníží, pro krystal je toto snížení větší. Velikost W se udává zpravidla na jednotku objemu nebo na jeden atom, experimentálně ji lze určit jako sublimační energii. Velká potíž při teoretickém určování kohezni energie je v tom, že se počítá jako rozdíl velkých čísel. Např. pro $\alpha - \text{Fe}$ je $W_A = -93,4 \text{ eV/atom}$, $W_K = -97 \text{ eV/atom}$, a tedy kohezni energie $W \approx -4 \text{ eV/atom}$.



Obr. 4. Závislost kohezni energie krystalu W na mřížkovém parametru a . Čárkovaně je vyznačena závislost tahového napětí σ na deformaci e .



Obr. 5. Tahový diagram dokonalého krystalu.

Kohezni energie byla zatím zavedena jako funkce neurčených mřížkových parametrů, v obecném případě mřížkových konstant a, b, c a úhlů α, β, γ . V dalším si pro jednoduchost všimneme závislosti pouze na jediném parametru a (např. pro krychlovou mřížku nebo pro lineární model krystalu). Rovnovážné mřížce přísluší nejmenší energie (obr. 4) a rovnovážnou mřížkovou konstantu a_0 můžeme tedy vypočítat z podmínky $\partial W/\partial a = 0$; k ní pak přísluší rovnovážná vazbová energie W_0 .

Znalost závislosti $W = W(a)$ umožňuje určit mechanické charakteristiky dokonalé mřížky, elastické konstanty i pevnost. Nerovnovážné mřížkové konstantě a zřejmě odpovídá působení vnějších sil. Při působení tahového napětí σ dojde k relativnímu prodloužení $e = (a - a_0)/a_0$. Při zvýšení napětí o $d\sigma$ se vykoná práce v jednotce objemu $dW = \sigma de$, o kterou se zvýší vnitřní energie krystalu. Závislost napětí na deformaci, $\sigma = \sigma(e)$, je tedy dána vztahem $\sigma = \partial W/\partial e$ (obr. 4), vyjádříme-li kohezni energii jako funkci deformace. Maximální hodnota $\sigma = \sigma_{PDK}$ určuje *pevnost dokonalého krystalu v tahu*,

$$(1) \quad \sigma_{PDK} = (\partial W / \partial e)_{\max} \sim (\partial W / \partial a)_{\max}.$$

Všimněme si ještě, že *modul pružnosti v tahu*, $E = (\partial \sigma / \partial e)_{e \rightarrow 0}$, je roven

$$(2) \quad E = (\partial^2 W / \partial e^2)_{e \rightarrow 0} \sim (\partial^2 W / \partial a^2)_{a \rightarrow a_0}.$$

Naše úvaha byla značně zjednodušená vzhledem k omezení na závislost kohezní energie na jediném parametru a . V obecném případě je však možno analogicky ukázat, že pevnost dokonalého krystalu je při určitém typu namáhání úměrná maximu jisté kombinace prvních derivací kohezní energie podle mřížkových parametrů. Podobně je možno ukázat, že tenzor elastických konstant je dán jistými kombinacemi druhých derivací kohezní energie podle mřížkových parametrů při jejich rovnovážných hodnotách.

Pevnost a elastické konstanty dokonalého krystalu nejsou tedy úměrné velikosti vazbové energie W_0 , ale závisí na jejich změnách při deformaci. Pevnost je úměrná podle obr. 4 maximální strmosti W v tahové oblasti; elastické konstanty jsou úměrné křivosti W v oblasti minima.

Z kvantové mechaniky tedy neplyne příliš názorný výklad mechanických vlastností, neboť vazba částic v krystalu není vazbou jednotlivých atomů centrálními párovými silami, ale je kolektivní vazbou iontů a elektronů. Pro jednotlivé typy pevných látek je však přece jen možno podat výklad názornější.

U *kovů* je vazba dána elektrostatickou přitažlivou interakcí mezi mřížkou kladných iontů a záporně nabitými volnými elektrony, tzv. elektronovým plynem, a není tedy párová ani centrální. U *kovalentních látek* vzniká vazba tím, že dva ionty sdílí jeden nebo více elektronů, vazba je sice párová, ale silně směrová, a tedy necentrální. U *iontových krystalů* je vazba způsobena elektrostatickou interakcí mezi kladnými a zápornými ionty, je tedy párová a centrální.

Kromě toho existuje ještě *vazba molekulární*, kdy stavebními částicemi krystalu jsou celé molekuly vázané poměrně slabými silami dipolárního charakteru.

Obecně můžeme říci, že mechanické vlastnosti souvisí se změnami těchto vazeb při deformaci. Největší teoretické pevnosti i elastické konstanty vycházejí z kvantové teorie pro látky kovalentní, o něco menší pro iontové krystaly a kovy, nejmenší pro molekulární krystaly.

3.2. MEZIATOMOVÉ POTENCIÁLY

Ve zjednodušených modelech si představujeme krystalovou mřížku jako mřížku bodů a vazbu v mřížce jako párové, zpravidla centrální silové působení mezi těmito body. V tomto mechanickém modelu vycházíme z interakční energie (potenciálu) mezi dvěma body mřížky $U(r)$, kde r je vzdálenost bodů, takže $F = dU/dr$ je síla mezi nimi. Pro různé typy vazby se volí různé potenciály, např. pro kovy často tzv. Morseův potenciál $U = U_0(e^{-2A(r-r_0)} - 2e^{-A(r-r_0)})$. Při znalosti konstant U_0 , A , r_0 (které je možno určit z některých fyzikálních vlastností) je možno vypočítat mechanické vlastnosti této mode-

lové mřížky, pevnost σ_{PDK} a elastické konstanty. Příklady takových výpočtů, při kterých je třeba uvažovat i interakce mezi vzdálenějšími sousedy, najdeme např. v [2].

Všimněme si, že za předpokladu párových meziatomových sil je výklad pevnosti σ_{PDK} jednoduchý: je to maximum součtu párových sil mezi všemi atomy na jedné straně a všemi atomy na druhé straně jednotkové plochy při deformování tahem.

