

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Jan Vyšín

Co dělat, aby vyučování matematice bylo užitečné?

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 26 (1981), No. 5, 285--288

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/138742>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1981

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

vyučování

CO DĚLAT, ABY VYUČOVÁNÍ MATEMATICE BYLO UŽITEČNÉ?

Jan Vyšín, Praha

V roce 1980 proběhla v našem časopise malá diskuse o užitečnosti školské matematiky, podnětovaná článkem Alice Sivošové *Několko úvah o užitočnosti matematiky*.*) V oblasti „neškolské“ matematiky vyvinují „konzumenti matematiky“ sami jistý tlak, aby si obsarali potřebný matematický fond, tj. dobře matematicky připravené pracovníky, ať už je to na špičkové vědecké úrovni nebo na úrovních nižších; praxe v každém oboru nutí lidi v ní zaměstnané, aby se doučovali podle potřeby a aby se stále přiučovali novým věcem; tím reguluje přirozeným způsobem matematické vzdělávání pracovníků v praxi.

Horší je situace ve školské matematice; mám na mysli školy základní, střední a zčásti i odborné; na tyto školy máme příliš velké požadavky. Za starých časů to bylo jednodušší: byla tu jednak poměrně málo početná skupina žáků se sklonem k teoretizování, pak velmi početná skupina žáků, pro které byla školská matematika jen jakýmsi nezbytným přívažkem základního či středního všeobecného vzdělání, a konečně největší skupina, která matematiku vůbec nepotřebovala. Ale všechny tři skupiny se shodovaly v jedné věci: školská matematika pro ně byla

souborem manipulačních technik buď primitivních, nebo třeba i dosti vysoké úrovně, který však měl s životem velmi málo společného. Zdá se, že tehdy byla různorodost dispozic žáků pro matematiku mnohem více respektována než nyní.

Tlak společenského vývoje ovšem věci pronikavě změnil; ukázalo se, že „kraječkové“ matematické vzdělání v podstatě k ničemu není, že k všeobecnému vzdělání patří podle současného názoru i jeho kvalitní matematická složka. Aby se stav zlepšil, byli do arény školských reforem vpuštěni profesionální matematikové i spotřebitelé: technici, přírodovědci, hlavně fyzikové, psychologové a jiní společenskovědní odborníci, kteří však přes své nejlepší úmysly ji proměnili v zmatené kolbiště protikladů. Zatímco jedni hlásají nezbytnost výuky fundované exaktními pojmy a zdůrazňují formální stránku, druzí zdůrazňují psychologické aspekty; jiní zaujímají stanovisko pragmatické a vysoce cení, ba přeceňují aplikace, zejména technické; jiní se opírají o zakořeněný názor (či snad pověru?), že „porozumění“ žákovo musí předcházet technikám a drilu; jiní přeceňují roli řešení matematických úloh před systematickým výkladem teorie; jsou tu zastánci přeceňování obsahu před pracovními metodami matematiky a naopak; jsou tu didaktikové zdůrazňující význam zájmu a nadání žáků, je tu mnoho dalších, namnoze antagonistických skupin. Všichni mají trochu pravdy, ale s žádnou skupinou nelze souhlasit úplně.

V jedné věci se snad shodují téměř všichni: *vyučování matematice na všech úrovních by mělo být užitečné ať jakýmkoliv způsobem pro žáky, kteří jím procházejí.*

Bylo by však jednostranné měřit jeho užitečnost množstvím aplikací, které obsahuje. Školská matematika — tak jako

*) Viz PMFA 1980, č. 3, 4; str. 164 a 217

matematika vůbec — souvisí s realitou dvojím způsobem: jednak svými kořeny, jednak svým použitím. To první znamená, že poskytuje aparát k popisování reálných situací, tj. k sestrojování modelů reality. To druhé znamená, že pomocí aparátu matematiky může řešit problémy reálného světa; tomu se říká aplikovat matematiku.*) Obě tyto činnosti nelze od sebe odloučit a samozřejmě je nelze odloučit od matematiky samé; proto asi nelze plně souhlasit s hlasem praktika, adresovaným učitelům matematiky, který jsme slyšeli před léty: „Naučte žáky (rozuměj žáky všeobecně vzdělávací školy) pořádně matematiku, ty aplikace už si uděláme s nimi sami“.

Řekli jsme, že požadavků na vyučování matematice je na všeobecně vzdělávacích školách asi příliš mnoho: to snad vede k přehnané a předčasné specializaci. Vznikají takové nežádoucí školy, jako je gymnázium asi s 20 větvemi (Gesamtschule v NSR) nebo jako jsou základní školy s rozšířeným vyučováním matematice. Objeví-li se někde velmi mladý a opravdu mimořádný talent, má se podchytit individuální péčí. Předčasná specializace se ukazuje jako nezdravá, a to i v oblasti vědecké; je to asi jen odraz přílišné úspěchanosti dnešního světa.

