Ivor Grattan-Guinness

Četl Cauchy Bolzana před napsáním Cours d'analyse?

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 15 (1970), No. 3-4, 133--137

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/139142

Príklad sme riešili pomocou dvoch AP-S, prepojených pre súbežný chod a servonásobičky SENAS-2. Podrobná programová schéma úlohy, 10-krát zrýchlená, je na obr. 26. Ako vidieť, ten istý akumulačný obvod sa používa na posuv začiatku riešení, aj na generovanie zmien parametra ω. Po každom repetičnom cykle hodnota ω sa zväčší o $\Delta\omega = 0{,}02$. Výsledky kreslené súradnicovým zapisovačom BAK-II sú na obr. 27.

Literatúra

B. Vystavěl a kol.: Analogový počítač TESLA AP-S ve školní praxi. Pardubice, 1969.

I. Plander: Elektronické analógové počítače. Bratislava, 1968.

I. Plander: Matematické metódy a programovanie analógových počítačov. Bratislava, 1969.

B. Mirtes: Hybridní počítače. Praha, 1969.

ČETL CAUCHY BOLZANA PŘED NAPSÁNÍM COURS D'ANALYSE?*

Ivor Grattan-Guinness, Barnet

Je dobře známo, že když Cauchy v roce 1821 publikoval svůj *Cours d'Analyse*[1]), předešel ho v některých revolučně nových myšlenkách už v roce 1817 Bolzanův článek o „ryze analytickém" důkazu věty, že pro spojitou funkci $f(x)$ nabývající v bodech $x = a$ a $x = b$ hodnot s opačnými znaménky leží v intervalu (a, b) alespoň jeden kořen rovnice $f(x)$[2]). Záměr této poznámky tkví ve stručném upozornění na to, že Cauchy byl dobře obeznámen s Bolzanovou prací, a aniž by se o tom zmínil, z ní čerpal.

Historický problém je ovšem komplikován okolností, že pro tuto skutečnost nemáme žádný doklad a autoru této poznámky není znám žádný tištěný či rukopisný materiál, který by Cauchyho znalost Bolzanovy práce prokazoval. Nicméně se zdá, že vedlejší nepřímé indicie ukazující na příbuznost úvah jsou velmi závažné a lze je sledovat v několika oblastech.

---

*) Tuto poznámku (opírající se o obsáhlou práci — viz pozn. 5) do češtiny přeložil J. Folta, kterému autor děkuje za upozornění na české práce věnované vývoji analýzy v 19. století (I. G.-G.).

K metodice této poznámky i k vedení jejích argumentů je možno mít výhrady; lze ji však chápat jako podnět pro další a hlubší prozkoumání vztahů Bolzano—Cauchy (pozn. překl.).

[1]) *A. L. Cauchy*, Cours d'Analyse de l'Ecole Royale Polytechnique 1re Partie: Analyse Algébrique (více nebylo publikováno), Paris 1821; *Cauchy*, Oeuvres, (2), 3.

[2]) *B. Bolzano*, Rein analytischer Beweis des Lehrsatzes, dass zwischen je zwey Werthen die ein entgegengesetztes Resultat gewähren, wenigstens eine reelle Wurzel der Gleichung liege, Prag 1817; Abhandlungen d. Königlichen Böhmischen Gesellschaft der Wiss. (3), 5, 1814—17, vydáno 1818; zvláštní paginace 1—60. Práce byla několikrát znovu vydána a přeložena, český překlad viz v knize: *A. Kolman*, Bernard Bolzano, Praha 1958, str. 167—200.

1. *Základní body, v nichž si obě díla přímo odpovídají:*

1.1. *Spojitost funkce* je definována zcela nově. Místo toho, aby se tato vlastnost zjišťovala z algebraického výrazu, říkají oba autoři:
Jestliže h je malé, pak $(f(x + h) - f(x))$ je rovněž malé[3]. (1)

1.2. *Konvergence řad* je vyjádřena podobným způsobem:
Je-li n velké, pak $(S_n - S)$ je malé; kde S je součet řady a S_n je n-tý částečný součet[4]. (2)
Výklad konvergence opírající se jen o pojmy n-tých částečných součtů a jejich chování byl rovněž podstatnou novinkou, kterou pochopil pouze Fourier a Gauss v poznámkách uveřejněných však až dlouho poté[5]. Mimoto však v obou dílech nalézáme nový výsledek:
Jsou-li n_1 a n_2 velká a $(S_{n_1} - S_{n_2})$ malé, pak řady jsou konvergentní[6], což byl nový výsledek poskytující postačitelnou podmínku konvergence. (3)

Důkaz tohoto tvrzení (3) byl skutečně nad síly dokonce toho druhu nových úvah, který se v obou dílech objevil. Bolzano se však usilovně snažil prokázat toto tvrzení — ovšem bezúspěšně — naproti tomu Cauchy se obtížným částem vůbec vyhnul. Cauchy však dospěl dále při ověřování výroku obráceného tvrzení (3) a tím k formulaci nutné a postačující podmínky konvergence řad[7]).

