

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Ivo Kraus

Rentgenografické měření makroskopických vnitřních pnutí

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 11 (1966), No. 2, 64--79

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/139042>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1966

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

RENTGENOGRAFICKÉ MĚŘENÍ MAKROSKOPICKÝCH VNITŘNÍCH PNUTÍ

IVO KRAUS, Praha

1. ÚVOD

Velmi častým úkolem, který musí u výrobků z nejrůznějších materiálů řešit technická praxe, je stanovení vnitřních pnutí. Mezi způsoby jejich měření v polykrystalických látkách mají pro svůj nedestruktivní charakter velký význam metody rentgenové difrakce.

O klasifikaci vnitřních pnutí podle geometrických kritérií na základě velikosti objemů, ve kterých jsou pnutí v rovnováze nebo podle toho, jak ovlivňují polohu, šířku, případně intenzitu difrakčních linií na rentgenogramech, se pojednává např. v [1].

V tomto článku se budeme zabývat fyzikální podstatou a vzájemnými souvislostmi základních metod měření makroskopických vnitřních pnutí rentgenovými paprsky.

Makroskopická vnitřní pnutí (pnutí I. druhu) jsou podmíněna elastickými deformacemi krystalové mřížky; mohou být buď *dočasná* – vyvolaná vnějšími silami a existující pouze při jejich působení, nebo *zbytková* – zachovávají se i po odstranění vnějších sil.

Základní práce o rentgenografickém měření pnutí pochází od LESTERA a ABORNA [2], kteří ukázali, že se vzdálenost atomových rovin při působení vnější síly změní. Možnost analýzy jednoosého stavu napjatosti pomocí Debyeovy-Scherrerovy metody vyložil poprvé AKSENOV v roce 1929 [3]. Hlavní myšlenkou jeho práce bylo, že se změny vzdáleností atomových rovin vyvolané elastickými pnutími nechají stanovit z posunu difrakčních linií na rentgenogramech a že na základě takovýcho měření deformace v atomovém měřítku lze pak s pomocí vztahů teorie elasticity vypočítat pnutí. Závěry Aksenovovy práce daly bezprostřední podnět k vývoji prakticky upotřebitelných metod stanovení pnutí rentgenovými paprsky.

Již v roce 1930 navrhl SACHS a WEERTS [4] metodu, která za předpokladu, že na povrchu materiálu existuje dvojosý stav napjatosti¹⁾, umožňuje stanovení součtu obou hlavních složek pnutí. Tato metoda byla nazvána *metoda kolmého dopadu* (Senkrecht-Verfahren), neboť při ní dopadá svazek rentgenových paprsků vhodně vlnové délky kolmo na povrch vzorku; změny mezirovinových vzdáleností se měří ve směru přibližně rovnoběžném s touto kolmicí. Je však nutno znát hodnotu mezirovinné vzdálenosti materiálu v nenapjatém stavu.

¹⁾ Vzhledem k velké absorpci proniká rentgenové záření užívané při analýze pnutí v kovových materiálech nejvýše do hloubky řádově několik setin milimetru. Naměřené hodnoty pnutí se proto vztahují ke stavu napjatosti na povrchu tělesa. Rentgenovou difrakcí tedy zjišťujeme pouze dvojosá pnutí ležící v rovině tečné k povrchu vzorku; třetí složka kolmá k povrchu je vždy rovna nule.

Důležitý krok dále se podařil GLOCKEROVI a spolupracovníkům, když navrhl metody ke stanovení složek pnutí v libovolném předepsaném směru, aniž bylo zapotřebí znát hodnotu mezirovinné vzdálenosti nenapjatého vzorku. V roce 1936 to byla tak zvaná *metoda dvou expozic* (Senkrecht-Schräg-Verfahren) [5] a roku 1938 *metoda jedné expozice* (45°-Verfahren) [6]. Zatímco byly u první metody k určení jedné složky pnutí potřebné 2 snímky, postačuje u druhé metody snímek jediný. Určování pnutí se zjednodušilo natolik, že na jeho velikost lze usuzovat z měření vzdáleností mezi vhodnými interferenčními liniemi zkoumaného vzorku a příznivě zvolenou linií referenční.

Metodická stránka rentgenografického měření pnutí byla v podstatě ukončena ve 40. letech vývojem metod pro úplné stanovení neznámého dvojsového stavu napjatosti na povrchu vzorku (určení velikosti a směru hlavních pnutí).

Později se však ukázalo, že použitelnost těchto metod není neomezená. Tak byla například zjištěna jistá neurčitost stanovení pnutí způsobená elastickou anizotropií. Jiným omezením je kvalita ostrosti difrakčních linií — uvedené metody lze úspěšně použít jen u látek s relativně ostrými difrakčními liniemi. Na velmi závažnou skutečnost upozornil dále roku 1949 GREENOUGH [7]. Při rentgenografickém měření pnutí na základě posunutí difrakčních linií se až do té doby předpokládalo, že celý zjištěný posun difrakčních linií odpovídá pnutím I. druhu. Greenough ukázal, že změna polohy linií může být způsobena i zbytkovými pnutími II. druhu (mikroskopická vnitřní pnutí). Tento „příspěvek posunutí linií“ vyvolaný pnutími II. druhu způsobuje v řadě homogenních i heterogenních materiálů další neurčitost získaných hodnot makropnutí.

Z výsledků prací publikovaných v posledních 15 letech se ukazuje, že údaje o zbytkových pnutích I. druhu získané pouze zmíněnými klasickými rentgenografickými metodami jsou v mnoha případech nesprávné — především při stanovení zbytkových pnutí v plasticky deformovaných materiálech.

Na závěr tohoto stručného historického přehledu vývoje rentgenografického měření vnitřních pnutí je třeba ještě upozornit na nejnovější metodu z roku 1961, nazvanou jejím autorem E. MACHERAUCHEM *metoda* $\sin^2 \psi$ ($\sin^2 \psi$ -Verfahren) [8]. Za předpokladu, že na povrchu materiálu existuje dvojsový stav napjatosti, lze touto metodou stanovit nejen složky napětí v libovolném předepsaném směru a součet hlavních pnutí, ale i velikost a směr hlavních pnutí.

O fyzikální podstatě a vzájemné souvislosti uvedených čtyř základních metod i o faktorech, které omezují jejich použití, pojednáme nyní podrobněji.

