Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Milena Nečásková

K topologické úloze z čísla 2/88

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 34 (1989), No. 3, 175--178

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/139195

zvolí teoretický obor, práce se pak nedaří a zůstane u rozbitého koryta. Proto jsem si zvolil experimentální (optický) obor. A teprve po skončení MGU, v roce 1938, jsem se stal teoretikem. Podpora Igora Jevgeňjeviče byla pro mne v té době neocenitelná. A nyní se i já po jeho vzoru snažím podporovat mladé, věřit jim. A víte, za celý život se vyskytl jen jeden mizera, v ostatních jsem se nezklamal.

Co mládež potřebuje? Aby starší byli na výši, aby se mladí měli u koho učit i vědě, i chování. Jestliže není u koho se učit, jestliže není vědecké prostředí, tak ať vytvoříš mládeži jakkoliv rajské podmínky, ve většině případů z ní věda nebude mít žádný užitek. U nás před revolucí i po ní bylo ve fyzice u koho se učit. Tamm se například učil u Mandelštama. My — u Tamma. Příprava fyziků nemá být masová, sériová práce. Mladé lidi je třeba podporovat, a když už, tak jim alespoň nepřekážet.

Myslím, že přestavba se musí odrazit i v tom.

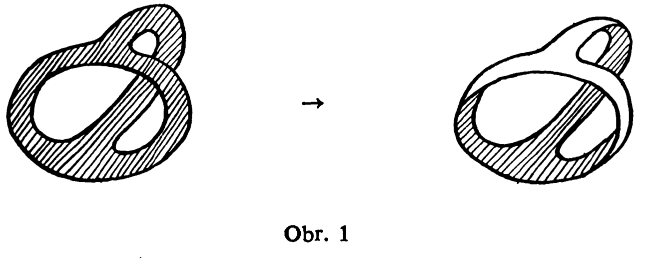
vyučování

Redakční poznámka

V čísle 2/1988 Pokroků jsme uveřejnili jistou topologickou úlohu (ze soutěže ISTAM) a v čísle 3/1988 (v rubrice Vyučování) její dvě vzorová řešení. V létě r. 1988 jsme dostali dopis od RNDr. Mileny Nečáskové, ve kterém autorka upozorňuje na údajné chyby ve vzorových řešeních. Věci jsou ovšem poněkud složitější a pokusíme se je zde vysvětlit.

Útvary, o které v úloze jde, lze chápat v trojím různém pojetí: buď jako trojrozměrná tělesa, nebo jako hraniční plochy trojrozměrných těles (právě tak to bylo myšleno i nakresleno v zadání), anebo konečně i jako rovinné útvary „vystřižené z papíru". Právě v tom posledním smyslu chápe úlohu M. Nečásková — a poněkud schematické nákresy ve vzorových řešeních k této třetí interpretaci skutečně vybízejí, což redakci uniklo. Jestliže se tedy budeme dívat na naše útvary jako na „vystřižené z papíru", je nutno nahradit obrázky 4 a 5 v prvním řešení tak, jak to navrhuje dr. Nečásková na náčrtku dole. Podobně je pak třeba upravit poslední obrázek ve druhém řešení (aby nedošlo k nedovolenému přetočení šrafovaného útvaru).

Ve svém dopise nám dr. M. Nečásková dodala také další náměty související s otištěnou úlohou spolu s návrhy obrázků. Požádali jsme autorku, aby své náměty zpracovala pro PMFA ve formě glosy a sympatické obrázky pro nás překreslila.



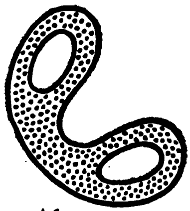
Obr. 1

K TOPOLOGICKÉ ÚLOZE Z PMFA 2/88

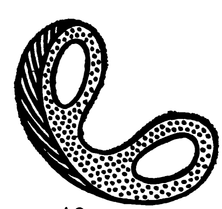
Milena Nečásková, Praha

Řešení úlohy o možnosti spojité transformace jednoho útvaru do druhého se nejsnadněji naznačí obrázky jednotlivých za sebou následujících fází takového přechodu. To může být přesvědčivé, i když při tom není zcela názorně vidět, proč to vůbec bylo možné. V této poznámce chci především podat jedno velmi názorné řešení, které dává odpověď nejen na otázku jak, ale také proč to jde. Dále chci ukázat, že je možno útvar znázornit tak, že výchozí i konečnou fázi na něm můžeme vidět při pohledu z různých úhlů.