3.3. JEDNODUCHÝ ODHAD TEORETICKÉ PEVNOSTI

Nejjednodušší formální přístup k odhadu teoretické pevnosti je volba zjednodušeného tvaru závislosti $\sigma(a)$, přičemž volné parametry v této závislosti určíme z měření (měřit teoretickou pevnost přímo je obtížné, neboť nedovedeme realizovat skutečně dokonalý krystal). Tak např. meziatomové působení z obr. 4 je možno zhruba vystihnout závislostí $\sigma = K \sin [\pi(a - a_0)/c]$ v tahové oblasti $a_0 < a < a_0 + c$. Konstanty K a c můžeme určit z požadavku, aby pro malé deformace byl splněn Hookův zákon a aby práce na oddělení krystalu podél určité plochy byla rovna 2γ , kde γ je povrchová energie. Dostáváme tak odhad

$$(3) \quad \sigma_{PDK} = \sqrt{(E\gamma/a_0)}.$$

Velkou teoretickou pevnost v tahu mají tedy látky, které při velkých elastických konstantách mají velkou povrchovou energii a malé meziatomové vzdálenosti (malé atomy), tj. zvláště kovalentní látky prvků s malými atomovými čísly, např. diamant, karbidy, boridy atd.

Pro většinu pevných látek je $\gamma/a_0 \approx E/100$ a dostáváme nejjednodušší odhad teoretické pevnosti v tahu

$$(4) \quad \sigma_{PDK} \approx E/10 \pm 50\%.$$

Tento jednoduchý odhad se zdá na první pohled ve sporu s tvrzením, že σ_{PDK} a E jsou ovlivněny různými oblastmi závislosti W na deformaci. Zhruba ovšem platí, že čím je větší kohezční energie W_0 , tím je větší zakřivení v minimu (a tedy i E) a současně je větší strmost ve stoupající části (tedy i σ_{PDK}).

V krystalu bude ovšem pevnost σ_{PDK} záviset na směru tahu, tj. bude anizotropní. Bude záviset i na způsobu namáhání. Např. při namáhání čistým smykem dostaneme jednoduchý odhad *teoretické pevnosti ve smyku*

$$(5) \quad \tau_{PDK} \approx G/10 \pm 50\%,$$

kde G je modul pružnosti ve smyku.

Odhady teoretických pevností v tahu σ_{PDK} některých látek, založené na jednoduchých vzorcích (3), (4), případně na výpočtech pomocí meziatomových potenciálů z § 3.2, jsou uvedeny v tabulce 1 spolu s dosud nejvyššími hodnotami pevnosti σ_P naměřenými u reálných materiálů, zpravidla ve tvaru tenkých monokrystalických vláken.

Závěrem této kapitoly můžeme říci, že u všech látek existuje maximální hodnota pevnosti, která je dána vazbou iontů a elektronů (případně molekul) v nejstabilnějším

stavu pevné látky – v dokonalém krystalu. Reálné látky se tomuto stavu mohou pouze přiblížit a proto jejich pevnost je menší.

Tabulka 1. Teoretické pevnosti σ_{PDK} a naměřené pevnosti v tahu σ_p některých materiálů

Materiál	Teoretický odhad σ_{PDK} [GPa]	Naměřeno σ_p [GPa]	Druh vzorku
SiO ₂	70	25	tenká monokrystalická vlákna (whiskery)
Al ₂ O ₃	50	20	
MgO	30	24	
C (grafit)	100	25	
NaCl	6	1	
W	42	20	
Fe	22	13	masivní vzorky
Cu	12	4	
ocel TMZ	22	4	
ocel běžná	22	0,5	
Si-monokrystal	17	3,6	
kovová skla	20	2	
nylon	—	0,5	
dřevo	—	0,2	
běžné keramické látky	—	0,001—0,1	

4. Chování krystalů s téměř dokonalou mřížkou

Teorie předpovídá chování dokonalého krystalu při tahové zkoušce podle obr. 5. Při napětích $\sigma < \sigma_{PDK}$ se vzorek deformuje pružně až do prodloužení řádově $e \approx 0,1$, při odtížení by nabyt neporušen původních rozměrů. Při napětí $\sigma = \sigma_{PDK}$ se krystal náhle poruší, neboť klesající část křivky pro větší deformace nelze realizovat – deformace se stává nestabilní. Způsob porušení závisí na vlastnostech a orientaci krystalu i na vlastnostech zatěžovací soustavy. Uvedeme dva extrémní případy.

Prvním je křehký lom, tj. náhlé oddělení krystalu podél určité roviny. Není ovšem možno očekávat, že by k tomuto oddělení došlo v celé ploše najednou. Vlivem tahových napětí se vytvoří v nejslabším místě zárodek trhliny (např. na povrchovém stupni, na vakanci atd.) a tato mikrotrhlinka se vlivem koncentrace napětí na svém čele snadno a rychle rozšíří přes průřez krystalu; šířila by se i při mnohem menších napětích. Z hlediska tohoto procesu je σ_{PDK} napětí potřebné k nukleaci trhliny v dokonalém krystalu a další porušování již probíhá v krystalu nedokonalém jako šíření poruchy – trhliny.

Dalším procesem je plastická deformace v případě, že se nejprve dosáhne v určité krystalografické rovině pevnosti ve smyku τ_{PDK} . Ani v tomto případě nelze očekávat, že by došlo k pokluzu atomových rovin po sobě v celém průřezu najednou. V nejslabších

místech dojde k lokálním pokluzům, tj. k vzniku dislokačních smyček, takže τ_{PDK} má úlohu napětí pro vznik dislokací v dokonalé mřížce. Vzhledem k podstatně menšímu napětí potřebnému k dalšímu pohybu i množení dislokací se pak krystal dále deformuje plasticky při menších napětích. I v tomto případě tedy dojde k náhlé ztrátě vlastností dokonalého krystalu.