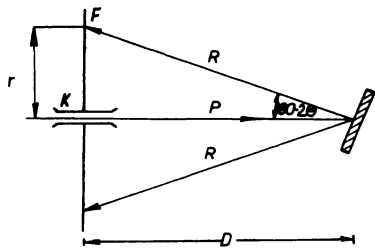
2. FYZIKÁLNÍ PODSTATA MĚŘENÍ MAKROPNUTÍ RENTGENOVÝMI DIFRAKČNÍMI METODAMI

Rentgenografické měření elastických pnutí záleží v přesném určení vzájemných vzdáleností atomových mřížkových rovin — mezirovinných vzdáleností d — a jejich relativních změn $\delta d/d$.

Při měření se vhodně vycloněný svazek rentgenových paprsků určité vlnové délky λ nechá dopadat na povrch zkoumaného vzorku a na filmu nebo pomocí jiného indikátoru (Geigerův-Müllerův počítač, scintilační počítač) se registrují difrakční linie vznikající podle Braggovy rovnice

$$(1) \quad n\lambda = 2d \sin \Theta ,$$

kde n je celé číslo – řád reflexe, d – mezivířinná vzdálenost, Θ – Braggův úhel, tj. úhel mezi reflektujícím systémem mřížkových rovin a dopadajícím paprskem. Změny $\delta d/d$ se měří speciálním uspořádáním Debyeovy-Scherrerovy metody, tzv. metodou zpětného paprsku, schematicky znázorněnou na obr. 1.



Obr. 1. Schéma metody zpětného paprsku. P – primární paprsek, R – reflektovaný paprsek, K – kolimátor, V – vzorek, F – film, D – vzdálenost mezi vzorkem a filmem, r – poloměr difrakčního kroužku.

Je zřejmé, že touto metodou lze registrovat pouze difrakční linie odpovídající vysokým Braggovým úhlům. Jedině těchto linií lze však užít pro velmi přesné měření mezivířinných vzdáleností, jaké vyžaduje určení pnutí, jak snadno pochopíme z následující úvahy:

Diferencováním (1) plyne

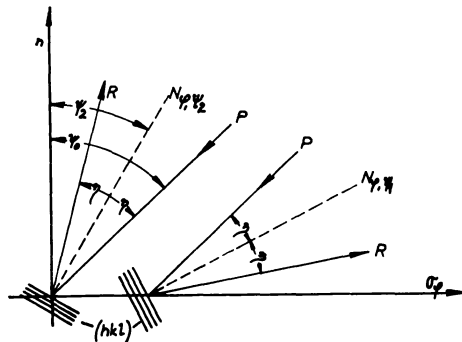
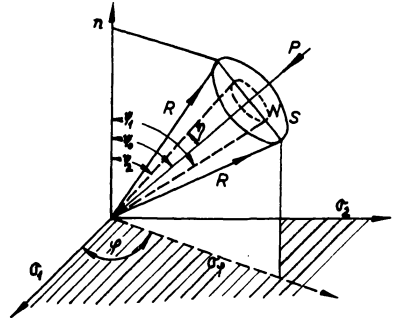
$$(2) \quad \delta\Theta = - \frac{\delta d}{d} \operatorname{tg} \Theta ,$$

tj. pro danou změnu δd je změna Θ (a tím i posun linie) úměrná $\operatorname{tg} \Theta$. Zatímco tedy způsobí malá změna mezivířinných vzdáleností d u linií o malém úhlu Θ jen nepatrnou změnu jejich polohy, u linií kolem $\Theta = 90^\circ$ budou posuny velmi značné. Z toho plyne, že pro precizní určení mezivířinných vzdáleností jsou jediné vhodné právě tyto poslední difrakční linie.

Jestliže primární svazek rentgenových paprsků dopadá na polykrystalický materiál, jak ostatně v celém článku předpokládáme, pak ke vzniku interferencí registrovaných pod úhlem Θ přispívají jen zcela určité vhodně orientované krystality ozářené oblasti povrchu. Jsou to ty krystality, u nichž normály soustavy rovin označených Millerovými indexy (hkl) leží na plášti kužele sousého s primárním paprskem

o vrcholovém úhlu $2\eta = 2(90^\circ - \Theta)$; vrcholový úhel příslušného Debyeova-Scherrerova kužele, jehož plášť je tvořen difraktovanými paprsky, má hodnotu dvojnásobnou. Trojrozměrné a dvojrozměrné znázornění těchto vztahů v případě napjatého vzorku materiálu je vidět na obr. 2. a 3.

Obr. 2. Debyeův-Scherrerův a normálový kužel vznikající při šikmém dopadu primárního rentgenového paprsku na povrch vzorku, kde předpokládáme existenci dvojsového stavu napjatosti. P – primární (dopadající) paprsek, R – reflektovaný paprsek, S – Debyeův-Scherrerův kužel, N – normálový kužel (u vzorků, v nichž existuje stav napjatosti, jsou oba kužele asymetricky deformované), φ – azimutální úhel, σ_1 , σ_2 – hlavní pnutí, σ_φ – složka pnutí ve směru svírajícím se σ_1 úhel φ , ψ_1, ψ_2 – úhel mezi normálou n k povrchu vzorku a normálovým kuželem v rovině určené azimutem φ , ψ_0 – úhel mezi normálou n a směrem primárního paprsku.



Obr. 3. Dvojrozměrné zobrazení vzniku rentgenových difrakcí v oblasti zpětného paprsku.

3. CHARAKTER DIFRAKČNÍCH LINIÍ PŘI STAVU NAPJATOSTI

Obecně budou reflektované paprsky rozloženy symetricky kolem primárního paprsku pouze v případě, je-li ozařovaná oblast vzorku složena z dostatečně malých krystalků v nenapjatém stavu. U materiálu ve stavu napjatosti dostaneme normálový i Debyeův-Scherrerův kužel asymetricky deformovaný. Abychom si tuto deformaci difrakčních linií způsobenou vnitřními pnutí ve vzorku ujasnili, všimněme si blíže jednoosého stavu napjatosti. Výsledky rozboru tohoto jednoduchého případu nám pomohou pochopit i obecný objemový stav napjatosti.

