

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Ze života JČSMF

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 19 (1974), No. 1, 55--60

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/139118>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1974

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>



ZE ŽIVOTA JČSMF

9. CELOŠTÁTNA KONFERENCIA O VYUČOVANÍ MATEMATIKY NA VYSOKÝCH ŠKOLÁCH TECHNICKÝCH A EKONOMICKÝCH

bola v dňoch 10. — 14. septembra 1973 v Sklených Tepliciach v Nočnom sanatóriu ZSNP Žiar nad Hronom. Kapacita objektu nedovoľovala pojať všetkých záujemcov. Preto bolo nutné prihlášky redukovat'. Konferencie sa zúčastnilo 79 učiteľov vysokých škôl technických, 7 učiteľov vysokých škôl ekonomických, 2 učitelia MFF UK Praha, 1 učiteľ UPJŠ Košice a 1 zástupca SNTL Praha. Z celkového počtu 90 účastníkov bolo 68 mužov a 22 žien takmer zo všetkých katedier matematiky a deskriptívnej geometrie vysokých škôl technických a ekonomických v našej vlasti: z Bratislavy 20, z Brna 12, z Gottwaldova 2, z Košíc 2, z Liberca 3, z Prahy 31, zo Zvolena 4 a zo Žiliny 6.

Hlavnou náplňou konferencie boli otázky skvalitňovania výchovy mladých inžinierov. Okrem toho konferencia venovala pozornosť logike a teórii množín, súčasnému stavu ich rozvoja a ich použitiu pri výučbe matematiky.

Konferenciu usporiadali: komisia JČSMF pre vyučovanie matematiky na VŠT, pobočka JSMF vo Zvolene a Katedra matematiky a deskriptívnej geometrie Vysokej školy lesníckej a drevárskej vo Zvolene. Organizáciu konferencie za-

bezpečoval prípravný výbor, ktorý pracoval v zložení: prof. C. PALAJ, predseda; prof. V. MEDEK, podpredseda; dr. T. KLEIN, tajomník; dr. D. PALUMBŇNY, hospodár; prof. V. PLESKOT; dr. S. ŠMAKAL a I. KRSEK.

V pondelok 10. septembra odpoľudnia zasadla prípravný výbor konferencie rozšírenej o členov bývalej Ústrednej komisie pre vyučovanie matematiky na VŠT. Spresnil program a rozpočet konferencie, pripravil návrh pracovného predsedníctva a návrh predsedov na jednotlivé jednacie dni.

Konferenciu otvoril prof. V. PLESKOT. Vo svojom prejave medzi iným uviedol, že ÚV JČSMF na svojom zasadnutí v júni 1973 zrušil Ústrednú komisiu JČSMF pre vyučovanie matematiky na VŠT a poveril MVS JČSMF ustanoviť novú komisiu, ktorá bude pokračovať v práci doterajšej komisie v rozšírenej forme. V mene Katedry matematiky a deskriptívnej geometrie Vysokej školy lesníckej a drevárskej a Pobočky JSMF vo Zvolene privítal účastníkov konferencie T. KLEIN. Ospravedlnil neúčast' prof. C. PALAJA na tomto otvorení a vysvetlil okolnosti, vedúce k zmene miesta konania konferencie. Potom bolo zvolené pracovné predsedníctvo konferencie v zložení: prof. V. MEDEK z SVŠT Bratislava, predseda; doc. J. KLÁTIL z VŠSE Plzeň; dr. T. KLEIN z VŠLD Zvolen; doc. J. NAGY; prof. V. PLESKOT (obaja z ČVUT Praha); doc. J. RŮŽIČKA z VŠZ Praha a dr. S. ŠMAKAL z VŠE Praha.