Hlavní příčina toho, že dosud užívané materiály mají pevnost mnohem menší, než je pevnost teoretická, spočívá zřejmě v tom, že již obsahují dislokace i mikrotrhliny. Vlastnosti krystalických materiálů se tedy přiblíží vlastnostem dokonalé mřížky, připravíme-li tyto materiály vhodnou technologií *bez dislokací a mikrotrhlin*. To se podařilo již u mnoha látek, zatím ve tvaru tenkých monokrystalických vláken zvaných whiskery [3] průměru řádově μm a délek několik mm až cm, u nichž naměřené hodnoty pevnosti se již blíží σ_{PDK} (viz tab. 1). Z některých látek, např. Ge a Si, byly již vypěstovány i masívní krystaly (rozměrů řádově cm) s pevností blízkou σ_{PDK} .

Takové *krystaly s téměř dokonalou mřížkou* se liší od dokonalých v tom, že vždy obsahují bodové poruchy. Při určité nenulové teplotě v nich existuje rovnovážná koncentrace vakancí a intersticiálních atomů a kromě toho obsahují vždy i atomy příměsí. Zdá se však, že jednotlivé bodové poruchy snižují pevnost jen nepatrně, alespoň při nižších teplotách, kdy ještě nedochází k významné difúzi.

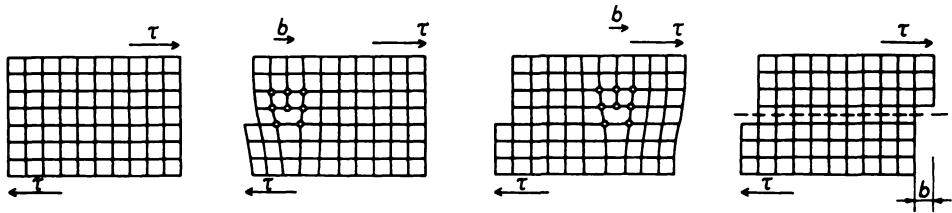
Poruchou krystalu jsou i *tepelné kmity*. Všimněme si, jaký můžeme očekávat vliv teploty na σ_{PDK} (teoretická předpověď se týkala teploty 0 K). Vliv teploty se projeví hlavně účinkem tepelné roztažnosti, tj. zvětšením rovnovážné meziatomové vzdálenosti a_0 . Snižuje se tak kohezní energie a na průběhu W v závislosti na deformaci (obr. 4) se zmenší křivost v minimu a sníží strmost, tedy zmenší se E i σ_{PDK} . Toto snížení však činí při zvýšení teploty z 0 K na $0,5 T_0$ (kde T_0 je teplota tání v K) pouze několik desítek procent. Blízko bodu tání je ovšem možno očekávat silný pokles dlouhodobé σ_{PDK} .

Vlastnosti materiálů s téměř dokonalou mřížkou (tj. bez trhlin a dislokací) nabízejí velice lákavé využití v technické praxi – zvýšení pevnosti z řádově 1 GPa na řádově desítky GPa. V literatuře skutečně najdeme náměty pro využití celých velkých součástí z bezdislokačních monokrystalů ve strojírenství a úvahy o tom, že touto cestou je možno očekávat významný nový rozvoj techniky [4]. Většina autorů je však mnohem skeptičtější a upozorňuje na technologické potíže a vysokou cenu takových součástí a na jejich malou spolehlivost: při malém lokálním porušení by došlo ke katastrofě. Další zvyšování pevnosti a její postupné přibližování k teoretické hodnotě vidí v dalším vývoji klasických materiálů s dislokacemi, případně ve spojení vysoké pevnosti téměř dokonalé mřížky s houževnatostí klasických dislokačních materiálů v tzv. kompozitech.

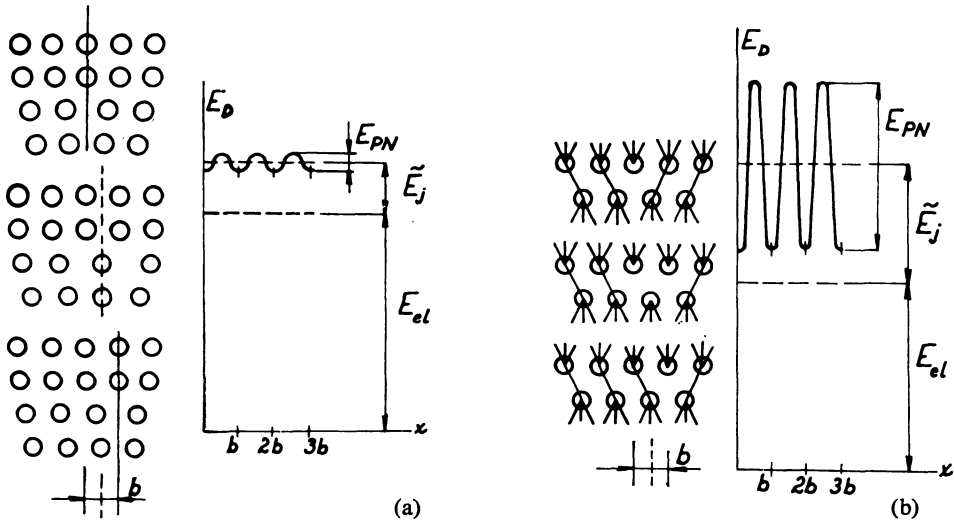
5. Krystalické materiály s dislokacemi

Krystalické materiály obsahují po obvyklých způsobech přípravy velké množství čárových poruch zvaných dislokace. Základní vlastností dislokace je její pohyblivost krystalovou mřížkou při působení smykových napětí (obr. 6). Při pohybu dislokace v její skluzové rovině se postupně posouvá jedna část krystalu proti druhé o vektor \mathbf{b} (tzv. Burgersův vektor dislokace) rovný jednomu ze základních translačních vektorů mřížky, a tak se realizuje skluz, základní mechanismus plastické deformace krystalických látek.

Obr. 6. Pohyb hranové dislokace v krychlové mřížce při působení smykového napětí τ .