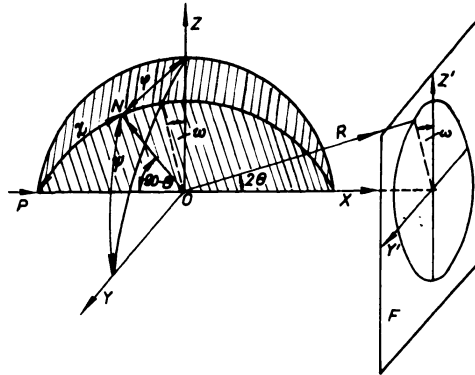
Předpokládejme, že na vzorek působí síla ve směru osy Z (obr. 4).

Jak plyne z (10) a z obr. 4, je velikost normálního pnutí působícího (ve směru normály) na rovinu, jejíž normála ON svírá s osou Z úhel φ , rovna $\sigma_\varphi = \sigma_0 \cos^2 \varphi$,

kde σ_0 je pnutí působící na rovinu XY . V důsledku Hookova zákona bude změna mezirovinné vzdálenosti $\delta d/d$ rovin rovnoběžných s uvedenou šikmou rovinou

$$\frac{\delta d}{d} = \frac{\sigma_\varphi}{E} = \frac{\sigma_0}{E} \cos^2 \varphi ,$$

kde E je Joungův modul pružnosti ve směru normály.



Obr. 4. Úhlové vztahy pro vyjádření deformace difrakčních linií na rentgenogramech. Pro větší názornost je v uvedeném schématu film F umístěn za vzorkem ve směru dopadajícího rentgenového paprsku.

Změna δd vede ke změně úhlu difrakce o $\delta\theta$, kde

$$(3) \quad \delta\theta = - \frac{\delta d}{d} \operatorname{tg} \theta = - \frac{\sigma_0}{E} \cos^2 \varphi \operatorname{tg} \theta .$$

Posun difrakční linie na rentgenogramech bude dále záviset na orientaci působící síly F vzhledem ke směru primárního paprsku. Předpokládejme, že tento paprsek je orientován ve směru osy X – směr působící síly F měníme. Zkoumejme tři případy:

a) $F \parallel Z$, b) $F \parallel Y$, c) $F \parallel X$.

V případech a) a b) bude síla F kolmá k dopadajícímu paprsku, v případě c) je s tímto paprskem rovnoběžná.

Jestliže svírá normála reflexní roviny ON s osami X, Y, Z úhly χ, ψ, φ a je-li ω úhel roviny obsahující primární paprsek, normálu ON a reflektovaný paprsek s rovinou XZ , pak jsou směrové kosiny normály ON :

$$(4) \quad \begin{aligned} \cos \varphi &= \cos \theta \cos \omega , \\ \cos \psi &= \cos \theta \sin \omega , \\ \cos \chi &= \sin \theta . \end{aligned}$$

Avšak úhly φ, ψ, χ jsou úhly, které svírá normála reflexní roviny ON se směrem půso-

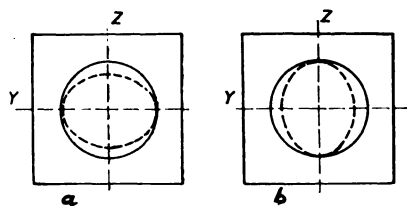
bící síly ve třech uvažovaných případech a), b), c). Dosazením směrových kosinů (4) do (3) dostaneme postupně:

$$a) \quad \delta\Theta = -\frac{1}{2} \frac{\sigma_0}{E} \cos^2 \omega \sin 2\Theta,$$

$$b) \quad \delta\Theta = -\frac{1}{2} \frac{\sigma_0}{E} \sin^2 \omega \sin 2\Theta,$$

$$c) \quad \delta\Theta = -\frac{\sigma_0}{E} \sin^2 \Theta \operatorname{tg} \Theta.$$

Je zřejmé, že pouze ve třetím případě, kdy $F \parallel X$, budou mít difrakční linie na filmu umístěném kolmo na směr dopadajícího svazku přesně tvar kružnice. V případech a) a b) se difrakční kroužky změní v elipsy (obr. 5).



Obr. 5. Tvar difrakčních linií v případě, že síla F působí kolmo ke směru primárního paprsku: a) $F \parallel Z$, b) $F \parallel Y$.

V případě a) splývá osa elipsy rovnoběžná s Y s poloměrem kroužku, který odpovídá nenapjatému vzorku; v případě b) splývá s tímto poloměrem osa elipsy rovnoběžná se Z .

Povšimněme si ještě jednoho velmi důležitého speciálního případu, kdy má difrakční linie přesně tvar kružnice. Bude to při měření $\delta d/d$ u rovin rovnoběžných s povrchem vzorku. Zde je totiž směr měřené deformace rovnoběžný s jednou osou elipsoidu napětí $\sigma_3 = 0$, přičemž tangenciální složky hlavních pnutí leží v rovině povrchu. Jak uvidíme, využívá se této skutečnosti s jistou aproximací při metodě měření součtu hlavních pnutí $\sigma_1 + \sigma_2$.

Zcela obecně je však výsledný tvar difrakční linie značně složitý. Podrobná diskuse tohoto problému je provedena v [9].

4. ODVOZENÍ A DISKUSE ZÁKLADNÍCH ROVNIC

Jak už bylo ukázáno, každé změně $\delta d/d$ střední hodnoty meziorovinných vzdáleností d krystalků zasažených primárním paprskem odpovídá změna Braggova úhlu $\delta\Theta$, daná rovnicí (2), a tím také změna polohy difrakční linie. Při registraci difrakto-

vaných paprsků Geigerovým-Müllerovým nebo scintilačním počítačem se změna $\delta\theta$ měří přímo a $\delta d/d$ se vypočte podle (2). Při registraci na rovinném filmu je nutno nejprve změřit změnu poloměru difrakčního kroužku δr , která odpovídá změně úhlu $\delta\theta$. Je-li D vzdálenost mezi filmem a vzorkem, pak, jak je zřejmé z obr. 1,

$$r = D \operatorname{tg}(180^\circ - 2\theta).$$

Diferencováním tohoto vztahu dostaneme

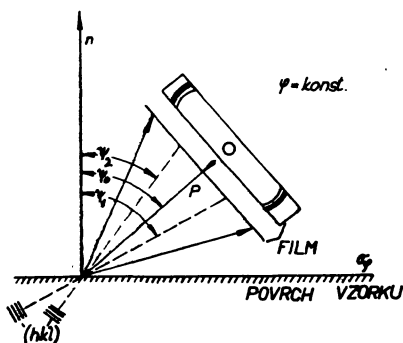
$$\delta\theta = -\frac{\cos^2 2\theta}{2D} \delta r$$

a dosazením do (2)

$$(5) \quad \frac{\delta d}{d} = -\operatorname{ctg} \theta \delta\theta = \frac{\operatorname{ctg} \theta \cos^2 2\theta}{2D} \delta r,$$

což je vztah mezi $\delta d/d$ a posunem linie δr na rovinném filmu.

