[32] I. Dvořák, J. Šiška: *On some problems encountered in calculating the correlation dimension of EEK.* Phys. Lett. *A 118* (1986), 63.
[33] I. Dvořák, J. Šiška, J. Wackermann, L. Hrudová, C. Dostálek: *Evidence for interpretation of EEG as a deterministic chaotic process with a low dimension.* Activ. Nerv. Sup. *28* (1986), 229.
[34] A. V. Holden, M. A. Muhamad: *Chaotic activity in neural systems. Cybernetics and System Research*, R. Trappl (ed.), Elsevier, Amsterdam, 1984.
[35] K. Kébry, M. Conrad: *The enzymatic neuron as a reaction diffusion network of cyclic nucleotides.* Bull. Math. Biol. *14* (1984) 765.
[36] E. A. Liberman, S. V. Minima, O. L. Mjakotina, N. E. Sklovsky-Kordy, M. Conrad: *Neuron generator potentials evoked by intracellular injection of cyclic nucleotides and mechanical dystension.* Brain Res. *338* (1985), 33.
[37] I. Procaccia: Přednáška na jarní škole: Chaos and Order in Nonlinear Physical Systems.ICTP Terst, 1986.
[38] G. Mayer-Kress, F. E. Yates, L. Benton, M. Keidel, w. Tirsch, S. J. Pöpl: *Dimensiona analysis of nonlinear oscillations in brain, heart, and muscle.* Math. Biosci. *90* (1988) 155.
[39] A. Skarda, W. J. Freeman: *How brains make chaos in order to make sense of the world.* Behavioral and Brain Sciences, *10* (1987) 161.
[40] O. E. Rösler: *The chaotic hierarchy.* Z. Naturforschung *38A* (1983) 788.
[41] M. Conrad: *What is the use of chaos?* V: *Chaos*, A. V. Holden (ed.), Manchester Univ. Press, Manchester, 1986.
[42] M. C. Mackey, Van der Heiden: *Dynamical diseases and bifurcations: Understanding functional disorders in physiological systems.* Funkt. Biol. Med., *1* (1982), 156.
[43] G. Mayer-Kress (ed.): *Dimensions and Entropies of Chaotic Systems.* Springer Series in Synergetics 32, Springer, Berlin, 1986.
[44] P. E. Kloeden, A. I. Mees: *Chaotic Phenomena.* Bull. Math. Biol., 47 (1985), 697.

Jsou to ty nejkrásnější?

David Wells

David Wells získal stipendium na univerzitu v Cambridge v Anglii, ale během studia propadl, což je zřídka se vyskytující výkon. Vzdal se plánů na profesionální dráhu matematika, místo toho se stal učitelem, potom autorem hlavolamů a vynálezcem stolních her (kdysi byl britským juniorským mistrem v šachu). V poslední době je spisovatelem na volné noze a příležitostným lektorem v oboru vyučování matematice.

Na podzim 1988 byli čtenáři Matematického zpravodaje vyzváni (sv. 10, č. 4), aby udělili 24 vybraným matematickým větám body za krásu v rozmezí od 0 do 10. Dostal

David Wells: *Are These the Most Beautiful?* The Mathematical Intelligencer Vol. *12*, No. 3, 37—41.
Přeložil Oldřich Kowalski.

jsem 76 vyplněných dotazníků včetně 11 z předsoutěžního kola (a 10 dalších, o kterých se ještě zmíním).

Jeden účastník oznámkoval všechny věty stupněm 0 s tímto komentářem: „Matematika je nástroj. Krása je v umění". Tuto odpověď jsem vyloučil z celkového hodnocení uvedeného níže stejně jako jinou odpověď udělující velmi mnoho nul, čtyři odpovědi ponechávající mnoho nevyplněných míst a konečně dvě, které přidělily mnoho desítek.

24 soutěžních vět je nyní uvedeno v pořadí podle bodového průměru, který získaly u zbývajících 68 účastníků ankety.