1.3. Bolzano však svou novou techniku rozvinul jen nepatrně. Jeho článek se soustřeďuje hlavně na důkaz následujícího zobecnění věty uvedené v titulu článku:
Je-li $\alpha < \beta$ a $f_1(\alpha) < f_2(\alpha)$ a $f_1(\beta) > f_2(\beta)$, kde $f_1(x)$ a $f_2(x)$ jsou spojité funkce, pak platí $f_1(a) = f_2(a)$ pro některé a z intervalu (α, β). (4)
Cauchy tuto tehdy nepotřebnou větu (v jejím redukovaném tvaru, kde $f_2(x) = 0$) dokazoval v Cours d'Analyse dokonce dvakrát. Podruhé přitom uvádí nepřesně, ale správně podstatu Bolzanova spletitého argumentu[8]).

1.4. Obě práce obsahují *poznámky o iracionálním čísle* jako o limitě posloupnosti racionálních čísel[9]). To však byl druh úvah zcela netypický pro analytiky té doby. V pozdějších Bolzanových rukopisech jsou tyto myšlenky rozvedeny hlouběji[10]) a předjímají tak záměry weierstrassovské školy o racionál-

---

[3]) Rein analytischer Beweis..., Vorrede II. a, Cours d'Analyse, str. 34—35, *Cauchy*, Oeuvres, str. 43.

[4]) Rein analytischer Beweis..., § 1, § 5; Cours d'Analyse, str. 123 n; *Cauchy*, Oeuvres, 114 n.

[5]) Viz: *I. Grattan-Guinness*, The development of the foundations of mathematical analysis from Euler to Riemann, [připraveno k vydání Cambridge (Mass.)] kap. 4.

[6]) Rein analytischer Beweis..., § 7; Cours d'Analyse, str. 124 n, *Cauchy*, Oeuvres, str. 115 n.

[7]) Cours d'Analyse, str. 124—6, *Cauchy*, Oeuvres, str. 115 n.

[8]) Rein Analytischer Beweis..., Vorrede V, a §§ 15—17; Cours d'Analyse, str. 43 n a 460—462, *Cauchy*, Oeuvres, str. 50 n a 378—380.

[9]) Rein analytischer Beweis..., § 8; Cours d'Analyse, str. 409 a 415; *Cauchy*, Oeuvres, str. 337 a 341.

[10]) Viz: *K. Rychlík*, Theorie der reellen Zahlen im Bolzanos handschriftlichen Nachlasse, Praha 1962.

ních a iracionálních číslech; avšak u Cauchyho to byla jeho prvá a zároveň též poslední zmínka o tomto předmětu.

1.5. Nejhlubší částí Bolzanovy práce je pokus o důkaz věty, která přináší revoluční ideu *suprema posloupnosti čísel*. Jeho úsilí vedlo později Schwarze k pojmenování Weierstrassovy věty o existenci hromadného bodu uzavřené bodové množiny „Bolzano-Weierstrassovou větou". Tento obecnější výsledek ve skutečnosti mohl posílit Bolzanův důkaz postačitelnosti jeho podmínky konvergence řad, avšak forma, v níž byla tato myšlenka podána v roce 1817, postrádá zřetelnosti, která by postačovala k uvědomění souvislostí. Nicméně Cauchy se zde poučil, že se musí udělat něco s horní limitou hodnot zkoumaného oboru, a tak když ve svém Cours d'Analyse rozpracovával kritéria konvergence, užíval vždy termínu „největší hodnota limit", aniž by někde vysvětlil proč tento pojem potřebuje a zřejmě aniž by pochopil jeho význam[11]).