Předpokládejme nyní, že na povrchu vzorku existuje dvojsojý stav napjatosti daný velikostí a směrem hlavních pnutí σ_1, σ_2 . Svazek rentgenových paprsků nechť dopadá na vzorek v rovině určené azimutálním úhlem φ vzhledem k σ_1 . Úhel mezi paprskem a normálou n k povrchu vzorku označme ψ_0 . Jak je vidět z obr. 6, jedna část pláště Debyeova-Scherrerova kužele je tvořena reflexemi od těch krystalků, jejichž normály k mřížkové rovině (hkl) svírají s povrchovou normálou n úhel $\psi_1 = \psi_0 + \eta$, druhá část kuželového pláště reflexemi od krystalků, které jsou svými normálami týchž rovin skloněny k n pod úhlem $\psi_1 = \psi_0 - \eta$.



Obr. 6. Schéma experimentálního uspořádání při rentgenografickém měření pnutí metodou zpětného paprsku s fotografickou registrací. ψ_1, ψ_2 — úhel mezi směrem měření deformace a povrchovou normálou n , N_{φ, ψ_i} — normála měřené soustavy mřížkových rovin (hkl) , V — vzorek.

Poznamenejme, že zatímco při uspořádání na zpětný odraz s fotografickou registrací mohou být z jediného snímku stanoveny dvě hodnoty δr , a tedy dvě hodnoty relativních změn $\delta d/d$ (jedna odpovídá směru deformace ψ_1 , druhá směru ψ_2), s použitím goniometru lze při určitém směru dopadu rentgenového paprsku určit hodnotu pouze jedinou (obr. 7).

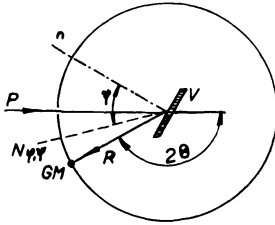
Zjištěné relativní změny mezivzrostů nyní ztotožníme s relativními deformacemi vyjádřenými ze vztahů mezi tenzorem napětí a tenzorem deformace. Podle lineární teorie elasticity lze deformaci ε v libovolném směru, který svírá s hlav-

ními osami elipsoidu deformace úhly, jejichž kosiny jsou $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, vyjádřit vztahem

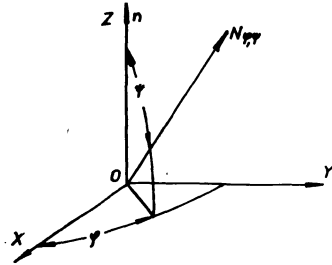
$$(6) \quad \varepsilon = \varepsilon_1 \alpha_1^2 + \varepsilon_2 \alpha_2^2 + \varepsilon_3 \alpha_3^2,$$

kde $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ jsou hlavní deformace – deformace ve směru os elipsoidu.

Dopadá-li primární svazek rentgenových paprsků šikmo na rovinnou plochu vzorku, můžeme směr ON , v němž se měří deformace, charakterizovat úhly φ a ψ , kde ψ je úhel směru ON s normálou k povrchu a φ – úhel průmětu ON do roviny XY s jednou z hlavních os, např. s osou X (obr. 8).



Obr. 7. Schéma experimentálního uspořádání při rentgenografickém měření pnutí pomocí goniometru s počítačovou registrací. GM – Geigerův-Müllerův nebo scintilační počítač.



Obr. 8. Úhlové vztahy pro vyjádření kosinů směru ON , v němž měříme deformaci.

Směrové kosiny $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ vyjádříme pomocí úhlů φ, ψ takto:

$$(7) \quad \begin{aligned} \alpha_1 &= \sin \psi \cos \varphi, \\ \alpha_2 &= \sin \psi \sin \varphi, \\ \alpha_3 &= \cos \psi. \end{aligned}$$

Dále použijeme vztahů mezi $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ a hlavními pnutími σ_1, σ_2 (v případě dvojosého stavu napjatosti na povrchu vzorku je třetí složka – kolmá k povrchu – $\sigma_3 = 0$)

$$(8) \quad \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\sigma_1 - \nu \sigma_2}{E}, \\ \varepsilon_2 &= \frac{\sigma_2 - \nu \sigma_1}{E}, \\ \varepsilon_3 &= \frac{-\nu(\sigma_1 + \sigma_2)}{E}, \end{aligned}$$

kde ν je Poissonova konstanta a E Youngův modul pružnosti.

Dosazením (7) a (8) do (6) dostáváme vztah pro relativní deformaci ve směru určeném azimutálním úhlem φ vzhledem k σ_1 ($X \equiv \sigma_1$) a úhlem ψ vzhledem k n :

$$(9) \quad \varepsilon_{\varphi, \psi} = \left(\frac{\delta d}{d} \right)_{\varphi, \psi} = \frac{\nu + 1}{E} (\sigma_1 \cos^2 \varphi + \sigma_2 \sin^2 \varphi) \sin^2 \psi - \frac{\nu}{E} (\sigma_1 + \sigma_2).$$

Relativní změna mezírovinné vzdálenosti je tedy závislá na Joungově modulu elasticity E , na Poissonově konstantě ν , na úhlech φ, ψ a na hlavních pnutích σ_1, σ_2 . Ztotožníme-li osy elipsoidu deformace s osami elipsoidu napětí, pak analogicky k rovnici (6) platí tento vztah pro vyjádření složky pnutí v libovolném směru, který svírá s hlavními osami elipsoidu napětí úhly (jejich kosiny jsou $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$):

$$(10) \quad \sigma_{\varphi, \psi} = \sigma_1 \alpha_1^2 + \sigma_2 \alpha_2^2 + \sigma_3 \alpha_3^2.$$