Umístění	Věta	Bodový průměr
(1)	$e^{i\pi} = -1$	7,7
(2)	Eulerova formule pro mnohostěn: $V + S = H + 2$	7,5
(3)	Existuje nekonečně mnoho prvočísel.	7,5
(4)	Existuje přesně 5 pravidelných mnohostěnů.	7,0
(5)	$1 + 1/2^2 + 1/3^2 + 1/4^2 + \ldots = \pi^2/6$	7.0
(6)	Spojité zobrazení uzavřeného jednotkového kruhu do sebe má pevný bod.	6,8
(7)	Neexistuje racionální číslo, jehož druhá mocnina by byla rovna 2.	6,7
(8)	π je transcendentní číslo.	6,5
(9)	Každá rovinná mapa se dá vybarvit čtyřmi barvami.	6,2
(10)	Každé prvočíslo tvaru $4n + 1$ se dá vyjádřit jako součet dvou čtverců celých čísel, a to přesně jedním způsobem.	6,0
(11)	Řád podgrupy je dělitelem řádu grupy.	5,3
(12)	Každá čtvercová matice vyhovuje své charakteristické rovnici.	5,2
(13)	Pravidelný dvacetistěn vepsaný do pravidelného osmistěnu rozděluje hrany v poměru zlatého řezu.	5,0
(14)	$1/(2\times3\times4) - 1/(4\times5\times6) + 1/(6\times7\times8) - \ldots = (\pi-3)/4$	4,8
(15)	Jestliže všechny body v rovině jsou obarveny červeně, žlutě nebo modře, pak existuje dvojice stejně obarvených bodů s jednotkovou vzdáleností.	4,7
(16)	Počet rozkladů celého čísla v součet lichých čísel je stejný jako počet rozkladů tohoto čísla v součet navzájem různých čísel.	4,7
(17)	Každé číslo větší než 77 je součtem celých čísel, pro něž je součet převrácených hodnot roven 1.	4,7
(18)	Počet rozkladů lichého čísla v součet čtyř čtverců je osminásobkem součtu jeho dělitelů; pro sudé číslo je to 24násobek součtu jeho lichých dělitelů.	4,7
(19)	Neexistuje rovnostranný trojúhelník, jehož vrcholy by ležely ve vrcholech čtvercové mřížky.	4,7
(20)	Na každém večírku se najdou dva lidé, kteří tam mají stejný počet známých.	4,7
(21)	Do prvního řádku zapisujte celé části čísel $n\sqrt{2}$ a do druhého řádku celá kladná čísla, která nejsou zapsána v prvním řádku: 1 2 4 5 7 8 9 11 12 3 6 10 13 17 20 23 27 30 Potom rozdíl čísel zapsaných na $n$tých místech je roven $2n$.	4,2
(22)	Problém slov v teorii grup je algoritmicky neřešitelný.	4,1
(23)	Maximální obsah čtyřúhelníka s délkami stran a, b, c, d je roven $[(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)]^{1/2}$, kde s je poloviční obvod.	3,9
(24)	$\dfrac{5[(1-x^5)(1-x^{10})(1-x^{15})\ldots]^5}{[(1-x)(1-x^2)(1-x^3)(1-x^4)\ldots]^6} = p(4) + p(9)\,x + p(14)\,x^2 + \ldots,$ kde $p(n)$ je počet rozkladů čísla n v součet celých čísel.	3,9

Následující komentáře jsou rozděleny podle témat. Citace bez uvedení autora jsou názory účastníků ankety.

Téma 1: Jsou matematické věty krásné?

Tony Gardiner argumentuje, že „věty obvykle nejsou krásné; jsou to myšlenky a *důkazy*, co nás přitahuje". Na adresu soutěžních vět, kterým nepřidělil žádné body, poznamenal: „Zbytek je obtížné známkovat – buď proto, že tyto věty nejsou ve skutečnosti krásné, jakkoli jsou důležité, nebo že záleží na způsobu jejich formulace." Několika účastníkům ankety se nelíbilo hodnotit matematické věty. (Kolik čtenářů asi z tohoto důvodu vůbec neodpovědělo?)

Benno Artmann napsal: „Pro mne je nemožné posuzovat ‚čistý fakt'". To odpovídá jeho zájmu o Bourbakiho a o axiomatické budování struktur.

Thomas Drucker: „Nemusíte ani být stoupenci Russella, abyste si uvědomili, že tolik matematiky spočívá v odvozování důsledků z předpokladů. Proto nemůže být žádná matematická věta izolována od předpokladů, za kterých byla odvozena".