PROGRAM ZASADNUTIA

Utorok 11. septembra dopoludnia
(predseda prof. V. Pleskot)

*Matematická logika ako vedná disciplína
a možnosti jej využitia vo výučbe*
doc. L. Bukovský, UJPŠ Košice

V úvode prednášky doc. L. Bukovský stručne charakterizoval matematickú logiku a jej krátky historický vývoj. Charakterizoval niektoré smery v základoch matematiky (konštruktivismus, intuicionizmus). Ďalšiu časť prednášky venoval ukázkam niektorých typických metód matematickej logiky, s poukázaním na možnosti ich aplikácie alebo použitia vo výučbe.

V prvom príklade (poukázanie na silu formalizácie) stručne naznačil Zermelo- von Neumannov dôkaz determinovanosti konečných hier. Ďalej uviedol príklady na syntaktické metódy (syntax výrokového počtu) a jej analógy v iných disciplínach (programovanie pre číslové počítače). Na jednoduchom príklade vysvetlil pojem algoritmu a niektoré významné výsledky o algoritmickej neriešiteľnosti. Potom diskutoval vzťah pravdivosti a dôkazu. Snažil sa vyjasniť úlohu dôkazu, ako jedného z potenciálne možných prostriedkov na získanie pravdivých tvrdení. Na záver uviedol niektoré dôležité výsledky o neúplnosti, napr. Peanovej aritmetiky.

Hodnotná prednáška doc. L. Bukovského mala živý ohlas v diskusii, ktorá bola po prednáške.

Utorok 11. septembra odpoľudnia — Tribúna tvorivej práce mladých matematikov (predsedal prof. K. REKTORYS z ČVUT Praha)

Niekoľko algoritmov teórie grafov, užívaných v topologickej analýze a syntéze elektrických obvodov (T. Bílek, ČVUT Praha).

O kategoriálnej charakterizácii primitívnych tried zväzov (M. Kosina, ČVUT Praha).

Laterálne projekcie a ich aplikácie (dr. E. Pavlíková, VŠD Žilina).

O jadrách v zovšeobecnených algebraických kategóriách (P. Pták, ČVUT Praha).

Transformácia lineárnych homogénnych diferenciálnych rovníc pomocou transformácie systémov (dr. J. Suchomel, VUT Brno).

Tribúna tvorivej práce mladých matematikov sa stala už tradičnou súčasťou týchto konferencií. Aj tohoto roku mala veľmi dobrú úroveň a vzbudila zaslúžený záujem účastníkov konferencie.

Streda 12. septembra dopoludnia (predsedal prof. F. KRŇAN z VŠP Nitra)

*Pedagogické a psychologické aspekty výučby matematiky na vysokých školách
prof. K. Havlíček, MFF UK Praha*

V úvode prednášateľ uviedol, že prednášku vypracoval spoločne s prof. F. HYHLÍKOM z FF UK Praha, ktorý poriadateľom prisľúbil prednášku na vyššie uvedenú tému, ale pre pracovné zaneprázdnenie sa nemohol tejto konferencie zúčastniť.

Prof. K. Havlíček najprv zopakoval hlavné heslá pripravovanej prednášky prof. F. Hyhlíka: 1. Psychológia študenta, vstupujúceho na vysokú školu — záplava informácií. 2. Pomer pozornosti a únavy. 3. Motivácia odboru, záujem o štúdium (90% študentov berie štúdium vážne; treba však rozlíšiť záujem od želaní). 4. Politicko-ideologický význam výučby matematiky v spojení s vytváraním charakterových vlastností študenta. 5. Pedagogický optimizmus a dôvera k študentom (z prejavu ministra školstva ČSR z 3. 9. 1973).

Potom prednášateľ rozoberal niektoré psychologické aspekty, ako: koncentrácia pozornosti študenta pri prednáškach i pri skúškach, pomer nadania a trémy, psychický a fyzický útlm študenta podmienený strachom zo skúšky (napríklad niektorí študenti pred skúškou nespia a nejedia), dĺžka trvania skúšky a pod. Zdôraznil význam osobnosti učiteľa a jeho schopnosť jednať so študentami ako s dospelými ľuďmi. Treba mať na zreteli, že skúška je výkon. Pri skúške zisťovať, čo študent vie a nie čo nevie. Odstrániť „chytáky“ pri skúškach.

