F. Hradecký

Ještě k jedné konferenci o modernizaci vyučování matematice na středních školách

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 14 (1969), No. 1, 44--49

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/139212

[7] DODD, J. G.: *Contemporary Physics I and II.* Amer. Jour. of Phys., *34,* 1966, č. 1, s. 39—41.
[8] PORTIS, A. M.: *Electrons, Photons and Students.* The Phys. Teacher, *4,* 1966, č. 6, s. 266—270.
[9] *The Berkeley Physics Course.* Berkeley Physics Laboratory. Mc Graw-Hill Book Comp., New York, 1964—1967.
[10] *Harvard Project Physics.* A Progress Report. The Phys. Teacher, *5,* 1967, č. 5, s. 198—211.
[11] *Nuffield Foundation Science Teaching Project.* London, 1967.
[12] *Physics* (Physical Science Study Committee). D. C. Heath and Comp., Boston, 1960.
[13] FEYNMAN, R. P. - LEIGHTON, R. B. - SANDS, M.: *The Feynman Lectures on Physics.* Addison-Wesley Publishing Comp., Massachusetts, Paolo Alto, London, 1963.

JEŠTĚ K JEDNÉ KONFERENCI O MODERNIZACI VYUČOVÁNÍ MATEMATICE NA STŘEDNÍCH ŠKOLÁCH

FRANTIŠEK HRADECKÝ, Praha

V létě r. 1965 se konala v Echternachu v Lucembursku konference *Mezinárodního sdružení pro vyučování matematice* (CIEM), jejímž hlavním obsahem bylo uplatnění současné matematiky ve vyučování na školách 2. st. Konference se zúčastnila řada vynikajících matematiků ze západních evropských zemí. Jejich referáty byly uveřejněny v r. 1966 ve *Sborníku,* který vyšel ve spolupráci Institutu Grand-Ducal a Sekce přírodních věd v Lucembursku. Poněvadž o této významné konferenci se v tomto časopise dosud nereferovalo, podávám stručný obsah jednotlivých přednášek.

V úvodní přednášce „*Les répercussions de la recherche mathématique sur l'enseignement*" se zabýval prof. H. BEHNKE z Münsteru otázkami, které se týkají badatelského výzkumu a vědeckých pracovníků, postavení matematiky na vysokých školách a na školách středních, přípravy budoucích učitelů na universitách, mentality posluchačů, jejichž zájem se soustřeďuje především na problémy současné matematiky, zatímco učitelé na školách středních setrvávají na tradičním pojetí vyučování matematice a jen těžko přejímají myšlenky současných modernizačních pokusů. Zdůvodnil nutnost většího sepjetí mezi vysokými a středními školami. Universitní profesoři by se měli v mnohem větší míře než dosud zajímat o vyučování na středních školách. Pro učitelské povolání je nutno získávat nejlepší posluchače, neboť učitel, který je odborně i pedagogicky na výši, má daleko širší a hlubší vliv na výchovu matematického dorostu než matematik specialista v průmyslu nebo administrativě. Nejlepší posluchači mají do škol 2. stupně, tj. našich všeobecně vzdělávacích škol, vnášet nového ducha současné matematiky a aktivně se podílet na modernizaci vyučování matematice na těchto školách.

Prof. C. BRÉARD z Paříže přednesl obsáhlý referát: „*Pour une conception global de l'enseignement mathématique*", v němž podrobně vyložil zásady a obsah vyučování na francouzských středních školách. Vyučování matematice již od nejnižších tříd spočívá na množinovém základě. S vlastní teorií množin se však seznamují žáci 11 – 12letí v 1. cyklu (cycle d'observation) škol 2. st. Důležitou úlohu na tomto stupni má geometrie, jež je propedeutikou pro další dvě třídy (cycle d'orientation), v nichž se žáci seznamují s reálnými čísly, s vektory, se zobrazeními a dalšími abstrakcemi. Jestliže v 1. cyklu převažuje postup induktivní, pak v tomto druhém cyklu převažuje dedukce. Vyšší cyklus škol 2. cyklu je tříletý (odpovídá naší SVVŠ) a žáci získávají poznatky o matematických strukturách, vektorovém prostoru včetně skalárního součinu i jeho aplikací a poznávají přednosti axiomatizace pro ekonomii myšlení. Je třeba podstatně změnit i metodu vyučovací, aby střední škola vychovávala tak, aby žáci dovedli svých znalostí správně používat, a neprodukovala jen „akrobaty pro matematický cirkus"!