Vraťme se k aplikacím. Je možné slyšet hlasy, že aplikace jsou nejsilnější motivací pro žákovskou zvědavost po matematických poznacích. Je to pravda, ale jen zčásti; o tom budeme ještě dále hovořit. Jisté však je, že se aplikace pokládají za nejúčinnější prostředek, jak zbavovat školskou matematiku papírovosti a prokázat její užitečnost. Ale pozor! řekli jsme

*) Nebudeme považovat za aplikace použití matematických výsledků z jedné partie matematiky v jiné její partii (např. algebry v geometrii), neboť „matematika jedna je“.

školskou matematiku, neboť v ní se ocitáme mezi dvěma omezeními. Aplikace musí být jednak přirozené, nenásilné, jednak zvládnutelné poměrně skrovným školským aparátem; to platí zejména pro ZŠ. A tu trpí vyučování matematice orientované na aplikace obdobnou nemocí jako např. rozvíjení světonázorové výchovy. Je sice mnoho teoretických studií o tomto tématě, teoretikové-didaktici dávají o překot mnoho dobrých rad, ale učitelé nemají to, co nejvíce potřebují — konkrétní materiál. Jen těžce se rodí vhodné matematicky nenáročné tematické okruhy, které mimo tradiční aplikace fyzikální a technické přinášejí nové netradiční problémové situace nebo nově zpracovávají situace staré. Částečně připomínají tyto okruhy téměř zapomenuté projektové vyučování, které se vyskytovalo před dávnými časy v naivní podobě např. na našich občanských a živnostenských školách; ovšem jeho cíle a pojetí jsou nyní zcela jiné.

O aplikacích se hovořilo hodně také na nedávné brněnské konferenci JČSMF*) a bylo tu uvedeno mnoho literatury, bohužel však učitelům většinou nedostupné. Materiálům z této konference je věnováno místo v časopise Matematika a fyzika ve škole, také Kabinet didaktiky matematiky MÚ ČSAV se chystá založit se svými spolupracovníky dokumentaci materiálů pro aplikace školské matematiky. Nejobtížnější bude asi situace na II. stupni ZŠ z důvodů, které jsme už uvedli. Domníváme se, že první pomocí by mohlo být metodické zpracování několika témat, při němž by se mohlo aspoň zčásti čerpat z literatury a které by se publikovalo buď v časopiseckých článcích, nebo v samostatných sešitech. Uvedme návrh některých

*) Konala se ve dnech 26. až 28. listopadu 1980.

tematických okruhů, zaměřených převážně na 10 až 15leté žáky*)

1. Hlasovací množiny – volby
2. Hodnocení oblíbenosti zboží – preference
3. Úlohy o pohybu – cestování železnicí
4. Pátrání kriminalistů
5. Matematika na cestách
6. Náhodné procházky – pravděpodobnostní hra
7. Sklad cukrovinek jako model vektorové algebry
8. Minipočítač jako manipulační hra
9. Mapy – otázky kartografie
10. Čekání ve frontách
11. Kódování – doprava depeší
12. Cestování letadlem
13. Kalendář
14. Řízené společenské hry
15. Metoda Monte Carlo
16. Provoz na seřaďovacím nádraží

Toto je ukázka výčtu témat vedoucích k matematickým úlohám, které se řeší různými prostředky, i když základní idea matematizace je pro celou situaci táž. Už v šedesátých a sedmdesátých letech se objevily snahy třídít úlohy pro aplikace podle metod řešení. V klasifikacích, které prováděli američtí didaktikové G. Giles a známý G. Polya se vyskytují takové kategorie jako pseudoaplikační úlohy (vyumělkované situace, jako je např. převážení kanibalů a bělochů), úlohy, jejichž techniky řešení se hledají experimentálně nebo kombinací intuice a dedukce nebo pomocí speciálních případů; uvažují se kategorie úloh, pro něž jsou připraveny techniky řešení, i kategorie ta-

*) Podle SCHINDLEROVA článku v čísle 1980/12 časopisu Zentralblatt der Didaktik der Mathematik. Vyšlo též v samostatné knižní publikaci.

kových úloh, pro něž se tyto techniky teprve musí vytvářet. Je celá řada otázek, nad nimiž by bylo třeba se zamyslet v souvislosti s řešením aplikačních úloh: tak např. jak je tomu s tzv. trikovými úlohami či lépe s trikovými řešeními; upozorňují nás – tak jako u všech matematických úloh – že je tu asi didaktický skok, že tu schází pravděpodobně nějaký teoretický poznatek. Nebo: musíme studovat otázku, co z daných informací se smí redukovat, popř. zanedbat, aby výsledek ještě měl kognitivní a praktickou hodnotu. Nebo: můžeme se odchýlit od vyježděných cest a sdělit žákům nejdříve techniky, které potřebují a jichž se dožadují, a teprve na druhém místě se zabývat jejich odůvodňováním? Nebo: máme se zabývat velmi důkladně motivacemi, resp. aplikačními motivacemi, a to nejen z hlediska matematiky, ale i z hlediska psychologie?*) Máme vyhledávat izomorfismus mezi aplikacemi a klestit si tak cestu k zobecnování?