Gerhard Domanski: „Někdy mi připadá krásnější matematický problém než jeho řešení. Vidím také krásu v matematických myšlenkách nebo konstrukcích, jako je Turingův stroj, fraktály, twistory apod. Uspořádání celé matematiky, jako je tomu v díle Bourbakiho, ... pokládám za velmi krásné."

R. P. Lewis píše: „(1) ... Uděluji 10 bodů ne samotné rovnici, ale celé komplexní analýze". Do jaké míry asi bylo dobré hodnocení výsledku (4) oceněním krásy samotných platonských těles?

Téma 2: Společenské faktory

Nebyly některé body odevzdány pro výsledky (1), (3), (5), (7) a (8) proto, že jsou „známy" jako krásné? Mám podezření, že z toho důvodu dostala rovnice (1) tolik známek v rozmezí 7–10. To by mě překvapilo, protože se domnívám, že matematikové jsou nezávislejší na úsudcích druhých než většina lidí [13]. (Deset zvláštních dotazníků, o kterých jsem se zmínil výše, došlo od studentů Eliota Jacobsona. Ten přednáší kurs teorie čísel zdůrazňující úlohu krásy. Zaznamenal jsem, že studenti nepřidělovali vůbec žádné nuly.)

Téma 3: Změny v hodnocení v závislosti na čase

Byl zde pozoruhodný počet nízkých bodových hodnocení pro matematické výsledky uvedené na prvních místech. Le Lionnais má pro to jedno vysvětlení [7]: „Eulerova formule $e^{i\pi} = -1$ představovala ve své době fantastickou spojitost mezi nejdůležitějšími čísly v matematice – Všeobecně se pokládala za ‚nejkrásnější formuli matematiky' ... Dnes se stal vnitřní důvod pro tuto slučitelnost natolik zřejmý, že formule se nyní zdá být, ne-li přímo bezvýrazná, pak přinejmenším zcela přirozená." Le Lionnais bohužel blíže neurčuje výrok „nyní se zdá být" dodatečnou otázkou „komu?"

Jak se oceňování mění s časem? Burnside v [1], když odkazuje na „grupu, která je ... abstraktně ekvivalentní s grupou permutací čtyř symbolů", píše, že „v posledním tvaru by položený problém byl pro mnohé mysli téměř odpudivý ve své obnažené formálnosti ..."

Dříve [2] se perspektivní zobrazování pokládalo za „postup, ke kterému se příležitostně uchylovali geometři v naší zemi", ale obecně se považovalo za „jakýsi geometrický švindl", který by „mohl urážet naše představy o eleganci a o geometrické čistotě ..."

Sympatizuji s názorem Tita Toniettiho: „Krása, dokonce i v matematice, závisí na historickém a kulturním kontextu, a proto se snaží uniknout numerickému vyjádření".

Souvisí to i s psychologickým pojmem návyku. Mohou matematikové záměrně zrušit vliv návyku tím, že by se důrazně vžili do role původních objevitelů?

Gerhard Domanski vyplnil celý dotazník rukou a dodal: „Když jsem se měl vyjádřit k některému výsledku, snažil jsem se rozpomenout na své pocity, které jsem měl, když jsem o něm slyšel poprvé. Takto jsem přiděloval body."

Téma 4: Jednoduchost a stručnost

Žádná jiná kritéria nejsou tak často spojována s krásou jako jednoduchost a stručnost.

M. Gunzler vyslovil přání, aby výsledek (6) měl kratší důkaz. David Halprin napsal: „Krásu, kterou nacházím v matematice ... je třeba nejspíše hledat v chytrých a (nebo) pregnantních důkazech." David Singmaster snížil bodové hodnocení výsledku (10), protože nemá jednoduchý důkaz. Já si zase myslím, že to ukazuje na jeho hloubku a sám bych bodů přidal.

Neexistují ve světě krásných důkazů také symfonie nebo eposy? Někteří šachisté dávají přednost elegantní jednoduchosti koncovky, jiní oceňují složitost střední hry. V obou případech vznikají příjemné pocity tím, že se složitost redukuje na jednoduchost. ale preferovaný stupeň složitosti se mění od hráče k hráči. Jsou matematikové podobně nejednotní?

Roger Penrose [10] se táže, zdali nezdobný rozklad roviny na shodné čtverce je krásný, nebo zdali je příliš jednoduchý. Závěr byl, že jemu se více líbí jeho neperiodické mozaiky. Ale jde o dobrou otázku. Jak moc jednoduchá může být krásná věc?