Jednu z nejzajímavějších přednášek přednesl prof. H. STEINER z Münsteru: „*Verschiedene Aspecte der axiomatischen Methode im Unterricht*". Nejprve vysvětlil podstatu axiomatické metody a pak se podrobně zabýval 1. *konkrétní axiomatikou,* v níž příslušné pojmy mají konkrétní obsah, 2. *abstraktní axiomatikou,* v níž příslušné pojmy dostávají určitý obsah teprve uvnitř jistého modelu, 3. *formální axiomatikou,* na niž se váží různé kalkuly a která se znamenitě uplatnila při důkazu bezespornosti axiomatických systémů a především v matematické logice. Podrobně se zabýval možností využití axiomatické metody ve vyučování matematice. Domnívá se, že žáci nejvyšších tříd střední školy (Oberschule) se mohou dobře seznámit s axiomatikou ve smyslu Hilbertově a naučit se interpretovat axiomatické soustavy na různých modelech. Velmi důležité je, aby se žáci naučili *matematizovat dané situace.* Na příkladech, které se týkaly jisté společensko-politické situace (hlasování v různých komisích, Radě bezpečnosti apod., tvoření koalicí), ukázal, jak se na základě pozorování dochází nejprve k jistým hypotézám, jak se logickou cestou z nich odvozují poučky, jak se zavádějí definice pojmů a dokazuje jejich ekvivalence; nakonec uvedl, jak se buduje axiomaticky soustava vět týkající se projednávahého oboru. Tato zajímavá partie vyniká metodickým zpracováním a patří k nejlepším v tomto sborníku.

Prof. A. KIRSCH z Giesenu ve své přednášce „*Zur axiomatischen Behandlung der natürlichen Zahlen im Unterricht*" provedl nejprve kritiku soustavy Peanových axiomů z hlediska možnosti jejího zavedení ve vyučování na střední škole. Z hlediska metodického je vhodnější vycházet ze soustavy 12 axiómů, jimiž se zavádí pojem kardinálního čísla (podle H. LENZE: *Grundlagen der Elementarmathematik*). Tato soustava je obsažnější, zahrnuje jako axiomy i sčítání a násobení, ale není nezávislá. Ukázal, jak z této soustavy lze redukcí a zavedením příslušných definic (následovník) dospět k soustavě Peanově. Tím se žáci lépe seznámí s axiomatickým myšlením a procesem axiomatizace.

K axiomatice geometrie se pojila přednáška „*Axiomatisations et géometrie élementaires*" prof. W. SERVAISE (Morlanelz – Belgie). Poskytla podrobný obraz, jak si belgičtí učitelé představují probírání geometrie v 1. – 3. třídě (žáci 12 – 14letí) střední školy. Více než dvacetileté zkušenosti ukazují, že cesta, kterou nastoupili, se osvědčila.

Žáci již na tomto stupni se seznamují korektním způsobem s pojmem reálného čísla, a to prostřednictvím geometrického modelu přímky, s deduktivním usuzováním, s geometrickými objekty a jejich vlastnostmi, zvláště vlastnostmi grupovými, se skládáním zobrazení apod. Výklad geometrie se opírá o základní poznatky teorie množin, relací a operací a 16 axiómů, které se zavádějí postupně podle probírané látky. Nezapomíná se na různé interpretace soustavy axiómů na různých modelech. Z hlediska metodického je vhodné žáky seznamovat nejprve s geometrií afinní, která umožňuje cestou co nejkratší dospět k pojmu vektoru, který je jedním z nejdůležitějších pojmů současné matematiky. Na základě této přípravy získávají žáci znalosti, které jim umožní, aby se ve vyšších třídách mohli uvědoměle seznámit s axiomatickým zavedením vektorového prostoru.