V krystalu bez dalších poruch souvisí napětí potřebné k skluzovému pohybu dislokace s periodicitou mřížky a nazývá se Peierlsovo-Nabarrovo napětí (τ_{PN}): při pohybu dislokace se její energie periodicky mění (obr. 7) a k tomuto pohybu je proto zapotřebí napětí τ_{PN} . V kovech i v iontových krystalech je τ_{PN} zpravidla malé (obr. 7a), řádově několik MPa, a proto jsou tyto látky tvárné i při nízkých teplotách. Naproti tomu u kovalentních látek se při pohybu dislokace musí periodicky porušovat a navazovat směrové vazby, silně kolísá energie dislokace, a proto je velké i τ_{PN} (obr. 7b), a tyto látky jsou při nízkých teplotách křehké. Při zvyšování teploty i v těchto látkách τ_{PN} klesá a i kovalentní látky se stávají tvárné.



Obr. 7. Periodické kolísání energie dislokace E_D při pohybu dislokace krystalovou mřížkou vede ke vzniku Peierlsových-Nabarrových bariér E_{PN} , k jejichž překonávání je třeba Peierlsova-Nabarrova napětí τ_{PN} : (a) u kovů a iontových krystalů, (b) u kovalentních látek.

U kovů jsou tedy dislokace prakticky volně pohyblivé a o začátku plastické deformace (tj. o mezi kluzu σ_K) rozhoduje interakce dislokací se všemi ostatními poruchami v mřížce, bodovými poruchami, precipitáty, hranicemi zrn (technické materiály jsou polykrystalické) i s ostatními dislokacemi. V průběhu plastické deformace hustota dislokací silně stoupá, dislokace si začínají překážet a dochází k deformačnímu zpevnování. Pevnost materiálu σ_p je výsledkem složitých procesů interakcí dislokací, závisí na struktuře, na obsahu a rozložení příměsí, na způsobu předchozího zpracování, na způsobu a podmínkách zatěžování, za nichž se nakonec vytváří tvárný nebo křehký lom. Velikost σ_p nesouvisí tedy přímo s pevností dokonalé mřížky a zpravidla $\sigma_p \ll \sigma_{pDK}$. Tak např. u α -Fe ve tvaru čistých monokrystalů je $\sigma_p \approx 0,05$ GPa, v polykrystalickém stavu $\sigma_p \approx 0,2$ GPa, u měkké oceli (s malým množstvím příměsí) $\sigma_p \approx 0,5$ GPa, u kvalitních konstrukčních oceli s množstvím příměsí různých

prvků až několik procent je $\sigma_p \approx 1$ GPa a u tepelně mechanicky zpracovaných martensitických ocelí $\sigma_p \approx 4$ GPa, (u whiskerů Fe byly naměřeny maximální hodnoty $\sigma_p \approx 13$ GPa, odhadovaná teoretická pevnost je $\sigma_{pDK} \approx 22$ GPa).

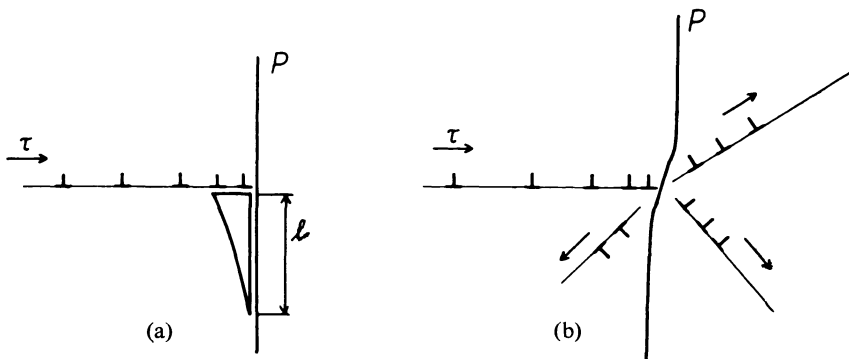
Se stoupající teplotou mez kluzu σ_K i pevnost σ_p silně klesají. Souvisí to s tím, že tepelné kmity mřížky mohou pomáhat (tzv. tepelnou aktivací) dislokacím při překonávání lokalizovaných překážek. Při teplotách nad polovinou bodu tání v K umožňuje difúze vakancí, aby dislokace tzv. šplháním vybočovaly ze skluzových rovin, vyhýbaly se překážkám i vzájemně se anihilovaly; tyto procesy přispívají k tečení kovů za vysokých teplot. Navíc při vysokých teplotách může docházet i k deformaci pokluzu po hranicích zrn.

Teoretické i experimentální poznatky o dislokacích jsou již neobyčejně rozsáhlé (viz např. [5]) a slouží nejen k výkladu rozmanitých mechanických vlastností krystalických materiálů [6, 7], ale v současné době i jako jeden z významných prostředků vývoje nových materiálů.

Hlavní význam dislokací pro mechanické vlastnosti krystalických látek spočívá v tom, že *dodávají těmto látkám cennou vlastnost — tvárnost*. Té se aktivně využívá při tváření kovů v pevném stavu, např. válcováním a kování. Z hlediska namáhaných součástí by se úloha dislokací mohla na první pohled zdát nepříznivou; jsou odpovědní za to, že k plastické deformaci dochází již při mezi skluzu σ_K menší, než je pevnost σ_p , i za to, že pevnost σ_p je menší než teoretická pevnost σ_{pDK} . Ve skutečnosti je však přítomnost dislokací v namáhaných součástech neobyčejně důležitá a *příznivá*, neboť umožňuje spolehlivou funkci těchto součástí. Při lokálním přetížení nebo porušení umožní lokální plastická deformace a zpevnování jednak absorpci energie, jednak přerozdělení napětí a brání tak porušení celé součásti. Existence dislokací umožňuje současně v široké míře *ovlivňovat* mechanické vlastnosti krystalických materiálů prostřednictvím interakce dislokací navzájem i se všemi ostatními poruchami krystalové mřížky, tedy i zvyšovat mez skluzu σ_K i pevnost σ_p např. vhodným chemickým složením a strukturou slitin a jejich mechanickým i tepelným zpracováním. O tom, že tato cesta je neobyčejně účinná, svědčí to, že tímto „klasickým“ *způsobem zpevnování*, tj. vhodnými překážkami skluzovému pohybu dislokací, bylo u oceli dosaženo pevnosti 1 až 4 GPa, tj. řádově již blízkých teoretické pevnosti. Přitom mají tyto materiály dobrou provozní spolehlivost a jsou schopny trvalého prodloužení (při pokojové teplotě) až 10%.