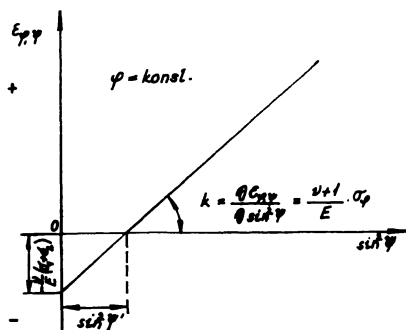
Pro případ složky pnutí ve směru $\varphi, \psi = 90^\circ$ dostáváme

$$(11) \quad \sigma_\varphi = \sigma_1 \cos^2 \varphi + \sigma_2 \sin^2 \varphi.$$

Dosažením (11) do (9) získáme konečný výraz

$$(12) \quad \begin{aligned} \varepsilon_{\varphi, \psi} &= \left(\frac{\delta d}{d} \right)_{\varphi, \psi} = -\operatorname{ctg} \Theta \delta \Theta = \frac{\operatorname{ctg} \Theta \cos^2 2\Theta}{2D} \delta r = \\ &= \frac{\nu + 1}{E} \sigma_\varphi \sin^2 \psi - \frac{\nu}{E} (\sigma_1 + \sigma_2). \end{aligned}$$

To je základní rovnice rentgenografického měření pnutí: vyjadřuje pro každou hodnotu $\varphi = \text{konst.}$ vlastně řez elipsoidem deformace při dvojosém stavu napjatosti. Je zřejmé, že pro $\varphi = \text{konst.}$ je relativní deformace $(\delta d/d)_{\varphi, \psi}$ lineárně závislá na $\sin^2 \psi$ (obr. 9).



Obr. 9. Závislost $\varepsilon_{\varphi, \psi}$ na $\sin^2 \psi$ v řezu elipsoidem deformace. Rovina řezu je určena azimutem φ (při dvojosém stavu napjatosti na povrchu vzorku).

Povšimněme si nyní několika vztahů důležitých v teorii měření makropnutí, které vyplývají z (12):

a) Ve směru určeném úhly φ', ψ' , pro které je rovnice (12) rovna nule, tj.

$$(13) \quad \sin^2 \psi' = \frac{\nu}{\nu + 1} \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\sigma_1 \cos^2 \varphi' + \sigma_2 \sin^2 \varphi'},$$

bude změna mezírovinné vzdálenosti rovna nule; v takovýchto směrech tedy nedochází k deformaci.

d) Pro $\psi = 0$ dostáváme

$$(14) \quad \varepsilon_{\varphi, \psi=0} = -\frac{\nu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2),$$

což je základní rovnice metody měření součtu hlavních pnutí při kolmém dopadu primárního paprsku na povrch materiálu. Je zřejmé, že poloha průsečíku přímky grafu (obr. 9) s osou pořadnic je nezávislá na φ .

c) Hodnota směrnice k přímky, která je grafickým zobrazením lineární závislosti $\varepsilon_{\varphi, \psi}$ na $\sin^2 \psi$, je v každé rovině určené azimutem φ a povrchovou normálou n dána vztahem:

$$k = \frac{1 + \nu}{E} \sigma_{\varphi}.$$

Znalost směrnice k a průsečíku $\varepsilon_{\varphi, \psi=0}$ z experimentálně zjištěné závislosti $\varepsilon_{\varphi, \psi}$ na $\sin^2 \psi$ ve vhodně zvolené rovině řezu elipsoidem deformace dovoluje tedy určit libovolnou složku pnutí na povrchu σ_{φ} (tj. složku pnutí v libovolně předepsaném směru φ) i součet hlavních pnutí $\sigma_1 + \sigma_2$.

Složku σ_{φ} dostaneme ze vztahu

$$(15) \quad \sigma_{\varphi} = k \frac{E}{1 + \nu}$$

a součet hlavních pnutí $\sigma_1 + \sigma_2$ z rovnice (14)

$$(16) \quad \sigma_1 + \sigma_2 = -\frac{E}{\nu} \varepsilon_{\varphi, \psi=0}.$$

Tyto dvě rovnice zahrnují vlastně matematické vyjádření všech tří klasických rentgenografických metod měření pnutí. Vztah (16) je základem metody kolmého dopadu, vztah (15) obsahuje jak metodu dvou expozic, tak metodu jedné expozice.

Při metodě dvou expozic se směrnice k stanovuje z určení relativních změn $\varepsilon_{\varphi, \psi}$ ve směru $\psi = 0^\circ$ a $\psi = \psi_i$, při metodě jedné expozice z určení $\varepsilon_{\varphi, \psi}$ ve směru $\psi_1 = 45^\circ + \eta$ a $\psi_2 = 45^\circ - \eta$ (měřeno na jednom snímku).

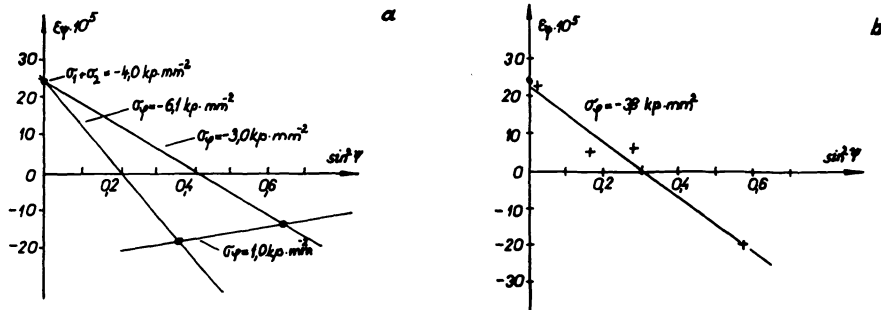
Pro metodu kolmého dopadu je podle (16) nutná znalost $\varepsilon_{\varphi, \psi}$ ve směru $\psi = 0^\circ$. Prakticky se však nechává primární paprsek dopadat na povrch rovnoběžně s normálou n . To znamená, že měříme vlastně $\varepsilon_{\varphi, \psi}$ ve směru $\psi = \pm \eta$. Dosazujeme-li takto zjištěné $\varepsilon_{\varphi, \psi}$ do (16), bude potom hodnota součtu $\sigma_1 + \sigma_2$ jen přibližná.