Pomalou měrou by se tak mohla totiž tvořit ze spousty konkrétního materiálu jakási solidní didaktika aplikací školské matematiky. V konfrontaci s těmito představami vypadají naivně pracovníci někdy i velmi renomovaní ve svých oborech, kteří zapominají, že didaktika matematiky je pomezí vědního oboru, který vyžaduje mimo jiné solidní výzkum v pedagogické praxi, a pronášejí suverénně apodiktická tvrzení, která jsou v podstatě jen jejich subjektivní nápady. Práce v didaktice matematiky je těžká; tak jako každý občan se domnívá, že rozumí městské dopravě, tak také každý se domnívá, že rozumí vyučování, speciálně vyučování matematice.

Nakonec několik vážných slov z druhého břehu, tj. z břehu žáků. S nejlepšími

*) Motivace se probírá před výkladem látky, aplikace po něm.

úmysly vytvářejí odborníci umné teorie a konstrukce pro vyučování a nabízejí je žákům. Co ti tomu říkají?

- Na sympoziu v Bielefeldu r. 1976 vyslovil přítomný pracovník švédského školství dotaz: Žáci se často ptají po probrání (teoretického) úseku školské matematiky: k čemu to je? Co jim máme odpovědět? A tu prof. Freudenthal*) odpověděl: Zatleskejme švédským žákům za to, že se ptají, k čemu to je.

- Na tutéž moji otázku odpověděl před dávnými lety můj učitel matematiky: „To so dovíš později“.

- Žáci nejnižších ročníků experimentálních ZŠ si velmi oblíbili rýsování jednoduchých obrazců, které zavedl do učiva prof. Hruša a které bylo doprovázeno kontrolami správnosti.

- Studenti MF fakulty UK v Praze se velmi posměšně ošklíbili, když prof. Papy předváděl v přednášce tzv. kloboukový důkaz věty o dimenzi vektorového prostoru, který překvapivě jednoduše ilustroval princip důkazu.

- „Tak nám konečně řekněte, jak to s tou orientací vlastně je!“ Těmito slovy se vzbouřili žáci prof. Papyho, když jim předváděl kouzla se šípkami na Moebiově listu. Byla to krásná ukázka pedagogického šoku!

- „Do soutěže jsou dávány bůhví odkud sehnané úlohy.“ To byl kritický hlas jednoho z účastníků matematické olympiády.

Těchto několik hlasů aspoň trochu naznačuje bez komentování, že nelze provádět reformy vyučování bez žáků, bez psychologů, ale také ne bez fyziků a jiných přírodovědců – když arci nejsou

příliš tvrdohlaví. Také bychom neměli oktrojovat žákům naše úlohy, ale měli bychom jim nabízet problémové situace, ze kterých by si směli sami sestrojovat úlohy vlastní.

Při vyučování bychom měli zachovávat mnohokrát opakovanou zásadu, kterou vyslovil prof. Markuševič, Freudenthal: *Ve všeobecně vzdělávací škole nemáme učit aplikacím matematiky, ale matematice, která se dá aplikovat.* Aplikace spotřebují mnoho času, nemáme jimi přetěžovat žáky, nemáme jim brát dětství a mládí. Aplikacemi dobře zpracovanými máme učivo jen prokládat; jejich poslání je hlavně motivační, nikoli naučné. Tak jako film nemůže učit matematickým poznatkům, tak nemůže učit ani řešit úlohy nebo aplikace. Matematika má totiž vlastnost, kterou film nemá: že ten, kdo ji studuje, se musí stále znovu a znovu vracet k předchozímu, což platí jak o „teorii“, tak i o úlohách vůbec, speciálně o úlohách aplikačních. A ještě jedna poznámka: aplikace matematiky nemusí být vesměs zařazeny do předmětu „matematika“, ale často se lépe hodí do toho předmětu, na který se matematika aplikuje.

SOUČASNÉ TENDENCE V INTEGROVANÉM VYUČOVÁNÍ PŘÍRODNÍCH VĚD

Václav Vlček, České Budějovice

Celou historii lidstva prochází jako červená nit hledání jednotného principu světa. Od představitelů řecké přírodní filozofie až k pracím Einsteina nacházíme ve vědeckém zkoumání snahu najít základní zákonitosti přírody, vytvořit správný filozofický obraz světa. Tento úkol nemůže

*) Prof. HANS FREUDENTHAL, známý holandský matematik a didaktik matematiky.