6. Materiály s trhlinami

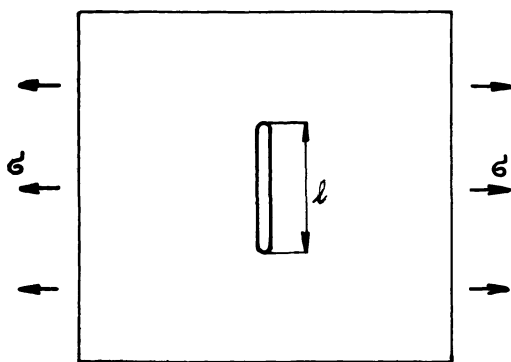
Lom, tj. dělení tělesa na dvě nebo více částí, neproběhne nikdy v celém průřezu najednou, ale šíří se z určitého místa. *Lom je tedy procesem nukleace a šíření trhliny*. Zárodek trhliny vzniká buď při zatěžování během někdy jen velmi malé plastické deformace (např. v krystalických materiálech z některých konfigurací dislokací — obr. 8 — nebo shlukováním vakancí) nebo v průběhu předcho-



Obr. 8. Nukleace trhliny (a) nebo pokračování skluzu (b) při nakupení hranových dislokací před překážkou P.

zího mechanického či tepelného zpracování. V technické praxi se lomy klasifikují podle různých hledisek. Tak např. podle rozhodujícího fyzikálního procesu se rozlišuje lom tvárný, štěpný, únnavový, lom při tečení, lom korozi pod napětím atd. Z hlediska mechaniky se dělí lomy na stabilní (k dalšímu šíření trhliny je třeba zvýšit zatížení) a nestabilní (trhlina se šíří na úkor energie již akumulované v napjatém tělese a v zatěžovacím systému).

Všimněme si v dalším křehkého lomu, tj. štěpného lomu nestabilního. V technické praxi jde o lom, který proběhne rychle při průměrném napětí menším, než je makroskopická mez kluzu. Jeho výklad z hlediska mechaniky principiálně podal GRIFFITH již v roce 1920. Existuje-li v tělese zárodečná trhlina o délce l (obr. 9) a působí-li kolmo k rovině trhliny tahové napětí σ , bude se trhlina šířit,



Obr. 9. Trhlina v tělese zatěžovaném vnějšími silami.

je-li $\sigma > \sigma_{GR}$, kde σ_{GR} se nazývá Griffithovo napětí. Jeho velikost je možno určit z požadavku, aby úbytek elastické energie tělesa a práce vykonaná vnějšími silami při malém rozšíření trhliny stačily dodávat energii na vznik volných povrchů. Dostáváme tak vztah

$$(6) \quad \sigma_{GR} = \sqrt{(2\gamma E/l)},$$

kde povrchová energie γ má pro většinu materiálů hodnotu řádově J/m^2 .

Takovýmto způsobem se šíří trhlina v materiálech zcela křehkých, bez schopnosti plastické deformace, např. ve skle nebo v zakalené oceli při nízkých teplotách. V technických konstrukčních materiálech však dochází na čele trhliny k lokalizované plastické deformaci a k další absorpci energie, takže k vytvoření jednotky plochy trhliny je třeba efektivní energie $\gamma_{ef} \gg 2\gamma$ a trhlina o délce l se šíří až při větším napětí

$$(7) \quad \sigma_{GR} = \sqrt{(\gamma_{ef} E/l)}.$$

V současné technické praxi převládá názor, že vzniku mikrotrhlin nelze bezpečně zabránit a že je proto nutno s nimi při návrzích konstrukcí počítat. K tomuto účelu byl vyvinut nový interdisciplinární obor — lomová mechanika (viz např. [8]). Z hlediska tohoto oboru je pevnost materiálu (jak plyne např. ze zjednodušeného vzorce (7)) tím větší, čím menší trhliny materiál obsahuje a čím větší je odpor materiálu proti šíření trhlin. K vystižení tohoto odporu byly v poslední době zavedeny nové materiálové konstanty s obecným názvem *lomová houževnatost*; jako míra lomové houževnatosti může sloužit např. efektivní energie lomové plochy γ_{ef} z rovnice (7). Velikost γ_{ef} je velice citlivě závislá na složení a struktuře materiálů i na teplotě. U některých materiálů, např. u většiny ocelí, se γ_{ef} prudce snižuje s klesající teplotou (vlivem snížené pohyblivosti dislokací). To vede k nízkoteplotní křehkosti, a tedy k značnému snížení využitelné pevnosti těchto materiálů při nízkých teplotách, kde — jak víme — je pevnost materiálu bez poruch největší.

Porušování materiálů je složitý proces probíhající v čase, a proto pevnost materiálů při konstantním zatěžovacím napětí závisí i na době zatěžování. Pro některé způsoby zatěžování je tato časová závislost pevnosti dobře mikrofyzikálně vysvětlena, např. pro lom při creepu (tj. tečení) za vysokých

teplot. Jednotným způsobem se snaží tuto časovou závislost pevnosti vysvětlit tzv. kinetická teorie pevnosti, vyvíjená zvláště S. N. ŽURKOVEM a jeho spolupracovníky [9], dosud však málo zpracovaná mikrofyzikálně. V našem časopise o kinetické teorii pevnosti podrobněji pojednal L. SODOMKA [10].

7. Perspektivy zvyšování pevnosti materiálů

7.1. „DISLOKAČNÍ“ MATERIÁLY

Domníváme se, že v dohledné budoucnosti zůstanou hlavním konstrukčním materiálem polykrystalické materiály obsahující dislokace, zejména *slitiny kovů*. Na rozdíl od dřívějšího spíše empirického vývoje se na zlepšování vlastností takových materiálů podílejí a ve zvýšené míře budou podílet jednak teoretické poznatky o dislokacích a jejich různých interakcích, jednak nové experimentální techniky studia poruch struktury (elektronová mikroskopie na průřehod atd.) i nové technologie. Dalším záměrným zdokonalováním klasického způsobu zpevňování (zmiňného v § 5) bude možno dosahovat žádaných mechanických vlastností, mimo jiné i zvýšení pevnosti při zachování houževnatosti, a tedy i provozní spolehlivosti. *Za limitu pevnosti, dosažitelnou tímto způsobem, pokládáme hodnotu $(1/2) \sigma_{PDK}$* . U kovových materiálů jde vlastně o nenápadný postupný vývoj, navazující na celý předchozí vývoj empirický.