2. *Nová analýza*

Prostý výčet těchto společných míst na prvý pohled příliš nezapůsobí, ovšem jen dotud, dokud si nepovšimneme společného základu vyvolávajícího tuto příbuznost. Proto není pro srovnání nejzávažnější několik společných definicí a vět, *ale úplně nový přístup k analýze*, zřetelný v obou knihách. Dodnes se o tomto přístupu mluví jako o „aritmetizaci analýzy", přičemž se má na mysli zejména konstrukce důkazů v termínech aritmetických operací s analytickými výrazy. Nicméně revolučnost tohoto přístupu tkvěla ještě hlouběji. Zde je vlastně uložen základ teorie limit — například v úvahách vyhýbajících se limitování hodnoty $f(x + h)$, vyhýbajících se hodnotám jako je h, varujícím se nuly apod. Analytikové té doby se pod vlivem Eulera a Lagrange stali velmi formalistickými a rozvíjeli v podstatě teorii operací a úprav algebraických výrazů; v této situaci se pak náhle dvakrát během čtyř let objeví úplně nový typ úvah. I když takováto souslednost není nemožná, přesto ji musíme pozorněji rozvážit.

3. *Podstata Cauchyho matematické originality*

Připustíme-li, že Cauchy dospěl k novým ideám ve svých Cours d'Analyse sám, tj. nezávisle na Bolzanovi, pak musel plně pochopit novou koncepci struktury analýzy a zcela rozeznat její přednosti před známými a zaběhanými technikami, které však pro něho v jiných oblastech neztrácely nic ze své obecnosti a síly k řešení problémů. „Cit pro problémy" byl však neobyčejně vyvinut u Bolzana; proti němu je Cauchy typem velkého matematika, jehož genialita nebyla tohoto druhu. Cauchyho teorie funkcí komplexní proměnné začíná velkou statí z roku 1814 o hodnotě komplexních čísel užívaných k výpočtu integrálů[12]). Tato práce je však bezpochyby inspirovaná

[11]) Rein analytischer Beweis, § 12; Cours d'Analyse, str. 132 nn, *Cauchy*, Oeuvres, str. 121 nn.

[12]) Byla publikována teprve v roce 1827 jako Mémoire sur les intégrales définies, in: Mém. prés. Acad. Royale Sci. div. sav.; (2), *1* (1827), 601—799; *Cauchy*, Oeuvres (1), *1*, str. 319—506.

podobnou prací, kterou v té době publikoval Legendre[13]). Cauchyho práce o integrování parciálních diferenciálních rovnic byla nespolehlivá a nevyčerpávající; koncem prvého desetiletí 19. století však dostal podnět z Fourierových výsledků v téže oblasti — v té době však stále ještě nepublikovaných[14]). A pak ve dvacátých letech se objevuje Cours d'Analyse a řada jiných učebnic, které rozpracovávají do velkých podrobností teorii funkcí, řad a integrálů výlučně na myšlenkách, které se zrodily předtím u Bolzana.

4. Postavení „pařížské vědy"

Jestliže však byl vliv Bolzana na Cauchyho tak velký, proč se tedy Cauchy o Bolzanovi nezmiňuje či se na něj neodvolává? Odpověď na tuto otázku snad poskytne pohled na situaci v tehdejším vědeckém prostředí. Paříž byla tehdy středem vědeckého světa a toto prostředí si přímo se stoupajícími úspěchy rovněž vynucovalo zesilující rivalitu, což vedlo ruku v ruce k běžnému opomíjení odkazů na díla ostatních vědců a což se projevilo v nejrůznějších oblastech tamního vědeckého snažení. Tak třeba v základech analýzy Cauchy zcela samozřejmě (i když neúspěšně) užívá myšlenek Lagrange a Carnota[15]), zatímco jeho slavná věta z Cours d'Analyse, že součet konvergentní posloupnosti spojitých funkcí je spojitá funkce — výsledek popřený mnoha známými příklady konvergentních Fourierových řad nespojitých funkcí — byla uvedena bez odkazu na Fouriera a byla zamýšlena jako typicky němá a nepřímá poznámka na nedostatečnost obecného kritéria konvergence pro podobné řady[16]) v roce 1821. V takové situaci těžko překvapí, že vynechal odkaz na neznámý spisek odněkud z Čech.

5. Cauchyho osobnost

Jestliže můžeme Cauchyho pokládat za jednoho z největších učenců Paříže své doby, musíme se zmínit rovněž o tom, že byl jednou z nejméně příjemných pařížských osobností, a velmi energickým účastníkem všeobecných konkurenčních sporů. Ač byl bourbonista a pravověrný katolík, nikdy nezaváhal, mohl-li převzít a bez oznámení přenést myšlenky třeba nejslabšího ze svých současníků. Konečně také proč by se měl zmiňovat o díle pravděpodobně neznámém svým soupeřům a nadto pro ně poměrně značně hodnotném.

Zůstává jistě ještě jeden problém.