V závere svojej prednášky prof. K. Havlíček zdôraznil pomer psychológie a logiky. Pojmy či vety, ktoré sú logicky ekvivalentné, psychologicky môžu byť úplne rôznorodé. Ďalej hovoril o úlohe predstavivosti vo výučbe matematiky, správnom hodnotení významu vzorcov v matematike (dynamické stereotypy podľa I. P. Pavlova) a o vedení študentov k užívaniu odborného jazyka.

Prednáška, v ktorej sa zračila bohatá pedagogická skúsenosť i teoretická fundovanosť, obsahovala zaujímavé príklady zo života vysokoškolských študentov i učiteľov. Už počas prednášky bola živá reakcia publika. V diskusii viacerí účastníci dopĺňali prednášku svojimi skúsenosťami a problémami, hlavne pri skúškach i pri výučbe.

*Ďalšie perspektívy komisie pre vyučovanie matematiky na VŠTE
doc. J. Nagy, ČVUT Praha*

Doc. J. Nagy zoznámil účastníkov konferencie s históriou štrukturálnych zmien v JČSMF za posledných päť rokov, so vznikom sekcií, ich významom a úlohách. Potom sa zaoberal činnosťou MVS JČSMF, ktorú vykonávala od svojho vzniku a plánoch tejto sekcie na rok

1974. Podrobne informoval hlavne o tých úlohách a plánoch, ktoré sa týkajú problematiky matematiky na VŠTE.

Rozsiahla diskusia k tomuto referátu sa týkala hlavne situácie, ktorá vznikla po zrušení Ústrednej komisie pre vyučovanie matematiky na VŠT. Závěry diskusie sú formulované v uzneseniach tejto konferencie ako body 1. a 3.

V stredu 12. septembra odpoľudnia bola exkurzia účastníkov konferencie do Lesníckeho a drevárskeho múzea v Antole, blízkej Banskej Štiavnice a jej okolia.

Po večeri referoval prof. V. MEDEK o stave riešenia vedecko-výskumnej úlohy č. VIII-4-3/1 „Cieľ, obsah a metódy vyučovania matematiky a deskriptívnej geometrie na vysokých školách technických a ekonomických“. V diskusii sa zjednocoval postup jednotlivých riešiteľských skupín.

Štvrtok 13. septembra dopoludnia (predsedal prof. A. APFELBECK z ČVUT Praha)

*Teória množín ako vedná disciplína,
súčasný stav jej rozvoja
a jej použitie vo výučbe matematiky
doc. P. Vopěnka, MFF UK Praha*

Prednášajúci sa opieral o článok *Poznámky o súčasnej matematike*, ktorý uverejnil v roku 1971 vo *Filosofickém časopise*.

V prvej časti prednášky venoval pozornosť syntaktickým otázkam matematiky. Intuitívnym spôsobom zaviedol pojem kalkulu a zdôraznil jeho rôzne použitia. Osobitný dôraz položil na protomatematické otázky, týkajúce sa konštrukcie kalkulu, ktorý je adekvátny nejakej situácii. Ďalej rozviedol problematiku bezspornosti kalkulo, predovšetkým ich relatívnej bezspornosti.

V druhej časti rozoberal rôzne etapy vývoja teórie množín a jej postavenie v matematike v týchto etapách. Prednášateľ sa vyslovil kriticky k chápaniu teórie množín ako sveta matematiky, t.j. k redukovaní celej matematiky na teóriu množín. Na druhej strane ocenil kladné stránky takéhoto postupu. Autor vymedzil postavenie teórie množín v matematike ako historicky a prakticky overeného arbitra pre rozhodovanie otázok konzistencie rôznych kalkulo. Zdôraznil však, že to nemusí byť nutne jediný prostriedok

pre uznanie konzistencie nejakého kalkulu a pre prijatie takéhoto kalkulu do matematiky.

Zaujímavá prednáška, poskytujúca netradičný, originálny pohľad na súčasnú matematiku, vyvolala bohatú diskusiu.