Zásadní obrat by ovšem znamenal podobný vývoj u iontových a kovalentních látek, tj. u látek zařazovaných mezi *materiály keramické*. I v nich jsou dislokace pohyblivé, proto i tyto látky by principiálně měly být tvárné a houževnaté. Přitom tyto látky s kovalentní nebo iontovou vazbou předčí v některých směrech kovy (např. malá hustota, vysoký bod tání, chemická odolnost, malá tepelná a elektrická vodivost, vysoká teoretická pevnost). Ohromné pole uplatnění teoretických představ je zde v tom, že na rozdíl od kovů neproběhl u těchto materiálů tak výrazný technický rozvoj zlepšování mechanických vlastností. Možnosti takového zlepšování byly totiž empirickému přístupu skryté v křehkém stavu, v jakém se zatím tyto materiály nacházejí v přírodě nebo užívají v technice, a jejich zlepšování je problém mnohem obtížnější než u kovů. Toto zlepšování je v současné době sledováno v řadě fyzikálních i technických laboratoří a využívá vybudovaných představ teorie dislokací i všech experimentálních metodik mikroskopického i makroskopického zkoumání. Je třeba ještě vyřešit řadu problémů, jako je příprava velmi čistých materiálů, vliv příměsí na pohyb dislokací, možnost zvýhodnění vedlejších skluzových systémů, ovlivnění pevnosti hranic zrn atd. Z hlediska dlouhodobé perspektivy se nám zdá velice pravděpodobné, že některé keramické látky budou moci být využívány jako konstrukční materiály s dostatečnou houževnatostí pro namáhané součásti nejen za vysokých, ale i za nízkých teplot a že svými mechanickými i ostatními vlastnostmi předčí tradiční kovové slitiny.

7.2. MATERIÁLY ZPEVNĚNÉ VLÁKNY — KOMPOZITY

Jak jsme se zmínili v § 4, nejvyšších pevností, blízkých σ_{PDK} , by bylo možno dosáhnout, kdyby celá součást byly tvořena bezdislokačním monokrystalem bez trhlin. Snaha o provozní bezpečnost vyústila ve vývoj kompozitů, to je materiálů ze dvou složek: vláken V o vysoké pevnosti zabudovaných do houževnaté matrice M . Účelem matrice je přenášet zatížení na vlákna a oddělením vláken od sebe bránit šíření trhliny, když jedno nebo několik vláken praskne. Jednoduchý rozbor vede k výsledku, že vlákna budou zatěžována až k maximu své pevnosti, je-li jejich štíhlost $S = L/D$ (kde L je délka a D průměr vlákna) větší než kritická hodnota S_k závislá na vlastnostech V , M a na teplotě; pro vyšší teploty je třeba větší štíhlosti. Pro dostatečné štíhlosti je pak pevnost kompozitu $\sigma_P \approx v\sigma_{PV}$, kde v je relativní objemové plnění vláknů a σ_{PV} je pevnost samotných vláken. Pro významnější zpevnění matrice je třeba plnění v větší než 0,1, pro zabránění styku vláken $v < 0,8$. Pro realistickou hodnotu $v \approx 0,5$ je tedy možno získat *kompozit s pevností rovnou polovině pevnosti vláken*.

Všimněme si, že nejde o princip zcela nový, využívá se ho již dlouho ve sklolaminátech, tj. umělých hmotách vyztužených vlákny. Jistá převratnost vývoje kompozitů je v použití houževnaté kovové matrice a volbě optimálních vláken.

V případě, že je užito tenkých monokrystalických vláken s pevností blízkou σ_{PK} , bude kompozit při plnění $v \approx 0,5$ provozně bezpečným materiálem s pevností řádově $0,5 \sigma_{PK}$. Materiály tohoto typu; např. vlákna saříru (Al_2O_3) v matrici niobu, byly již ve tvaru malých vzorků vyvinuty a představují vrchol současných konstrukčních materiálů s vysokou pevností i při vysokých teplotách; jsou však dosud příliš drahé. V leteckém průmyslu se již používá hliníkových slitin vyztužených křemennými nebo grafitovými vlákny. I když pevnost těchto vláken je ještě značně menší než pevnost teoretická, představují takové kompozity zatím nejpevnější „hliníkové slitiny“.

Oddělená výroba vláken a jejich spojování s matricí, tedy jakési přenesení *textilních metod* do metalurgie a strojírenství, je přece jen dosti složité a drahé. Velmi atraktivní je proto *přímá výroba* kompozitů vhodným zpracováním dvoufázových slitin, jehož účelem je protažení a srovnání částic fáze V s vysokou pevností v tvárné matrici M , tedy výroba „whiskerů“ přímo ve slitině. Při dosažení nadkritické štíhlosti vláken se pevnost kompozitu zvýší několikrát. Jsou zkoušeny různé způsoby zpracování v tekutém stavu (usměrněná krystalizace, zónové přetavování) i v pevném stavu (rekrystalizace, protlačování, různé kombinace mechanického a tepelného zpracování) [11]. Při přípravě výchozího materiálu např. metodami práškové metalurgie je možno za fázi V volit vysoce pevné keramické látky, které mohou být křehké (karbidy, nitridy i kysličníky kovů).

Kompozity jsou již v etapě technického vývoje a zavádění do praxe a řeší tak prakticky možnost využití teoretické pevnosti; té se ovšem dosahuje pouze ve vláknech, kdežto průměrná pevnost kompozitu je menší.

Kompozity mají i některé vlastnosti nevýhodné, jako je výrazná anizotropie jejich vlastností, obtížné spojování svářením, obtížné opracování a vyšší cena. V budoucnu je proto možno očekávat jejich rozšíření pro řadu speciálních účelů, nikoliv však využití univerzální.