Jsou snadné věty krásné? Jeden respondent obodoval nízko výsledky (11) a (20), protože jsou „příliš snadné", a výsledek (22), protože je „příliš obtížný". David Gurarie obodoval nízko výsledky (1) a (11), protože jsou příliš jednoduché a jiný účastník ankety se zmínil o vzorcích, které platí díky definicím příslušných výrazů, což by mohla být narážka na výsledek (1).

Věta (20) je mimořádně jednoduchá, ale více než čtvrtina respondentů ji obodovala nejméně 7 body.

Téma 5: Překvapení

Yannis Haralambous napsal: „Krásná věta musí být *překvapující* a *hluboká*. Musí vám dát novou vizi matematiky". Zmínil se o prvočíselné větě (což byl zdaleka nejčastější návrh na větu, která měla být zařazena do kvizu).

R. P. Lewis říká: „Formule (24) je v mém seznamu na špičce, protože je překvapující, nedá se snadno zobecnit a má obtížný důkaz. Je rovněž důležitá. (Na okraji je poznamenána hodnota 12 bodů).

Jonathan Watson kritizoval nedostatek novosti v tomto smyslu: „(24), (23), (17) ... nám patrně říkají málo nového o pojmech, které jsou v nich obsaženy."

Penrose [11] komentuje Atiyahův výrok, že „elegance je víceméně synonymem pro jednoduchost" požadavkem: „Měli bychom dodat, že musí jít o *nečekanou* jednoduchost".

Překvapení a novost by měly vzbuzovat emoce, často příjemné, ale často také negativní. Nové styly v občanské a umělecké kultuře mají hodnotu novosti, i když dočasnou. Jako obvykle je zde psychologická souvislost. Lidské bytosti nereagují na úplně každý podnět: mají sklon reagovat na novost, překvapivost, nepřiměřenost a složitost. Ale co se stane, když novinka zevšední?

Překvapení je rovněž spřízněno s tajemstvím. Einstein tvrdil: „Nejkrásnější věc, kterou můžeme zažít, je tajemno. To je zdrojem všeho skutečného umění a vědy." Ale co se stane, když tajemství je odhaleno? Transformuje se tím krása do jiné krásy nebo se může vypařit?

Zařadil jsem do ankety výsledky (21) a (17), protože mě původně připadaly tajemné a překvapovaly mě. Při bližším pohledu zůstane (17) překvapující a zaslouží si hodně bodů, ale o (21) lze nanejvýš říci, že je to hezké. (Jaká je tendence mezi matematiky v rozlišování krásného a hezkého?)

Téma 6: Hloubka

Podívejte se teď na formuli (24). Prosím, přistupte blíže, dámy a pánové! Není to obtížné, hluboké, překvapující a jednoduché? Co chcete více? Tento výsledek je citován Littlewoodem [8] v jeho recenzi na Ramanujanovy sebrané spisy jako „vrcholně krásný". Zajímalo mě, co si o tom budou myslet čtenáři, ale vůbec mě nenapadlo, že se tento vzorec umístí na posledním místě spolu s (19), (20) a (21).

R. P. Lewis ilustroval rozmanitost odpovědí svou poznámkou, že do ankety bych byl mohl zařadit „většinu Ramanujanova díla" a dodal, že „(21) je pěkné, ale snadno se dokáže, a není tak hluboké".

Hloubka se zdá být účastníkům ankety nepříliš důležitá, z toho pociťuji, že moje hodnocení hloubky může být dosti osobní. Překvapilo mě, že věta (8), která je určitě hluboká, se umístila až za formulí (5), na kterou by se asi dala uplatnit Lionnaisova slova, zatímco (8) nemá snadný důkaz. Je tím důležitým jednoduchost?

(18) mělo také špatné skóre. Cožpak tato věta přestala být hluboká a obtížná? Alan Laverty a Alfredo Octavio poznamenali, že výsledek by se stal obtížnějším a krásnějším, kdyby se připouštěly pouze rozklady v nenulové čtverce.

Daniel Shanks se jednou zeptal, zdali kvadratický zákon reciprocity je hluboký a učinil závěr, že v dnešní době už ne. Je možné, že ztráta hloubky zničila krásu výsledku (24)?