Štvrtok 12. septembra odpoľudnia — zasadnutie sekcií:

1. Rokovania sekcie elektrotechnických fakúlt sa zúčastnilo 14 osôb: 2 z SVŠT Bratislava, 1 z VUT Brno, 3 z VŠSE Plzeň, 2 z FJFI ČVUT Praha a 6 z FEL ČVUT Praha (predsedal doc. J. KLÁTIL).

2. V sekcii strojných fakúlt bolo 21 účastníkov: 3 z SVŠT Bratislava, 3 z VUT Brno, 2 z VAAZ Brno, 1 z VŠT Košice, 3 z VŠST Liberec, 6 z ČVUT Praha a 3 z FSET VŠD Žilina (predsedal doc. L. DRŠ z ČVUT Praha).

3. V sekcii stavebných fakúlt pracovalo 16 účastníkov: 10 z SVŠT Bratislava, 2 z VUT Brno a 4 ČVUT Praha (predsedala doc. B. KOLIBIAROVÁ z SVŠT Bratislava).

4. Sekcia ostatných fakúlt, ktorej predsedala doc. D. KRAJŇÁKOVÁ z SVŠT Bratislava, bola po vzájomnej dohode rozdelená do skupín:

a) chemickotechnologických fakúlt, v ktorej rokovalo 10 účastníkov: 2 z SVŠT Bratislava, 2 z FT VUT Gottwaldov, 2 z VŠB Ostrava, 2 z VŠCHT Pardubice a 2 z VŠCHT Praha;

b) ekonomických fakúlt, v ktorej bolo 10 účastníkov: 3 z VŠE Bratislava, 4 z VŠE Praha a 3 z FPED VŠD Žilina;

c) poľnohospodárskych a lesníckych fakúlt, v ktorej pracovalo 15 účastníkov: 3 z VŠP Nitra, 4 z VŠZ Brno, 4 z VŠZ Praha a 4 z VŠLD Zvolen.

Rokovania v sekciiach sa zaoberali otázkami politickej angažovanosti matematikov vyučujúcich na VŠTE, ich účasťou pri prestavbe vysokoškolského štúdia, zjednocovaním učebných plánov, učebných textov a pomôcok na sesterských fakultách, zjednocovaním postupu pri prijímacích skúškach, pri prípravnom štúdiu, znížením prepádavosti študentov VŠTE z matematiky a ďalšími aktuálnymi problémami vyučovania matematiky na VŠTE.

V sekcii strojných fakúlt si účastníci navyše vypočuli referát dr. R. GREPLA z VAAZ Brno na tému *Štruktúra cvičenia z matematiky a možnosti netradičných foriem cvičení na VŠT*. Prednášajúci hovoril o výsledkoch prieskumu

výučby matematiky na VŠT v Brne v rokoch 1971—73, o vlastných skúsenostiach a poznatkoch získaných z dostupnej literatúry. Na základe toho predniesol svoj návrh na súčasnú optimálnu štruktúru tradične pojatého cvičenia z matematiky na VŠT. V druhej časti svojho referátu podal návrh na uplatnenie netradičných foriem cvičení na VŠT.

Po skončení zasadnutí sekcií zasadalo pracovné predsedníctvo konferencie rozšírené o predsedov sekcií, hodnotilo priebeh konferencie a pripravilo návrh uznesení.

Večerné spoločenské posedenie prispelo k prehĺbeniu dobrých vzťahov medzi matematikmi celej našej vlasti.

Piatok 14. septembra dopoludnia — záver konferencie

Záverečné zasadnutie otvoril prof. V. MEDEK a požiadal T. KLEINA, aby prečítal návrh uznesení, ktoré pripravilo pracovné predsedníctvo konferencie. Potom vyzval účastníkov konferencie, aby sa v nasledujúcej diskusii vyjadrili, resp. doplnili prednesený návrh uznesení a zhodnotili organizáciu i priebeh konferencie.