7.3. AMORFNÍ LÁTKY

Jedním z důvodů snížení pevnosti krystalických látek je snadná pohyblivost dislokací mřížkou. U téměř dokonalých krystalů se dosahuje zvýšení pevnosti odstraněním dislokací z mřížky. Další možností je „odstranění“ *krystalové mřížky* samotné, tj. užití amorfních látek.

Jak jsme naznačili v § 3, je teoretická pevnost závislá spíše na meziiontových vzdálenostech než na naprosté pravidelnosti krystalové mřížky a je možno očekávat velikou pevnost i v amorfním stavu, který je zpravidla stavem metastabilním a který je možno u většiny látek získat např. rychlým ochlazením z kapalného stavu. Má-li mít amorfní látka vysokou pevnost, nesmí ovšem obsahovat poruchy podstatně větší než atomové rozměry. U běžných skel jsou příčinou malé pevnosti v tahu mikrotrhliny, zvláště na povrchu. Vhodným zpracováním povrchu lze pevnost skel zvýšit, prakticky na několik GPa. Tenkých tažených skleněných vláken, zvláště z křemenného skla, se proto používá jako vláken v některých kompozitech.

Zajímavým novým materiálem jsou *kovová skla* [12]. Některé kovové slitiny se podařilo rychlým ochlazením (rychlostí chlazení řádově 10^5 stupňů/s) připravit v amorfním, skelném stavu, např. slitiny o složení $Ni_{36}Fe_{32}Cr_{14}P_{12}B_6$ a $Fe_{80}Pd_{13}C_7$, různé slitiny Co s P a další. Zachovávají obvyklé vlastnosti kovů, jako vysokou elektrickou a tepelnou vodivost, a mají i zajímavé vlastnosti feromagnetické. Jejich mechanické vlastnosti jsou vynikající, mají pevnost v tahu kolem 2 GPa a přitom jsou houževnaté.

Hlavní nevýhodou je zatím to, že při potřebné vysoké rychlosti ochlazování (při stříkání proudu taveniny mezi chlazené rotující válce) lze zatím připravovat materiál pouze ve tvaru pásků do tloušťky 0,1 mm. Prakticky se již těchto materiálů využívá jako výztuže pneumatik.

Vývoj kovových skel je v samých počátcích a je možné, že povede k přípravě materiálů s pevnostmi blízkými pevnostem teoretickým.

7.4. DALŠÍ MATERIÁLY

Další rozsáhlou technicky významnou skupinou látek jsou látky makromolekulární (zvané často polymery nebo plastické hmoty), tvořené protáhlými molekulami s příčnými vazbami. Dosud naměřené maximální pevnosti v tahu vláken a lan (např. z nylonu) jsou řádu 0,5 až 1 GPa (tj. vyrovnají se běžné oceli); odhady teoretické pevnosti zatím však chybějí.

Zajímavá je problematika pevnosti biologických materiálů, rostlinných a živočišných. Makroskopické vzorky (např. dřeva) vykazují vzhledem k vláknité struktuře silnou anizotropii mechanických vlastností s maximálními hodnotami pevnosti kolem 0,2 GPa. Jednotlivá vlákna mají však pevnosti vyšší, až 1 GPa. Z živočišných produktů mají nejvyšší pevnost pavoučí vlákna, složením blízká polymerům. Jejich pevnost $\sigma_p \approx 0,5$ GPa je stejného řádu jako pevnost polymerových vláken vyráběných průmyslově.

8. Závěr

Z teoretické analýzy plyne, že každá pevná látka má mez mechanické pevnosti, která závisí na jejím chemickém složení a na struktuře; vyskytuje-li se látka v různých modifikacích (např. s různou krystalografickou strukturou), pak je mez pevnosti pro různé modifikace obecně různá. Tato tzv. *teoretická pevnost závisí na průběhu vazbových sil a při určitém chemickém složení a struktuře pevné látky ji nemůžeme principiálně ovlivnit a přesáhnout*. Pevnost reálných pevných látek s poruchami je proto menší; při vhodné technologii je však možno se této teoretické pevnosti prakticky přiblížit.

Všimněme si, jaké jsou další rezervy v dosahování co nejvyšších napětí v pevných látkách bez poruch.

Zatím jsme mluvili pouze o tahovém namáhání, neboť z hlediska porušení je nejnebezpečnější. Jistá rezerva je v anizotropii teoretické pevnosti v tahu v krystalických látkách. Např. uhlík v modifikaci diamantu s krychlovou mřížkou a silnými kovalentními vazbami má teoretickou pevnost řádu 100 GPa poměrně málo anizotropní, naproti tomu v modifikaci grafitu s hexagonální mřížkou je pevnost silně anizotropní. Zatímco v bazálních rovinách má uhlík kovalentní vazbu a pevnost řádově rovněž 100 GPa, jsou vazby napříč bazálních rovin mnohem slabší, s kovovým charakterem, a pevnost ve směru kolmém k bazálním rovinám je řádově menší. Polykrystalický grafit má proto malou pevnost, avšak grafitová vlákna, vyráběná grafitizací polymerů, mají vzhledem k výrazné textuře vysokou pevnost a jsou vynikajícími vlákny do kompozitů.

Existuje řada dalších materiálů, u nichž se teoretická pevnost řádově odhaduje na 100 GPa (různé karbidy, boridy i nitridy), a není možno vyloučit, že se podaří vyrobit další sloučeniny s teoretickými pevnostmi ještě většími.

Další rezerva je ve způsobu namáhání. Mnohem větší je pevnost při všestranném tlaku, kdy nemohou působit obvyklé mechanismy porušování (nejen nevznikají trhliny, ale ani nedochází k plastické deformaci, neboť smyková napětí jsou nulová) a může dojít pouze k vynuceným fázovým transformacím a ke vzniku nestabilních a někdy i nových metastabilních fází.