Téma 7: Oblasti zájmu

Robert Anderson argumentoval, že úsudky o matematické kráse „nebudou univerzální, ale budou záviset na matematikově založení (algebraik, geometr, analytik apod.)"

S. Liu, který mi napsal z *Physic Review* (několik respondentů se prohlásilo za ne zcela čisté matematiky) připouští: „Moje odpovědi na anketu ukazují, že dávám přednost algebraickým a číselně teoretickým větám před větami geometrickými, topologickými a analytickými". Pak pokračuje: „Mám velmi rád klasickou euklidovskou geometrii — předmět, který mě původně přivábil k matematice. Ovšem v kontextu vašeho dotazníku blednou čistě geometrické věty ve srovnání s jinými."

Měli být čtenáři požádáni, aby se vyjadřovali jen k těm výsledkům, se kterými jsou dokonale obeznámeni? Výsledek (22) je jediný, který asi neměl být do dotazníku zařazen, protože tolik účastníků ankety se k němu vůbec nevyjádřilo. Byl snad mimo oblast zájmu většiny respondentů a z toho důvodu byl podhodnocen?

Téma 8: Rozdíly ve formě

Dva respondenti navrhli, že rovnice (1) napsaná ve tvaru $e^{i\pi} + 1 = 0$ je (mnohem) lepší, protože pak kombinuje „pět nejdůležitějších konstant". Může malá a „nepodstatná" změna dané věty změnit její estetickou hodnotu? Kolik bodů by asi obdržela formule $i^i = e^{-\pi/2}$?

Dva účastníci poznamenali, že výsledek (19) je ekvivalentní s iracionalitou čísla $\sqrt{3}$ a jeden tvrdil, že výsledky (7) a (19) jsou ekvivalentní. Ekvivalentní nebo příbuzné?

Nechť je na větu z euklidovské geometrie aplikována inverze — jsou nové a originální věty takto získané automaticky vnímány jako stejně krásné? Zdá se mi, že ne a je to přirozené, jestliže chápeme prvek překvapení jako estetickou hodnotu.

Jsou daná věta a věta k ní duální stejně krásné? Doublas Hofstadter navrhl, že do ankety mohla být zařazena Desarguesova věta (která je duální sama k sobě) a dodal, že sám by dal vysoké bodové hodnocení Morleyově větě o roztřetěných úhlech trojúhelníka. Morleyova věta ovšem plyne z trigonometrické identity

$$1/4 \sin 3\Theta = [\sin \Theta] [\sin(\pi/3 - \Theta)] [\sin(\pi/3 + \Theta)] .$$

Jak mohlo dojít k tomu, že speciální transformace této identity do jazyka geometrie trojúhelníka se pokládá za tak krásnou? Je to snad zčásti způsobeno momentem překvapení, který hořejší prozaická identita postrádá?

Téma 9: Obecné versus specifické

I když se o tom účastníci ankety téměř nezmínili, otázka protikladu obecného a specifického se mi zdá důležitá, a proto budu citovat Paula Halmose [5]: „Steinův přístup (v harmonické analýze) a Shelahův (v teorii množin ... představují patrně dva diametrálně odlišné přístupy k matematice ... Kontrast mezi nimi můžeme popsat (nepřesně, ale snad sugestivně) slovy speciální a obecné ... Stein hovoří o singulárních integrálech ... Shelah kdysi řekl: ‚Miluji matematiku, protože miluji obecnost‘. A už byl zase pryč a klasifikoval struktury, jejichž prvky jsou struktury struktur struktur."

Freeman Dyson [4] pojednával o tom, co nazval „náhodná krása" a spojoval to s nemódní matematikou. Fyzik Roger Sollie připustil: „Dávám přednost formulím, které obsahují π" a hodnotil (14) téměř stejně vysoko jako (5) a (8). Je snad číslo π, a cokoli je s ním spojeno, podbarveno pocitem, že π je jedinečné, že neexistuje žádné jiné takové číslo?

Téma 10: Subjektivně zabarvené (idiosynkratické) odpovědi

Několik čtenářů ilustrovalo šíři individuálních odpovědí. Pro Alana Lavertyho je podstatná nálada. „Body, které jsem v několika případech přidělil, kolísají podle nálady a okolností. Extrémní případ: v jednom momentě jsem zvažoval, že výsledku (13) dám desítku, ale nakonec jsem se rozhodl, že mě zas tak moc nevzrušuje." Jeho hodnocení bylo 2 body.