Účastníci konferencie v diskusii hovorili o nedostatku stredoškolských učebníc matematiky pre potreby vysokých škôl, hlavne k prípravnému štúdiu. Dožadovali sa homogenizácie matematického vzdelania žiakov stredných škôl, ktorí sa zaujímajú o štúdium na VŠTE. Hovorili o preťažnosti vyučujúcich matematiku v prvom ročníku VŠTE. Zvlášť sa to prejavuje v septembri, kedy prebieha prípravné štúdium, sústredenia študentov popri zamestnaní a je veľké množstvo semestrálnych skúšok.

Ďalej účastníci kladne hodnotili vysokú úroveň odznelých prednášok a ocenili skutočnosť, že po každej prednáške bolo dost času na diskusiu. Vyslovili tiež spokojnosť s organizačným zabezpečením konferencie.

V závere diskusie schválili nižšie uvedené uznesenia konferencie.

Prof. V. MEDEK v záverečnom slove zdôraznil, že rokovanie konferencie v plénach, sekciách i kuloároch sledovalo skvalitnenie výchovy mladých inžinierov a v tomto zmysle mala konferencia hlboký politický význam. Vysoká úroveň odznelých prednášok, bohaté diskusie k nim i k výučbe matematiky na VŠTE nás oprávňujú prehlásiť túto konferenciu za vyda-

renú. K úspešnému priebehu konferencie, povedal prof. V. Medek, prispel aj fakt, že pre konferenciu boli vytvorené dobré podmienky, za čo treba poďakovať vedeniu Závodu SNP v Žiari nad Hronom, ktoré poskytlo objekt pre konferenciu, Pobočke JSMF vo Zvolene a všetkým pracovníkom Katedry matematiky a deskriptívnej geometrie Vysokej školy lesníckej a drevárskej vo Zvolene, ktorí zabezpečili konferenciu po organizačnej stránke. Potom prof. V. Medek vyhlásil konferenciu za skončenú.

Tomáš Klein

UZNESENIA

1. Účastníci konferencie vzali na vedomie uznesenie ÚV JČSMF o zrušení Ústrednej komisie pre vyučovanie matematiky na VŠT a poverení MVS JČSMF ustanoviť novú komisiu, ktorá bude pokračovať v rozšírenej forme v práci doterajšej komisie. Konferencia ocenila mnohoročnú činnosť bývalej Ústrednej komisie, vyslovuje jej predsedovi prof. V. Pleskotovi a členom uznanie i vďaka za obetavú prácu. Súčasne doporučuje, aby novoutvorená komisia nadviazala na dobré tradície a využívala bohaté skúsenosti bývalej komisie.
2. Konferencia sa zaoberala otázkou politickej angažovanosti matematikov vyučujúcich na vysokých školách technických a ekonomických a ich účasti pri prestavbe vysokoškolského štúdia. Rozhodla, aby sa touto otázkou zaoberala aj buduca konferencia.
3. Konferencia sa zaoberala problematikou kontroly štúdia i metodiky skúšok. Doporučuje MVS, aby usporiadala 10. konferenciu o vyučovaní matematiky na VŠTE v roku 1974, ktorá by sa zaoberala rozborom príčin prepadavosti a ďalšími otázkami, tak ako vyplývajú zo záverov pléna ÚV KSČ z júla 1973.
4. Účastníci konferencie považujú za potrebné, aby sa na budúcich konferenciách zúčastňovali aj zástupcovia ministerstiev školstva a pracovníci zaoberajúci sa problémami výučby matematiky na stredných školách.
5. Do konca roku 1973 si zástupcovia sesterských katedier vymenia študijné plány fakúlt, učebné osnovy, skriptá, resp. ich názvy, prípadne iný vhodný dostupný materiál

(požiadavky ku skúškam, osnovy cvičení, vrátane programu prípravného štúdia).