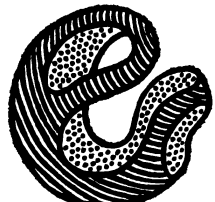
Jádrem úvahy je uvědomit si, že brýle mohou vzniknout buď vystřižením dvou otvorů (okulárů) do piškotovitého tvaru v rovině, nebo také vystřižením tří podobných otvorů do sféry (A1 – A3). Převodem je známá homotopie převádějící sféru s jedním otvorem na kruh. Na sféře jsou ovšem zmíněné tři otvory ekvivalentní; jeden z nich přitom při rozvinutí do roviny přejde na obrys brýlí, dva zbývající na okuláry. Je přitom jedno, který otvor za obrys zvolíme. Provlékneme-li dvěma z otvorů sféry obruč, dostaneme první situaci ze zadání úlohy, když za obrys zvolíme otvor, jímž obruč neprochází, a druhou, když zvolíme za obrys otvor, jímž obruč prochází. Obojí rozvinutí znázorňují obrázky (B1 – B6).



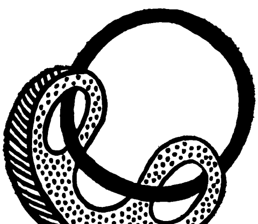
A1



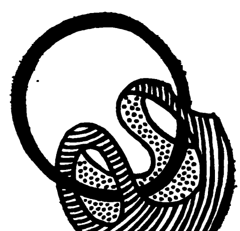
A2



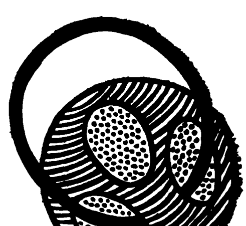
A3



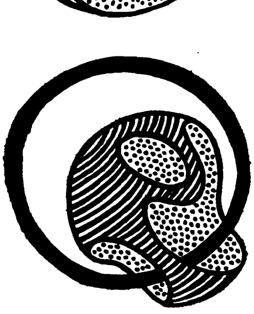
B1



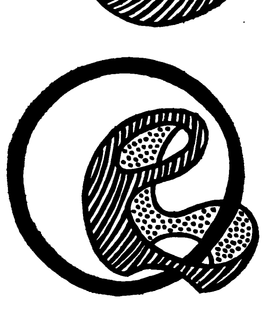
B2



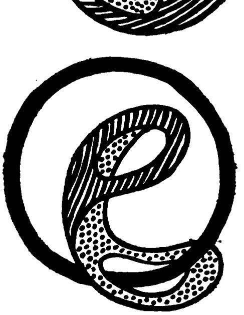
B3



B4



B5

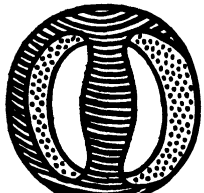


B6

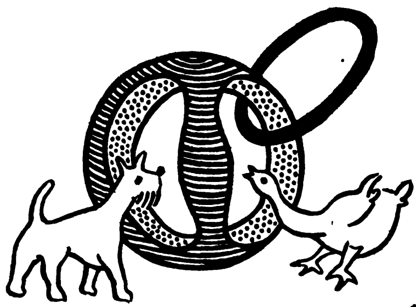
Ještě zajímavější mi připadá skutečnost, že sama sféra se třemi otvory (C1) může při vhodné projekci (když ze zorného pole zmizí vnější povrch sféry) vypadat jako brýle. Podívejme se, co vidí zvědavé štěně a husa z obr. D1. Jejich zrakové vjemy popisují po řadě obrázky D2, D3. Kdo nevěří, přesvědčí se, když strčí nos do podobné sféry (E2) s protaženou obručí, kterou lze snadno vyrobit slepením tří papírových pásků (E1) za vyznačené trojúhelníky. Jev je přesvědčivý již při měřítku pásků dlouhých asi 45 cm s provlečenou obručí o délce asi 60 cm.

Připustíme-li tedy jako zřejmé, že prostory na obr. D2, D3 zadávají ekvivalentní úlohu, odvodili jsme právě skutečně překvapivé řešení, a to, že hledanou homotopií může být identita (resp. otočení o $2/3\pi$), neboť oba obrázky znázorňují týž topologický prostor.