Jestliže se složky pnutí povrchového stavu napjatosti určují metodou jedné nebo dvou expozic, znamená to, že pokládáme hodnotu směrnice k stanovenou ze dvou experimentálně stanovených relativních změn ε za dostatečně přesnou k řešení dané úlohy. Přitom se dále předpokládá, že obě hodnoty ε jsou vzhledem k $\sin^2 \psi$ uspořádány lineárně. (Pro metodu určení $\sigma_1 + \sigma_2$ platí obdobně.)

V souvislosti s tím je třeba v každém konkrétním případě měření pnutí zodpovědět

otázku, zda se při stanovení závislosti ε na $\sin^2 \psi$ nedopustíme chyby proto, že se tato deformace týká pouze malého souboru „náhodně“ vybraných krystalů.

Experimentálně bylo ukázáno, že tato náhodnost nemá vliv v případě pnutí vyvolaných působící vnější silou, avšak při určování zbytkových pnutí, především u plasticky deformovaných materiálů, je často velmi důležitá. Pro ilustraci uvedeme příklad z práce E. Macheraucha [10], obr. 10.



Obr. 10. Závislost ε na $\sin^2 \psi$ stanovená různými metodami u 4% – plasticky deformované slitiny AlCu.

- a) metoda kolmého dopadu: $\psi = 0$; $\sigma_1 + \sigma_2 = -4,0 \text{ kp. mm}^{-2}$
 metoda dvou expozic: $\psi_1 = 0, \psi_2 = 45^\circ - \eta, \sigma_\varphi = -6,1 \text{ kp. mm}^{-2}$; $\psi_1 = 0, \psi_2 = 45^\circ + \eta, \sigma_\varphi = -3,0 \text{ kp. mm}^{-2}$
 metoda jedné expozice: $\sigma_\varphi = 1,0 \text{ kp. mm}^{-2}$
 b) dodatečná měření v jiných směrech ψ : $\sigma_\varphi = -3,8 \text{ kp. mm}^{-2}$.

Na obr. 10a je znázorněna závislost deformace ε_ψ na $\sin^2 \psi$ u plasticky deformované slitiny AlCu. Relativní změny mezirovinných vzdáleností vyvolané zbytkovým pnutím byly měřeny jednak ve směru kolmém k povrchu vzorku, jednak ve směrech $45^\circ \pm \eta$.

Jestliže takto získaných hodnot ε použijeme k výpočtu pnutí na základě metody dvou expozic, dostaneme pro σ_φ buď $-6,1 \text{ kp. mm}^{-2}$, nebo $-3,0 \text{ kp. mm}^{-2}$, a to podle toho, které z obou hodnot $\varepsilon_{\psi=45^\circ \pm \eta}$ použijeme současně s $\varepsilon_{\psi=0}$. Při výpočtu, který odpovídá metodě jedné expozice, nalezneme $\sigma_\varphi = 1,0 \text{ kp. mm}^{-2}$. Pro součet hlavních pnutí udává metoda kolmého dopadu $\sigma_1 + \sigma_2 = -4,0 \text{ kp. mm}^{-2}$.

V závislosti na způsobu vyhodnocování dostáváme tedy různé hodnoty pnutí; rozdíl je dokonce i kvalitativní – ve znaménku složky pnutí. Takovéto výsledky činí samozřejmě použitelnost klasických rentgenografických metod měření pnutí problematickou.

Provedeme-li u téhož polykrystalického vzorku ve zvoleném azimutu φ měření ε v jiných směrech ψ (na obr. 10b jsou označeny příslušné ε_ψ křížky), potom dostaneme $\sigma_\varphi = -3,8 \text{ kp. mm}^{-2}$. Přitom rozložení těchto 4 hodnot ε splňuje s dobrým přiblížením lineární závislost na $\sin^2 \psi$.

Malý počet měření ε , která mají podle klasických metod umožnit stanovení pnutí,

nestačí tedy pro jednoznačné určení směrnice k . Macherauch považuje za nutné zjištění alespoň 4 hodnot ε odpovídajících různým směrům ψ .

Z rovnic (15) a (16) vyplývá, že k určení složky pnutí σ_φ a součtu hlavních pnutí $\sigma_1 + \sigma_2$ při dvojosém stavu napjatosti postačuje znalost směrnice k a průsečíku přímky vyjadřující závislost ε na $\sin^2 \psi$ s osou pořadnic, tj. $\varepsilon_{\varphi, \psi=0}$.

Pomocí uvedených vztahů lze však při neznámém stavu napjatosti stanovit i velikost a směr hlavních složek napětí σ_1, σ_2 . Postačuje nám např. určení tří složek pnutí $\sigma_\varphi, \sigma_{\varphi+45^\circ}$ a $\sigma_{\varphi+90^\circ}$.

Analogicky k rovnici (10)

$$(10) \quad \sigma_\varphi = \sigma_1 \cos^2 \varphi + \sigma_2 \sin^2 \varphi$$

platí také

$$(17) \quad \sigma_{\varphi+90^\circ} = \sigma_1 \cos^2 (\varphi + 90^\circ) + \sigma_2 \sin^2 (\varphi + 90^\circ) = \sigma_1 \sin^2 \varphi + \sigma_2 \cos^2 \varphi$$

$$(18) \quad \sigma_{\varphi+45^\circ} = \sigma_1 \cos^2 (\varphi + 45^\circ) + \sigma_2 \sin^2 (\varphi + 45^\circ) = \frac{\sigma_1}{2} (1 - \sin 2\varphi) + \frac{\sigma_2}{2} (1 + \sin 2\varphi).$$

Sečtením (10) a (17) dostaneme

$$(19) \quad \sigma_\varphi + \sigma_{\varphi+90^\circ} = \sigma_1 + \sigma_2.$$

Řešením rovnic (10), (19) vzhledem k σ_1, σ_2 nalezneme vztahy pro velikost hlavních pnutí

$$(20) \quad \sigma_1 = \frac{\sigma_{\varphi+90^\circ} - \sigma_\varphi \operatorname{ctg}^2 \varphi}{1 - \operatorname{ctg}^2 \varphi},$$

$$(21) \quad \sigma_2 = \frac{\sigma_{\varphi+90^\circ} - \sigma_\varphi \operatorname{tg}^2 \varphi}{1 - \operatorname{tg}^2 \varphi}.$$

Odečtením (17) od (10):

$$(22) \quad \sigma_\varphi - \sigma_{\varphi+90^\circ} = (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\varphi.$$

S použitím (19), (18) a (22) stanovíme

$$(23) \quad \frac{\sigma_\varphi + \sigma_{\varphi+90^\circ} - 2\sigma_{\varphi+45^\circ}}{\sigma_\varphi - \sigma_{\varphi+90^\circ}} = \operatorname{tg} 2\varphi.$$

Pro úhel φ mezi směrem σ_φ a σ_1 nakonec tedy máme

$$(24) \quad \varphi = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\sigma_\varphi + \sigma_{\varphi+90^\circ} - 2\sigma_{\varphi+45^\circ}}{\sigma_\varphi - \sigma_{\varphi+90^\circ}}.$$

Rovnice (15), (16), (20), (21) a (24) podávají úplné řešení neznámého stavu napjatosti na povrchu materiálu.