Shirley Ulrichová nebyla s to porovnávat tak různé věci zahrnuté do jediné skupiny; proto je nejdříve rozdělila na problémy geometrické a numerické a obodovala každou skupinu zvlášť.

R. S. D. Thomas napsal: „Mám pocit, že negativní výsledky, jako jsou (7), (8), (19), (22), se stěží mohou stát krásnými".

Filozofická orientace se projevuje v odpovědi Jonathana Watsona (tento návrhář softwaru a absolvent filozofie čte Matematický zpravodaj, protože se zajímá o základy matematiky): „Jsem konstruktivista ..., a proto jsem snížil skóre pro (3), i když se tato věta dá vyjádřit konstruktivně." Dodává: „... dotazník nepřímo vyvolává otázky týkající se základů matematiky – každá věta je stejně pravdivá jako kterákoli jiná, ale krása je lidské kritérium. A krása se váže k užitečnosti."

Závěr

Z tak málo rozsáhlého a jen hrubého průzkumu je těžké dělat nějaké pozitivní závěry. Mohu ovšem učinit jeden negativní závěr: názor říkající, že matematikové se většinou shodují ve svých estetických úsudcích, je přinejmenším hrubě zjednodušený. Sylvester popsal matematiku jako zkoumání rozdílnosti v podobném a podobnosti v rozdílném. To neplatí jen pro matematiku. Estetika se vyznačuje toutéž složitostí a obojí by vyžadovalo výzkum.

Zmíním se o některých možnostech pro další výzkumnou práci. Hardy tvrdil, že na krásné ukázce matematiky by se měla projevit obecnost, neočekávanost, hloubka, nevyhnutelnost a hospodárnost. „Nevyhnutelnost" je možná Hardyho osobní libůstka: nenašel jsem ji v žádných jiných rozborech, na které jsem narazil. Nebo by tam snad být měla?

Takové seznamy epitet, které nejsou svázány s konkrétními příklady, možná představují maximální možnou úroveň shody – právě proto, že jsou tak málo specifické. Různorodost odpovědí na tento dotazník však ukazuje, že individuální představy o těchto obecných pojmech jsou velmi různé. Skutečně jsou různé? Jak a proč?

Halmosovy úvahy o obecnosti a specifičnosti mohou být porovnány s tímto komentářem Saunderse Mac Lanea [9]*): „Já jsem zaujal standardní stanovisko – musíte upřesnit předmět zájmu, zavést potřebné axiómy a jasně vymezit výzkumnou agendu. Atiyah dával velkou přednost stylu teoretických fyziků. Když fyziky napadne nová myšlenka, nezdržují se tím, aby ji přesně definovali, protože to by bylo omezení v neprospěch věci. Místo toho o nové myšlence a kolem ní stále hovoří, rozvíjejí ji v různých souvislostech a nakonec přijdou s mnohem pružnějším a bohatším pojmem ... Ale já jsem trval na tom, že my jako matematikové musíme vědět, o čem mluvíme ... Tento příklad může sloužit k ilustraci toho, že v současné době není shodný názor na to, jak dělat matematiku ...“

Nehledě na otázku, zda zde někdy existovala shoda, takové rozdíly v přístupu zcela určitě ovlivní estetické názory; mnohé další zřetelné rozdíly mezi matematiky budou asi mít týž účinek.

Změny v čase se zdají být pro jednotlivce základní věcí a vysvětlují, jak jedno kritérium může protiřečit jinému. Překvapení a tajemství budou nejsilnější na začátku. Počáteční řešení může obsahovat takový stupeň obecnosti, hloubky a jednoduchosti, že je doprovázeno dalšími otázkami a dalšími řešeními, dokud nejplodnější problémy ve svém prvním vtělení nedojdou do konečného stadia. Nové hledisko pak vzbudí nové překvapení, zamlží zdánlivě čisté vody a naznačuje větší hloubku nebo větší obecnost. Jak se mění a vyvíjejí estetická kritéria co do kvantity a kvality během takové „jízdy po horské dráze“?