6. Konferencia doporučuje, aby katedry naďalej venovali pozornosť vedecko-výskumnej úlohe č. VIII-4-3/1 i všetkým ostatným úlohám podobného zamerania.
7. Účastníci konferencie doporučujú MVS JČSMF a MS JSMF, aby venovali pozornosť problémom učebníc pre VŠTE.
8. Konferencia doporučuje MVS hľadať možnosti zverejňovania skúseností vysokých škôl

o tom, ako sú záujemci na VŠTE pripravení z matematiky.

9. Účastníci konferencie upozorňujú na potrebu zvýšenej pozornosti príprave žiakov z matematiky stredných priemyselných a učňovských škôl a iných škôl s menšou výmerou vyučovacích hodín z matematiky, ktorí sa zaujímajú o štúdium na VŠTE.
10. Konferencia navrhuje MVS, aby s pobočkou JČSMF v Liberci prerokovali možnosť usporiadania budúcej konferencie.

Ve svém historickém vývoji, přes význačné změny, které se zde udály, zůstávala matematika (přibližně do konce 18. století, pozn. překl.) vědou o kvantitativních a prostorových vztazích a formách skutečnosti, i když zkoumaných ve formě absolutizovaných abstrakcí.

Nový rozvoj matematiky na počátku 19. století byl inspirován především potřebou řešit její vlastní problémy, které na sebe vzaly, možno tak říci, podobu záhad. První v časové posloupnosti byla záhada Eukleidova V. postulátu; marné pokusy dokázat tento postulát se již vlekly dva tisíce let. Vysvětlení záhady bylo podáno v tvrzení Lobačevského, že dedukce plynoucí z odmítnutí V. postulátu vytvářejí možnou nebo — jak se autor sám vyjádřil — „zdánlivou“ geometrii. Řešení pak bylo po 40 letech dovršeno důkazem bezspornosti geometrie Lobačevského. To pak spolu s jinými novými „geometriemi“ přetvořilo geometrii ve vědu o prostorech různého druhu. Obecný pojem prostoru, počítaje v to i prostory funkcionální, byl explicitně vyjádřen Riemannem v jeho práci *O hypotézách obsažených v základech geometrie*.

Druhou záhadou byla otázka imaginárních čísel — problém zdůvodnění jejich použitelnosti. Její řešení dané definicí komplexní roviny a umožňující chápat imaginární čísla jako „reálná“ mělo za důsledek rozvoj teorie funkcí

komplexní proměnné a utvoření představ o hyperkomplexních číslech.

Třetí záhadou byl problém řešení algebraických rovnic vyššího než čtvrtého stupně; tento problém se musel zdát záhadným vzhledem k tomu, že ačkoliv rovnice 3. a 4. stupně byly vyřešeny již v 16. století, veškeré úsilí a obrovské úspěchy matematiky od té doby dosažené nebyly zde nic platné. Řešení tohoto problému v Galoisově teorii, která vedla k rozpracování teorie grup, dalo spolu s hyperkomplexními čísly popud ke zcela novému rozvoji algebry a přetvořilo algebru z nauky o formálních operacích s čísly a o řešení rovnic v nauku o rozličných algebraických systémech.

Konečně zde byla čtvrtá záhada ležící v základech analýzy, v chápání jejích základních pojmů: nekonečně malé veličiny, funkce a proměnné. Otázka, možno tak říci, se týkala smyslu výrazu $\lim f(x)$: co zde znamená \lim , f , x ? Je zajímavé, že problém byl řešen právě v tomto pořadí, v rozporu se vši logikou. Cauchy vypudil z matematiky mystické nekonečně malé veličiny tím, že definoval limitu, potom následovala obecná definice funkce a konečně na počátku 70. let minulého století byla podána definice reálného čísla x . Rozhodujícím se zde však neukázalo samotné řešení „záhady x “, nýbrž s tím souvisící vybudování obecné teorie množin Cantorem.