Prof. A. REVUZ z Poitiers se domnívá ve svém příspěvku „*Il faut mettre l'accent dèsque possible sur la notion de morphisme*", že pojem matematické (algebraické) struktury si již dnes vydobyl místo ve vyučování na střední škole a že je třeba do vyučování zavést i jiné pojmy současné matematiky, a to především pojem „morfismu". Jde tu především o využití myšlenek, které vedly ke zrodu tohoto důležitého pojmu ve vyučování. Uvedl definici morfismu jako spojitého zobrazení jistých struktur a ukázal, že zobrazení vyjádřené jednoduchými funkcemi jsou morfismy. Domnívá se, že takové nové pojmy je třeba do vyučování zavádět postupně a pokud možno nejdříve.

Prof. CH. PISOT z Paříže ve svém referátu „*Introduction par la théorie des nombres aux notions de groupe, d'anneau et de corps*" uvedl řadu příkladů ze školské matematiky k objasnění pojmu grupy, okruhu a tělesa, s nimiž se seznamují žáci nejvyšších tříd francouzských škol 2. st. Domnívá se, že elementární teorie čísel, s jejímiž základními pojmy se žáci seznamují již od nejnižších tříd, se nejlépe hodí k tomu, aby se jejím prostřednictvím seznamovali s uvedenými pojmy současné matematiky.

Prof. G. PAPY z Bruselu sdělil ve své přednášce „*Le vectoriel euclidien plan dans l'enseignement*" zkušenosti, které získali belgičtí matematikové (a on sám) při vyučování matematice na škole 2. st. Zdůraznil, že současná matematika se musí stát obsahem střední školy. Je nutno učit žáky matematizovat situace. Osnovy musí obsahovat množiny, relace, grafy, grupy, vektorové prostory včetně skalárního součinu a začátky infinitezimálního počtu.

Charakteristickým znakem moderní matematiky jsou *vektorové prostory*, které mají uplatnění v mnoha oblastech matematiky. Tradiční vyučování žáků ve věku do 15 let brání duchu moderní matematiky, proto je třeba od základu změnit obsah i vyučovací metody na střední škole. Uvedl pak podrobný plán pro belgické třídy 6.–3., tj. pro žáky 12–17leté.

Úlohu lineární algebry ve své přednášce „*Rôle de l'algèbre linéaire dans les mathématiques modernes*" vyzdvihl prof. J. DIEDONNÉ z Nizzy. Zabýval se nejprve problematikou modernizace vyučování matematice na školách 2. st. a rozebral příčiny nevhodné a nedostatečné přípravy žáků pro studium na vysokých školách. Domnívá se, že lineární algebře náleží v osnově matematiky přední místo. V obsáhlé přednášce seznámil přítomné s různými stupni výkladů lineární algebry a podal informativní přehled o oblastech matematiky, v nichž se uplatňuje lineární algebra a vektorové prostory. Nakonec se vrátil k otázce tradiční geometrie, kdysi kvetoucímu odvětví matematiky, které dnes ztratilo svůj význam. Nikdo nemůže matematikům zazlívat, že opouštějí problémy, které vyžadují zvláštních přístupů, a věnují se řešení otevřených problémů i objevování obecných metod. Také na středních školách je nutno dávat přednost těm odvětvím matematiky, která jsou nebo budou pro studium na universitách i v praxi nepostradatelná.

Prof. G. PIECKERT z Giesenu ve svém příspěvku „*Bilinearformen und Kegelschnitte*" ukázal, jak si představuje probírání kuželoseček v rámci modernizovaného vyučování. Řekl, že je neúnosné, aby se žáci učili lineární algebře, vektorům atd. a přitom, aby se učili analytické geometrii tradičním způsobem. Budou-li žáci seznámeni s pojmem vektorového prostoru nad tělesem R, s pojmem závislosti a nezávislosti vektorů, je možno studovat kuželosečky na podkladě vektorovém. Skalární součin je možno zavést pomocí jistých bilineárních forem pro vektory a na jejich základě odvodit jednak jisté formy lineární a formy kvadratické, které jsou podkladem pro studium kuželoseček. Vhodnou volbou báze vektorového prostoru dimenze 2 lze dosáhnout značného zjednodušení kvadratických forem a tím i rovnic kuželoseček. Nejprve se studují vlastnosti afinní a po zavedení ortonormální báze i vlastnosti metrické. Bude otázkou experimentálního průzkumu, zdali tento navržený postup je pro střední školu vhodný.