Poincaré a von Neumann zdůrazňovali mezi jiným úlohu estetických kritérií jako heuristické pomůcky v procesu vytváření matematiky. Jako všechny podobné pomůcky může ovšem i estetické hledisko občas zavádět. Jak pomáhají estetická hlediska jednotlivcům v jejich práci, a to na všech úrovních, od upřednostňování například geometrie před analýzou až po mikroskopickou úroveň matematického myšlení?

Matematická estetika má hodně společného s estetikou jiných oborů a nemusí to být právě exaktní vědy. Není zde dost místa na výčet celého spektra příkladů, avšak zmíním se alespoň o příbuznosti pojmů, jako jsou izomorfismus a metafora. Dále uvedu jeden názor na to, co je to překvapení [6]: „Krásná literatura se podle Adisona skládá z citů, které jsou přirozené, aniž by byly zřejmé ... Na druhé straně ty výtvory, které jsou pouze překvapivé, aniž by byly přirozené, nemohou nikdy poskytnout naší mysli trvalé potěšení.“

Jak může být „přirozené“ interpretováno v termínech matematiky? Le Lionnais použil totéž slovo. Je pravdivé to, co je současně přirozené a krásné? Co s Hardyho „nevyhnutelným“? Není teorie grup historicky nevyhnutelná a současně přirozená v tom smyslu, že grupové struktury zde vždycky byly a dříve nebo později musely být objeveny?

---

*) Viz český překlad: PMFA *31* (1986), č. 1, 44–48.

Není přirozenost a krása takových struktur spojena s hloubkou a úrovní abstrakce, které dávají základ, proti němuž vynikne individualita jiných méně obecných matematických jsoucen?

Jsem si jist, že matematika může být nejhlouběji pochopena pouze v kontextu celého života lidstva. Obzvláště pak úloha krásy v matematice se musí stát součásti jakékoli seriózní gnozeologie matematiky. Filozofie matematiky, které ignorují krásu, budou vnitřně defektní a neschopné účinně vysvětlit činnost matematiků [12].

Literatura

[1] W. BURNSIDE: Proceedings of the London Mathematical Society (2), 7 (1980), 4.

[2] MR. DAVIES: *Historical notices respecting an ancient problem.* The Mathematician *3* (1849), 225.

[3] T. DREYFUS and T. EISENBERG: *On the aesthetics of mathematical thought.* For the Learning of Mathematics *6* (1986).
See also the letter in the next issue and the author's reply.

[4] FREEMAN J. DYSON: *Unfashionable pursuits.* The Mathematical Intelligencer *9*, no. 2 (1987), 20.

[5] P. R. HALMOS: *Why is a congress?* The Mathematical Intelligencer *9*, no. 2 (1987), 20.

[6] DAVID HUME: *On simplicity and refinement in writing. Selected English Essays,* W. PEACOCK, (ed.) Oxford: Oxford University Press (1911), 152.

[7] F. LE LIONNAIS: *Beauty in mathematics. Great Currents of Mathematical Thought,* (F. Le LIONNAIS, ed.), Pinter and Kline, trans. New York: Dover, n. d. 128.

[8] J. E. LITTLEWOOD: *A Mathematician's Miscellany.* New York: Methuen (1963), 85.

[9] SAUNDERS MAC LANE: *The health of mathematics.* The Mathematical Intelligencer *5*, no. 4 (1983), 53.

[10] ROGER PENROSE: *The role of easthetic in pure and applied mathematical research.* Bulletin of the Institute of Mathematics and its Applications *10* (1974), 268.

[11] Ibid., 267.

[12] DAVID WELLS: *Beauty, mathematics and Philip Kitcher.* Studies of Meaning, Language and Change *21* (1988).

[13] DAVID WELLS: *Mathematicians and dissidence.* Studies of Meaning, Language and Change *17* (1986).

Adresa autora: 19 Menelik Road, London NW2 3RJ, England.

V oblasti jazyka, náboženstva, umenia, vedy, človek nikdy nemôže robiť viac než tvoriť si svoj vlastný, symbolický svet, ktorý mu umožňuje chápať a vykladať, formovať i organizovať, syntetizovať i univerzalizovať svoju ľudskú skúsenosť.

Ľudské poznanie je vo svojej podstate symbolickým poznaním ... Symbol nemá aktuálnu existenciu, neexistuje ako súčasť fyzikálneho sveta; symbol má „význam" ... Matematika nie je teóriou vecí, ale symbolov.

E. CASSIRER