Idea teoretické pevnosti, překvapivě teprve nedávna, má velký význam i v samotné fyzice. Fyzika pevných látek dostala nový impuls ke studiu mechanických vlastností dokonalé mřížky (které bylo po desetiletí zatlačeno do pozadí studiem mřížkových po-

ruh) a k dalšímu rozvoji teorie koheze. Uspokojivá fyzikální teorie „teoretické pevnosti“ dosud neexistuje a všechny údaje o ní jsou založeny na hrubých a velice zjednodušujících odhadech.

Teoretická pevnost není pouze limitou, ke které se můžeme přiblížit u téměř dokonalých krystalů. Běžně se dosahuje i v současných reálných materiálech, ovšem pouze lokálně v malém objemu, např. na čele křehkých trhlin, na čele nakupení dislokací, při koncentraci napětí v okolí různých nehomogenit atd.

Odkrytí teoretické pevnosti a důkaz toho, že potenciální pevnost materiálů je o jeden až dva řády větší než pevnost nynějších technických materiálů, a současně odkrytí cest, jakými je možno přibližovat se teoretické pevnosti, má ovšem velký význam *pro praxi*.

Nicméně místo vylíčení lákavých perspektiv, které taková představa nabízí dalšímu rozvoji techniky, připojíme na závěr raději několik střizlivých poznámek.

U většiny technických konstrukcí není vysoká statická pevnost jejich součástí hlavním požadavkem a často ustupuje do pozadí za požadavky jinými. Z mechanických vlastností je na prvním místě provozní *spolehlivost*, projevující se např. odolností proti tečení za vysokých teplot, odolností proti šíření trhlin, odolností proti únavě materiálů, dále možnost zpracování a spojování materiálu; z ostatních vlastností např. velká nebo jinde malá váha, vhodné vlastnosti tepelné, chemické, elektrické a magnetické. Velice důležité jsou ovšem i faktory ekonomické, zejména nízká cena, dlouhá životnost a návratnost surovin. Možnost podstatného zvýšení pevnosti je bezesporu velice lákavá, vedla by k úspoře materiálů a umožnila by některá zcela nová technická řešení, nelze ji však odtrhnout od celého komplexu technické a ekonomické problematiky. Mohli bychom již nyní říci, že z fyzikálního hlediska je v podstatě problém materiálů s vysokou pevností vyřešen: pro většinu aplikací by byl jistě výhodný např. kompozit niobu se safírovými vlákny; takové řešení by však bylo pro naprostou většinu aplikací nesmyslně drahé.

Předpokládáme proto, že materiály s pevnostmi blízkými teoretické pevnosti se budou postupně využívat pouze pro speciální účely, kde spotřeba materiálu je malá a vysoká cena zdůvodnitelná. Převážná část technických projektů bude ještě po dlouhou dobu vycházet z postupně zlepšovaných kovových materiálů se stoupajícím podílem polymerů, materiálů keramických i jejich kompozitů.

Literatura

- [1] *The physics of metals 1-Electrons* (vydavatel J. M. ZIMAN). Cambridge, Cambridge University Press 1969.
- [2] KELLY, A.: *Strong solids*. Oxford, Clarendon Press 1966.
- [3] NADGORNYY, E. M., OSIPJAN, JU. A., PERKAS, M. D., ROZENBERG, V. M.: *Nitevidnyje kristally s pročnostju blizkoj k teoretičeskoj*. Uspechy fiz. nauk 67 (1959), 625—662.
- [4] GILMAN, J. J.: *The strength of ceramic crystals*, ve sborníku *Physics and chemistry of ceramics* (vydavatel S. KLINGSBERG). New York, Gordon and Breach 1963, 240—273.
- [5] NABARRO, F. R. N.: *Theory of crystal dislocations*. Oxford, Clarendon Press 1968.

- [6] FRIEDEL, J.: *Dislocations*. Oxford, Pergamon Press 1964.
- [7] MC CLINTOCK, F. A., ARGON, A. S.: *Mechanical behaviour of materials*. Reading, Addison-Wesley Publ. 1966.
- [8] *Fracture* (vydavatel H. LIEBOWITZ), svazek 1 až 7. New York, Academic Press 1968—1972.
- [9] REGEL, V. R., SLUCKER, A. I., TOMAŠEVSKIJ, E. J.: *Kinetičeskaja priroda pročnosti tvrdých tel.* Moskva, Nauka 1974.
- [10] SODOMKA, L.: *Pevnost materiálu*. Pokroky mat. fyz. a astr. 17 (1972), 331—339.
- [11] *Modern composite materials* (vydavatelé L. J. BROUTMAN a R. H. KROCK). Reading, Addison-Wesley Publ. 1967.
- [12] GILMAN, J. J.: *Kovová skla*. Čs. čas. fyz. A26 (1976), 368—378.

Šrínivása Rámanudžan a svět krásných formulí

Jiří Fiala, Praha

Začátkem roku 1913 dostal už tehdy slavný anglický matematik G. H. HARDY dopis, datovaný v Madrásu 16. ledna 1913:

Vážený pane,

dovoluji si představit se Vám: jsem úředníkem v účtárně v přístavu v Madrásu a můj roční plat činí pouze dvacet liber. Je mi 23 let. Nemám univerzitní vzdělání, avšak prošel jsem základními školami. Když jsem opustil školu, věnoval jsem veškerý svůj volný čas práci v matematice. Nenastoupil jsem obvyklý směr jako na univerzitách, nýbrž jsem si našel svou vlastní cestu. Zabýval jsem se speciálními výzkumy divergentních řad a výsledky, kterých jsem dosáhl, byly označeny místními matematiky jako „překvapující“. (...)

*Nedávno jsem našel ve Vaší knize *Orders of Infinity* na str. 36 tvrzení, že dosud nebyl nalezen žádný určitý výraz pro počet prvočísel menších než zadané číslo. Nalezl jsem výraz, který velmi přesně aproximuje skutečný počet, přičemž je chyba zanedbatelná. Dovoluji si Vás požádat o prohlédnutí připojených listů. Jsem chudý a kdybyste našel v nich něco cenného, rád bych to publikoval. (...) Protože jsem nezkušený, velmi ocením každou Vaši radu. Prosím za prominutí, že Vás obtěžuji.*

Váš Šrínivása Rámanudžan.