Prof. A. DELESSERT (Lausanne) sdělil ve svém referátu „*Existe-t-il des présentations de la géometrie euclidienne essentielment distincts?*" zkušenosti získané při vyučování geometrie v kantonu Vaud ve Švýcarsku. Uvedl, že eukleidovskou geometrii je možno korektně vykládat na podkladě a) soustavy axiómů Hilbertových apod., b) vektorového prostoru dimense 2 nad tělesem R (se skalárním součinem), c) na základě soustavy 7 axiómů charakterizujících grupu shodností v eukleidovské rovině, které v přednášce uvedl. Potom podrobil kritice tyto možnosti výkladů z různých hledisek uplatnění pozorování (popisu reality), logického uspořádání a přesnosti výkladu, úlohy trojúhelníka, uplatnění transformačního hlediska, přístupnosti schopností žáků, uplatnění matematických struktur (grupy a vektorové prostory) aj. Eventuality b) a c) mají řadu předností před eventualitou a). Jako nutný důsledek svého rozboru uvedl, že budoucí učitelé musí být důkladně vzděláváni v současné matematice, aby byli schopni poznávat a kriticky hodnotit různé možnosti výkladů a ve svých hodinách dovedli správně uplatňovat prvky současné matematiky.

Zavedení reálných čísel se týkal příspěvek „*Une approche géometrique des nombre réels*" prof. P. DEBBAUTA z Arlonu. Korektní zavedení reálných čísel pro 13leté žáky stále budí pozornost odborníků. V přednášce uvedl podrobný postup, který se osvědčil na belgických školách. K pojmu reálného čísla se dochází pomocí geometrického modelu stupňované přímky, na níž k určitému bodu X vzhledem k danému počátku O a jednotkovému bodu přísluší na základě Archimedova axiómu a axiómu spojitosti právě jedna souřadnice, která představuje reálné číslo. Přitom se využívá posloupností do sebe zařazených intervalů, které vzniknou půlením daného intervalu, který obsahuje bod X. Operace sčítání a násobení reálných čísel se uvádějí užitím ekvipolentních úseček a užitím homotetie.

Prof. G. CHOQUET z Paříže ve své přednášce „*L'analyse dans l'enseignement du seconde degré*" objasnil úlohu analýzy, která je „křižovatkou různých matematických struktur" ve vyučování na střední škole.

V úvodu své přednášky sdělil, že největším nepřítelem pro rozvíjení tvůrčího ducha žáků je dogmatismus jejich učitelů. Učitel musí umět vyvolat zájem žáků vhodně volenými problémy, které vedou k odhalování nových poznatků. Psychologická stránka se nesmí při vyučování zanedbávat. Výchova žáků by měla procházet těmito stupni: 1. pozorováním, 2. matematizací, 3. deduktivním usuzováním, 4. aplikací získaných poznatků. Pro rozumové učení je nejvhodnější doba mezi 10 – 15 lety, kdy učitelé musí žákům nejvíce pomáhat a radit. Velikou důležitost přikládá experimentování v matematice. Uvedl, jaké předpoklady a znalosti musí mít žák, aby mohl sledovat přednášky z analýzy (teorie množin, vektorová algebra, geometrie, základy topologie, korektní zavedení reálných čísel, konvergence řad, pojem zobrazení (funkce) aj.). Stručně pak uvedl obsah kursu analýzy pro střední školy s příslušnými připomínkami k jednotlivým heslům.