5. FAKTORY OVLIVŇUJÍCÍ POUŽITÍ RENTGENOGRAFICKÝCH METOD MĚŘENÍ PNUTÍ

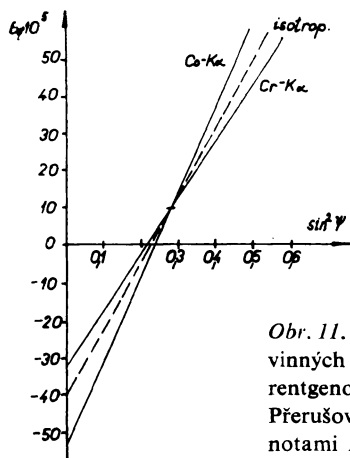
Jak už bylo řečeno v úvodu, v posledních 15 letech se velké množství prací zabývá stanovením faktorů, na nichž jsou u materiálů ve stavu napjatosti závislé změny mezirovinných vzdáleností. Podrobněji si zde všimneme dvou z nich – elastické anizotropie a vnitřních pnutí II. druhu.

a) Elastická anizotropie

Porovnáme-li při známém stavu napjatosti relativní změny mezirovinných vzdáleností zjištěné rentgenograficky s hodnotami ε vypočtenými podle teorie elasticity za použití makroskopických elastických konstant polykrystalického materiálu, dostaneme určitý nesouhlas (obr. 11).

Rozdílnost výsledků je způsobena anizotropií elastických vlastností krystalitů, z nichž je polykrystalická látka vybudována. Zatímco je materiál při měření deformace mechanickými metodami chápán jako kvaziizotropní, rentgenografické stanovení relativních změn délek se vztahuje vždy k určitému krystalografickému směru (rovno-

běžnému s normálou reflektujících mřížkových rovin). Poněvadž reflektující roviny mají vzhledem k osám elipsoidu napětí zcela určité orientace, bude efektivní hodnota E a ν při těchto orientacích odlišná od celkové průměrné hodnoty, která se uvažuje při mechanických zkouškách.



Obr. 11. Vliv elastické anizotropie na měření relativních změn mezirovinných vzdáleností u chromniklové oceli v rovinách (211) – při užití rentgenové lampy s kobaltovou anodou – a (310) – chromová anoda. Přerušovaný průběh závislosti ε na $\sin^2 \psi$ byl získán výpočtem s hodnotami $E = 21 \cdot 10^3 \text{ kp. mm}^{-2}$ a $\nu = 0,28$.

Teoreticky bylo stanovení elastických konstant pro různé krystalografické směry řešeno jednak za předpokladu, že všechna zrna polykrystalické látky jsou napjata stejně a že se deformují navzájem nezávisle – REUSS [11], jednak, že se deformují všechna stejně – VOIGHT [12].

Skutečné hodnoty elastických konstant leží v mnoha případech mezi hodnotami, které vyplývají z uvedených dvou extrémních předpokladů. NEERFELD [13] proto navrhl formule, podle nichž jsou elastické konstanty aritmetickým průměrem údajů [11] a [12] – tabulka I.

Tabulka 1

Materiál	(hkl)	Rentgenografické elastické konstanty ($10^{-5} \text{ mm}^2 \cdot \text{kp}^{-1}$)					Konstanty platné pro mechanická měření
		Typ	Voight	Reuss	Neerfeld	Experi- mentální hodnoty	
Nikl	(420)	S_1	-1,20	-1,85	-1,52	-1,28	$S_1 = -1,51$
		$\frac{1}{2}S_2$	5,42	7,40	6,61	6,20	
	(313)	S_1	-1,20	-1,13	-1,16	-1,18	$\frac{1}{2}S_2 = 6,39$
		$\frac{1}{2}S_2$	5,42	5,20	5,31	5,45	
Měď	(400)	S_1	-2,22	-6,18	-4,20	-4,06	$S_1 = -2,72$
		$\frac{1}{2}S_2$	9,00	20,88	14,94	13,30	
CrMo-ocel	(211)	S_1	-1,21	-1,28	-1,25	-1,10	$S_1 = -1,33$
		$\frac{1}{2}S_2$	5,52	5,72	5,62	5,23	
	(310)	S_1	-1,21	-2,23	-1,72	-1,80	$\frac{1}{2}S_2 = 6,10$
		$\frac{1}{2}S_2$	5,52	8,59	7,06	7,73	

Srovnání rentgenografických elastických konstant několika materiálů s konstantami, jichž se užívá při mechanických měřeních ($\frac{1}{2}S_2 = (1 + \nu)/E$, $S_1 = -\nu/E$).

V současné době se liší názory různých autorů na vliv elastické anizotropie při rentgenografickém určování pnutí. Tak HAUK [14] ve své práci dochází k závěru, že rozdíly mezi rentgenografickými a mechanickými hodnotami elastických konstant závisí na vybraném systému mřížkových rovin, a tedy na vlnové délce užitého rentgenového záření. Naproti tomu Glocker, Möller a Norton se shodují v tom, že užití mechanických elastických konstant je obecně přípustné i bez korekce na anizotropii.

Otázky nesouhlasu rentgenografických a mechanických měření deformace způsobené elastickou anizotropií jsou podrobněji shrnuty v [15].

b) Vnitřní pnutí II. druhu

Dalším důležitým faktorem, který je při měření makroskopických pnutí v deformovaných materiálech a který je nutno respektovat, je vliv vnitřních pnutí II. druhu (mikroskopická vnitřní pnutí, mikropnutí).