Chápání matematiky jako ideální techniky nám může objasnit otázku pravdivosti v matematice. Obtížnost této otázky je v tom, že ideální objekty matematiky nejenže si v ní nekorespondují s reálnými objekty, ale nemají v realitě ani dostatečně přesné vzory. Stačí připomenout iracionální čísla, nemluvě už o takových věcech jako jsou nekonečné množiny různých mohutností. Když se při axiomatické definici jakéhokoliv předmětu matematiky hovoří o nějaké množině objektů „libovolné povahy“, ukazuje se oprávněným Russelův aforismus, že „matematika je doktrína, ve které není známo, o čem hovoříme a je-li pravda to, co říkáme“. Řešení našeho problému pravdivosti však záleží, jednoduše řečeno, v konstatování, že takový problém *neexistuje*. Matematika konstruuje svoje aparáty a nemá smysl hovořit o tom, zda jsou pravdivé nebo nepravdivé: aparát buďto funguje, nebo nefunguje, a když funguje, potom buď produktivně, nebo bezúčelně. Stejně nevhodná otázka by byla: „Je tento soustruh pravdivý nebo nepravdivý?“ Otázka pravdivosti vyvstává teprve v aplikacích matematiky a odpověď pak už nezávisí na ní samé, ale na tom, nakolik oprávněná je aplikace.

Význam a oprávnění matematiky je v její aplikaci, stejně jako význam a oprávnění techniky. A jako se nikdo vážně nezabývá neplodnými technickými výmysly, tak i v matematice je věnována zvláštní pozornost rozvoji těch směrů, které se ukazují nejpłodnějšími v aplikacích. Avšak technika má svou nevyhnutelnou strukturu. U soustruhu není důležitá pouze jeho bezprostředně pracující součást, například nůž: i nejlepší nůž není k ničemu odděleně od celého soustruhu. Žádná moderní výroba se neobejde bez techniky uspokojující její vlastní potřeby a zabezpečující její normální chod. Zcela obdobně „ideální technika“ matematiky má svoji strukturu a bez oborů sloužících jejím vlastním potřebám nemůže fungovat a rozvíjet

se ani trochu uspokojivě. Pečovat pouze o aplikace matematiky by znamenalo něco podobného, jako bychom se u soustruhu starali pouze o kvalitu nože nebo v průmyslu pouze o výrobu spotřebních statků. Při takové péči by sama výroba brzy zašla na úbytě. Stejně tak jednostranná starost o aplikace bez náležité pozornosti k předstihu v rozvoji samotné matematiky by vedla pouze k úpadku vědy.

Podobně jako jsme objasnili otázku pravdivosti v matematice, můžeme vyřešit i otázku základů matematiky. Základy každé vědy leží v samotné skutečnosti, kterou odrážejí; poněvadž však předmětem matematiky jsou idealizované objekty a odvolávání se na zkušenost se zde nepřipouští jako argument, otázka základů či opodstatnění matematiky má svůj zvláštní charakter a obtížnost. Nyní můžeme říci, že se tato otázka týká všeobecných principů sestrojování matematických aparátů. Axiomatická metoda je jedním z takových principů. Požadavek bezspornosti je možno chápat v tom smyslu, že axiomaticky definovaný aparát je vůbec schopen fungovat. Z formálního rozporu, jak učí matematická logika, lze vyvodit, cokoli si přejeme, a aparát tím ztrácí smysl. Na druhé straně vůbec není nutno, aby aparát pracoval podle pravidel obyčejné formální logiky. V zásadě nevidíme důvodu, proč by pravidla jeho fungování, tj. pravidla dedukce, nemohla být zcela jiná — podobně jako skutečný stroj nemusí být mechanický, ale konstruovaný na jiných principech — hlavní je, aby aparát fungoval produktivně. Fakticky namísto předchozího logického monismu matematiky, vyžadujícího obyčejnou formální logiku, se vyvinul logický pluralismus s různými logikami: obyčejnou formální, konstruktivní, minimální, víceznačnou aj. Stejně tak se zkoumají a přijímají nebo odmítají různé úrovně abstrakce — od abstrakce aktuálního nekonečna v klasickém Cantorově duchu až po ultraintuicionistické hledisko, které připouští pouze ohraničené množiny celých čísel.

A. D. Alexandrov