---

[13]) Jde o práci *A. M. Legendre*, Exercises du Calcul Intégral, vycházející po částech v letech 1811 až 1817. Sešit druhého svazku vyšel v červnu 1814 a měl obzvláštní vliv na Cauchyho, viz: *I. Grattan-Guinness*, c. d. pozn. 5, kap. 2.

[14]) Viz: *I. Grattan-Guinness*, c. d. pozn. 5, kap. 2.

[15]) Viz: *I. Grattan-Guinness*, c. d. pozn. 5, kap. 3.

[16]) Celkové poměry v pařížské matematice té doby rozebírá podrobně citovaná práce pozn. 5., kap. 4 a 5. V 5. kapitole jsou též doklady o rivalitě týkající se problému konvergence mezi Fourierem a Dirichletem, Cauchym a Poissonem.

6. Dostupnost Bolzanovy stati

Bolzano publikoval své dílo jako samostatnou brožurku v roce 1817 a také v Pojednáních KČSN ve svazku z roku 1818. Praha tehdy představovala vědecké zátiší a tak i znalost Bolzanových matematických prací byla jistě omezena. Jistá neznalost může být připsána rovněž na vrub pronikavosti jejich obsahu, který byl nepříliš srozumitelný současníkům. Tak třeba Abel Bolzanovy práce jistě znal a obdivoval[17]), avšak ani on je přímo neocitoval ve svých článcích. Můžeme si být poměrně jisti, že Bolzana četlo více matematiků, než by se mohlo zdát. Vedle toho je pravděpodobné, že Paříž mohla získávat vědeckou literaturu své doby. Skutečně také Bibliothèque Impériale (dnes Bibliothèque Nationale) začala dostávat Pojednání KČSN právě od svazku 1818, který obsahoval Bolzanovu stať[18]).

Těžko bychom pochopili, že by Cauchy nevěnoval pozornost novému periodiku jako možnému pramenu zajímavých prací.

Cauchy a Bolzano se v té době ještě nesešli, byly zde však osobní styky obou matematiků na jaře a na podzim roku 1834, kdy Cauchy žil v Praze. Bolzano tehdy dal Cauchymu francouzský rukopis o rektifikaci křivek a v roce 1844 se začal domnívat, že Cauchy použil jeho myšlenek v práci z téže problematiky, kterou nedávno před tím publikoval. Práce však byla skutečně napsána v roce 1832[19]). Pokud však jde o společné myšlenky obou matematiků týkající se „nové analýzy", mohl mít Bolzano zajisté dobrý důvod k podezírání Cauchyho z plagiátorství, třebaže ho nikdy nevyslovil. Snad pociťoval, že Cauchy pouze reagoval, na výzvu kterou sám vyslovil na konci předmluvy své malé práce z roku 1817: [„jest mi prositi... aby tato pojednání nebyla přehlédnuta], nýbrž s veškerou možnou přísností zkoumána a s výsledky tohoto zkoumání seznámena veřejnost, aby se pak zřetelněji vyjasnilo, co snad bylo řečeno nejasně a aby se odvolalo, co je nesprávné, a naproti tomu, co je pravdivé a správné, aby se čím dříve, tím lépe, všeobecně ujalo"[20]).

[17]) Viz: *L. Sylow*, „Les études d'Abel et ses découvertes", Niels Hendrik Abel, Memorial publié à l'occasion de sa naissance, Christiana 1902, str. 6 a 13. Sylowův článek je paginován separátně.

[18]) Svazek nese nyní signaturu R 15200 v Département des Imprimés. Je ostatně známo, že též v Kazani četl Lobačevský Bolzanův Ryze analytický důkaz již v roce 1821. Viz: *Лаптев*, in: Успехы математических наук, 14/1959, No. 5, str. 153—5, viz též: Pokroky MFA VI, 1961 str. 283.

[19]) Viz: *I. Seidlerová*, Bemerkung zu den Umgängen zwischen B. Bolzano und A. Cauchy, in.: Časopis pěstování matematiky 18 (1962) str. 225 n. Cauchyho prací byl: „Mémoire sur la rectification des courbes et la quadrature des surfaces courbes", Mémoire de l'Acad. Roy. des Sciences, 22, (1850) str. 3—15, *Cauchy*; Oeuvres (1), *2*, str. 167—177 a byl předložen, Académie des Sciences 22. října 1832. Poprvé však byl publikován jako jedenáctistránková litografie téhož roku a toto vydání zřejmě Bolzano četl.

[20]) Rein analytischer Beweis ..., závěrečný odstavec předmluvy — český překlad citován podle *Kolman*, c. d. pozn. 2, str. 180.