Jak již bylo uvedeno, dlouhou dobu se předpokládalo, že posun difrakčních linií mohou vyvolávat pouze pnutí I. druhu. Teprve Greenough [7] ukázal, že změny

polohy linií způsobuje i asymetrická složka pnutí II. druhu (tak zvaná orientovaná nebo směrová mikropnutí). Při každém hodnocení stavu napjatosti deformovaného tělesa na základě změny polohy difrakčních linií je proto nutné počítat i s existencí těchto pnutí.

Příkladem pnutí II. druhu jsou termická pnutí. Vznikají ve slitinách při rozdílných koeficientech tepelné roztažnosti jednotlivých fází, v monofázových soustavách při anizotropii tohoto koeficientu. Vlivem termických pnutí na polohu i šířku difrakčních linií na rentgenogramech v případě slinutých karbidů na bázi karbidu wolframu se zabývá autor v [16].

Pro úplnost uvedme ještě přehled dalších faktorů, které kromě elastické anizotropie a mikropnutí mohou vyvolávat posun difrakčních linií a tím ovlivňovat výsledky rentgenografických měření pnutí I. druhu:

- anizotropie stavu napjatosti vznikající v kovech při zpevnění plastickou deformací,
- nehomogenost struktury (existence velmi malých krystalků obklopujících krystaly relativně velké),
- vrstevné chyby (např. odchylky od normální posloupnosti ABCABC rovin se směstnaným uspořádáním u látek s kubickou plošně centrovanou mřížkou),
- místní kolísání koncentrace fází ve slitinách,
- změny hustoty polykrystalického materiálu vyvolané deformací za studena (poruchy v pravidelném uspořádání atomů, např. dislokace, k nimž při deformaci za studena dochází, způsobují rozšíření krystalické mřížky, tj. zmenšují hustotu materiálu).

6. ZÁVĚR

Autor se v článku pokusil vystihnout současný stav a složitost problematiky rentgenografických metod měření makroskopických vnitřních pnutí.

Zatímco se ve 40. letech zdálo, že pracemi Glockera a jeho spolupracovníků je vývoj metodiky měření pnutí zcela ukončen, ukazuje se v posledních letech, že rentgenografických metod v původní podobě lze s úspěchem použít jen za určitých předpokladů (proměřovaný vzorek je monofázová soustava, není plasticky deformován, má velmi jemné zrno, je elasticky izotropní atd.).

Aby bylo možno uvedené metody aplikovat spolehlivě a v plné šíři i na materiály plasticky tvářené, elasticky anizotropní i polyfázové soustavy, je třeba vyřešit ještě celou řadu problémů a nejasností.

V současné době se výzkum v této oblasti koncentruje v podstatě dvěma směry. Především je to studium elastických pnutí ve dvoufázových soustavách jako např. ferit-austenit [17] nebo karbid wolframu-kobalt [18]. Hlavním problémem, který se zde řeší, je otázka rozdělení pnutí na jednotlivé složky soustavy.

Druhá skupina prací se zabývá vznikem a měřením zbytkových pnutí v plasticky deformovaných materiálech, a to převážně opět ve vícekomponentních systémech [19, 20].

Literatura

- [1] KRAUS, I.: Pokroky MFA 5 (1964), 293
- [2] LESTER, H. H., ABORN, R. H.: Army Ordnance 6 (1925–26), 120, 200, 283, 364
- [3] AKSENOV, G. J.: J. Appl. Phys. — SSSR 6 (1929), 1, 3
- [4] SACHS, G., WEERTS, J.: Zst. Phys. 64 (1930), 344
- [5] GISEN, F., GLOCKER, R., OSSWALD, E.: Zst. Techn. Phys. 17 (1936), 5, 144
- [6] GLOCKER, R., HESS, B., SCHAABER, O.: Zst. techn. Phys. 19 (1938), 7, 194
- [7] GREENOUGH, G. B.: Proc. Roy. Soc. London A 197 (1949), 556
- [8] MACHERAUCH, E., MÜLLER, P.: Zst. angew. Phys. 13 (1961), 7, 305
- [9] KRAUS, I., MARŠÁK, Z.: Čs. čas. fys. 14 (1964), 87
- [10] MACHERAUCH, E.: Materialprüfung 5 (1963), 1, 14
- [11] REUSS, A.: Zst. angew. Math. und Mech. 9 (1929), 1, 49
- [12] WOIGT, W.: *Lehrbuch der Kristallphysik*, Leizig: 1928.
- [13] MÖLLER, H., NEERFELD, H.: Mitt. Kaiser-Wilhelm-Inst. f. Eisenforsch. 23 (1941), 97
- [14] HAUKE, V.: Zst. Metallkunde 36 (1944), 120
- [15] KRAUS, I.: Práce ČVUT, řada IV, 7 (1965)
- [16] KRAUS, I.: Pokroky práškové metalurgie 2 (1965), 19
- [17] HAUKE, V., PODDEY, P.: Archiv f. Eisenhüttenwesen 36 (1965), 501
- [18] KOCHANOVSKÁ, A., KRAUS, I., MARŠÁK, Z.: Czech. J. Phys. 13 (1963), 418
- [19] BOLLENRATH, F., HAUKE, V.: Zst. f. Metallkunde 55 (1964), 11, 655
- [20] MACHERAUCH, E. a další: Archiv f. Eisenhüttenwesen 36 (1965), 1, 9

VYHLEDÁVÁNÍ A VYUŽÍVÁNÍ FYZIKÁLNÍCH INFORMACÍ

MIROSLAV SILVERIO, Praha

Jedním z podstatných rysů současného stavu výzkumu v přírodních vědách je rychlé narůstání množství vědeckých informací. Někdy se obrazně mluví o „explozi“ informací. Jako příklad můžeme uvést, jak stoupá počet informací za posledních 10 let, zpracovaných v referátovém časopise Physics Abstracts (tab. 1). Podrobné studie prokázaly, že růst množství informací je exponenciální, k zdvojnásobení počtu

Tabulka 1.

1955	1956	1957	1958	1959	1960	1961	1962	1963	1964
10 160	9 165	10 001	9 201	14 016	21 407	21 167	24 236	26 000	31 000

Počet záznamů ve Physics Abstracts za posledních 10 let.