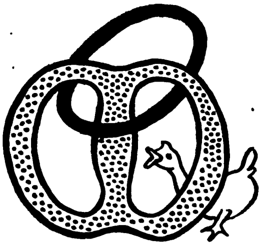
K relativně nezávislému řešení můžeme dojít také úvahou, že brýle mají tři jednoduché uzavřené okrajové křivky – jednu obvodovou a dvě kružnice okulárů. V zadání úlohy jsou vždy dvě z těchto křivek provlečeny obručí, třetí má polohu nezávislou. U jednoho obrázku zadání obruč prochází okuláry, u druhého jedním okulárem a obrysovou křivkou. Protože homotopií nelze druh polohy změnit, musíme k řešení dojít záměnou významu křivek



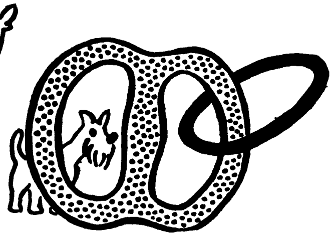
C1



D1

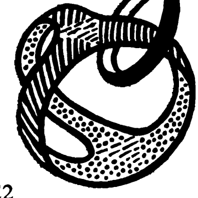


D2



D3

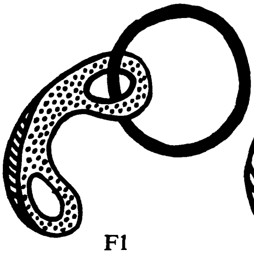
E1



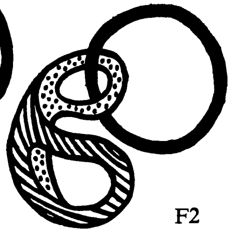
E2

To lze učinit obrácením brýlí naruby, jak to popisují obrázky F1 – F7. Toto řešení je v zásadě řešením M. Turce, kde je převrácení naruby skryto v přechodu mezi posledními dvěma fázemi obrázku.

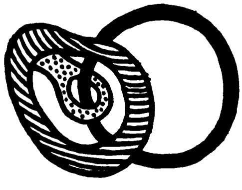
Děkuji redakci za zveřejnění úlohy, jejím řešením jsem strávila příjemné chvíle. Pokud mělo o úlohu zájem mnoho čtenářů, připomínám podobnou, asi také málo známou úlohu, zadanou kdysi Holandskou matematickou společností. Úkolem je opět převést homotopií prostor G1 na prostor G2. Ve výchozí poloze je duše od kola vložena do duše automobilové s vyříznutým malým otvorem. Jde o to převést je do polohy naznačené na obr. G2. Po zkušenostech s brýlemi každý očekává, že to nějak půjde, překvapením však může být, že úlohu lze řešit se zachováním velikosti otvoru ve vnější duši a že i k této úloze lze vyrobit naprosto názorný model z běžného materiálu.



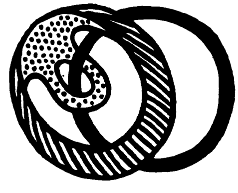
F1



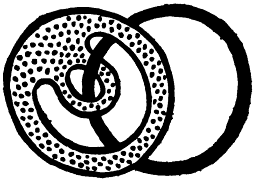
F2



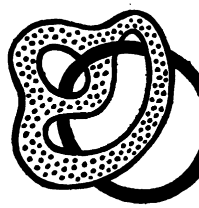
F3



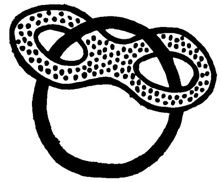
F4



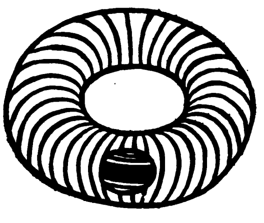
F5



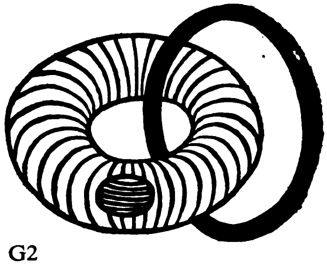
F6



F7



G1



G2

K VYUČOVÁNÍ MATEMATICE NA STŘEDNÍ ŠKOLE

Emil Calda, Praha

Před dávnými a dávnými léty, když jsem ještě studoval na gymnáziu, říkával náš pan profesor matematiky: Moc se nedivte, nebo z vás bude divoch! Tato slovní hříčka už nemá žádné uplatnění, neboť v dnešní škole se ničemu nediví nikdo. Dnes už totiž žádný student nad ničím nežasne, nic ho nepřekvapí a všechno je mu jasné, neboť prostřednictvím