„*Ontologie mathématique et algoritmes*" byly obsahem obšírného referátu prof. J. DE SIEBENTHALA z Lausanne. Nejprve vysvětlil, co je třeba rozumět pod pojmem přístup algoritmický a přístup ontologický. V prvém případě jde o přesný proces vytváření matematických pojmů, o strukturu, o logické zavedení pojmů. V druhém případě pak jde o názorné zavedení, o konkretizaci na modelech, o prokázání existence apod. Stránka ontologická je neoddělitelná od stránky algoritmické, obě se navzájem doplňují. Na četných příkladech z nejrůznějších oblastí matematiky pak ukázal, jak je třeba chápat obě tyto stránky. Ontologická stránka souvisí s geometrizací algebraických vztahů. V tomto smyslu ocenil i význam deskriptivní geometrie, která ztratila svůj někdejší význam, a která může na poli ontologickém najít nové uplatnění. „Matematika, toť symfonie, v níž psané noty představují aspekt algoritmický a hudba citlivě podle not hraná aspekt ontologický."

Počtu pravděpodobnosti a statistiky se týkaly příspěvky prof. L. N. BUNTA z Utrechtu „*Methoden für den Unterricht in Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik*" a prof. A. ENGELA ze Stuttgartu „*Mathematische Forschung und Didaktik der Wahrscheinlichkeitstheorie*".

V prvém příspěvku uvedl prof. Bunt osnovu, podle níž se vyučují žáci 17 – 18letí na humanitních gymnasiích v Holandsku. Hovořil o 3 možnostech zavedení počtu pravděpodobnosti. Kritizoval klasickou definici pravděpodobnosti (à priori), jejíž nevýhody uvedl jako motivaci pro zavedení pravděpodobnosti statistické (empirické). Další možností je vybudování počtu pravděpodobnosti na základě axiomatickém.

Ve všech třech případech ukázal, jak je třeba postupovat ve školním vyučování. Značnou důležitost přikládá provádění testování hypotéz na určité úrovni významnosti, na základě jistého počtu provedených zkoušek, přičemž se výhodně užívá nomogramů. Vyvrcholením tohoto kursu je seznámení žáků s normálním rozdělením četností a normální křivkou četností, k níž se dochází studiem a zobecněním histogramů opakovaných pokusů.

Prof. A. ENGEL pak v posledním příspěvku sděluje zkušenosti z Německé spolkové republiky, které se týkají zavedení propedeutiky počtu pravděpodobnosti již pro žáky 5. – 7. post. ročníku. Poněvadž žáci v 5. třídě dosud neprobírali zlomky, je tento úvod spíše seznámením s některými pojmy počtu pravděpodobnosti a využíváním základních pojmů teorie množin při určování počtu případů příznivých a počtu případů možných, prováděním náhodného výběru, seznámením se s vlastnostmi Pascalova trojúhelníku a řady úloh kombinatorického charakteru. Žáci při vyučování experimentují, házejí kostkou nebo mincí a výsledky svých pokusů pak využívají při probírání další látky. Jakmile se ve třídě 6. a 7. seznámí se zlomky a rovnicemi, vypočítávají pravděpodobnosti náhodných jevů, jejich střední hodnoty apod. Výsledky získané na základě provedených pokusů pak porovnávají s výsledky získanými výpočtem. Na řadě zajímavých úloh a her ukázal, jak se při výpočtech vhodně využívá orientovaných a neorientovaných grafů. Tím se žáci „naivním způsobem" seznámí s řadou důležitých pojmů, poznávají i význam experimentování a dosažených výsledků na základě dostatečně velkého počtu provedených pokusů. Na tuto propedeutiku pak navazuje ve vyšších třídách exaktní teorie počtu pravděpodobnosti.

Sborník má celkem 288 stran a obsahuje vedle zmíněných referátů množství literatury týkající se modernizace vyučování matematice na středních školách.

PROGRAMOVANÉ UČENÍ VE FYZICE

ANTONÍN SVOBODA, Praha

Vyučování fyzice v celosvětovém měřítku stojí před závažným problémem, jak se vyrovnat s rostoucím rozsahem obsahu fyziky, který je způsoben rychlým tempem jejího rozvoje v poválečné době a mezi časovými možnostmi, které má škola i žák. Potřeba vyřešit tento rozpor se projevuje ve snahách po modernizaci fyzikálního vyučování. Jednou z cest vedoucích k modernizaci je zavedení nové metody vyučování, která by byla ekonomičtější a vydatnější. Uvažuje se o aplikaci programovaného učení jako jednoho z možných prostředků. O programovaném učení již byla uveřejněna řada studií všeobecného rázu [1, 2, 3].