Jaroslav Smítal

Matematická súťaž vysokoškolákov 1986

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 32 (1987), No. 2, 105--106

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/138729

intervalu $\langle 0, 1 \rangle$ a nechť všude na tomto intervalu platí $f^2(x) + g^2(x) \neq 0$. Dokažte, že existují nezáporná čísla p, q a čísla $a, b \in \langle 0, 1 \rangle$ tak, že

$$\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = pf(a) + qf(b)\,,$$

$$\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = pg(a) + qg(b)\,.$$

MATEMATICKÁ SÚŤAŽ VYSOKOŠKOLÁKOV 1986

Jaroslav Smítal, Bratislava

V dňoch 20.–23. 5. 1986 sa konal v URZ VŠP Nitra v Račkovej doline už 6. ročník Matematickej súťaže vysokoškolákov (MSV 86), jednej z foriem študentskej vedeckej a odbornej činnosti. Organizátorom súťaže bola na základe poverenia MŠ SSR a Ústredia vysokoškolákov ÚV SZM Matematicko-fyzikálna fakulta UK v Bratislave. Popri tradičných domácich účastníkoch – univerzitách v Prahe, Brne, Olomouci, Košiciach a Bratislave (každá vyslala 3 trojčlenné družstvá) a ČVUT v Prahe (2 družstvá), sa súťaže zúčastnili aj družstvá z univerzít v Halle, Varšave, Krakove, Katoviciach, Budapešti, Sofii a Belehrade.

Vlastná súťaž sa konala v stredu 21. 5. Súťažiaci v priebehu 4 hodín riešili 4 úlohy. V I. kategórii (študenti prvých dvoch ročníkov) boli úlohy pre všetkých rovnaké, v II. kategórii si súťažiaci volili dvojicu odborov a z každého dostali po dva príklady. Voliteľné odbory sa už niekoľko rokov nemenia. Sú to algebra, automaty – formálne jazyky – vyčísliteľnosť, diferenciálne rovnice (obyčajné), funkcionálna analýza, komplexná analýza, matematická štatistika, numerické metódy, programovanie, reálna analýza, teória pravdepodobnosti, topológia.

Vo štvrtok večer vyhlásil predseda poroty doc. I. Korec výsledky práce súťažiacich i poroty. V súťaži družstiev bolo najlepšie družstvo budapeštianskej univerzity v zložení A. Szenes, L. Erdös, G. Tárdos, ktoré získalo 263 bodov z 300 možných. Putovný pohár ministra školstva ČSR pre najlepšie domáce družstvo získalo už tradične družstvo MFF UK Praha v zložení I. Kříž, J. Sgall, J. Witzany (256 bodov), tretie bolo ďalšie družstvo MFF UK Praha (235 b.).

V súťaži jednotlivcov bol v I. kategórii najlepší J. Witzany, poslucháč 2. ročníka MFF UK Praha (98 bodov zo 100 možných) pred L. Erdösom z Budapešti (84 b.) a P. Adámkom z Olomouca (79 b.), v II. kategórii zvíťazil G. Tárdos z Budapešti (získal rovných 100 bodov) pred M. Englišom (UK Praha) a S. Cynkom (Krakov), ktorí získali každý 95 bodov.

Usporiadatelia zvládli celú organizáciu bez väčších problémov, účastníci ocenili, že popri matematike sa mohli venovať turistike v prekrásnom prostredí Západných Tatier. Kladom súťaže je aj skutočnosť, že postupne dostáva medzinárodný charakter, čo umožňuje porovnávať kvalitu výuky matematiky na jednotlivých univerzitách a robiť opatrenia na jej zvyšovanie.

Na záver treba poďakovať všetkým, ktorí sa zaslúžili o úspešný priebeh súťaže a popriať veľa úspechu organizátorom MSV 87 z přírodovědecké fakulty UJEP v Brně.

Súťažné príklady I. kategórie:

1. Nech f je endomorfizmus konečnorozmerného vektorového priestoru V nad

polom T. Dokážte, že $V = \operatorname{Ker}(f) \oplus \oplus \operatorname{Im}(f)$ práve vtedy, keď f a f^2 majú rovnakú hodnosť ($\oplus$ znamená priamy súčet). Ukážte, že ak má priestor V nekonečnú dimenziu, tak platí len jedna implikácia v uvedenom tvrdení (zistite ktorá).

2. Pre každé $\varepsilon > 0$ a každú funkciu f: $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$ doleuvedené výroky (a), (b), (c) spĺňajú implikácie (a) $\Rightarrow$ (b), (b) $\Rightarrow$ (a), (b) $\Rightarrow$ (c). Dokážte ich. (Platí tiež (c) $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ (b), ale dôkaz nevyžadujeme; túto implikáciu smiete využiť len, ak ju dokážete.)

(a) Existuje konvexná funkcia φ: $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$ taká, že $|f(x) - \varphi(x)| \leqq \frac{1}{2}\varepsilon$ pre všetky $x \in \mathbf{R}$.

(b) Pre každé $x_0 \in \mathbf{R}$ existuje lineárna funkcia $A(x) = kx + q$ taká, že $A(x_0) = f(x_0) - \varepsilon$ a pre všetky $x \in \mathbf{R}$ platí $A(x) \leqq f(x)$.

(c) Pre všetky x, $y \in \mathbf{R}$ a ľubovoľné $\lambda \in \langle 0, 1\rangle$ platí

$$f(\lambda x + (1 - \lambda) y) \leqq$$
$$\leqq \lambda f(x) + (1 - \lambda) f(y) + \varepsilon .$$

3. Nech u: $\langle 0, 2\pi\rangle \to \langle 0, 1\rangle$ je riemannovsky integrovateľná funkcia a nech

$$a = \int_0^{2\pi} u(t) \sin t \,\mathrm{d}t ,$$

$$b = \int_0^{2\pi} u(t) \cos t \,\mathrm{d}t .$$

Dokážte, že platí $(a^2 + b^2)^{1/2} \leqq 2$.

4. Nech P je polynóm s celočíselnými koeficientami. Dokážte, že nekonečný rad

$$\sum_{n=0}^{\infty} P(n)/n!$$

konverguje a jeho súčet je celočíselným násobkom čísla e (e je základ prirodzených logaritmov).

jubilea & zprávy

Rukopisy článků k osobním výročím nebo k výročím institucí musí být redakci dodány 9 měsíců před datem výročí, mají-li být publikovány včas.

DOCENT ONDREJ GÁBOR ŠESŤDESIATPÄŤROČNÝ

Doc. PhDr. Ondrej Gábor, CSc., dlhoročný člen Katedry matematiky Pedagogickej fakulty v B. Bystrici, sa v plnej sviežosti dožil 30. 1. 1987 65 narodenín.

Patrí medzi skromných pracovitých ľudí vždy pripravených zdolať nečakané prekážky a pomôcť aj iným. Nemalý podiel má na tom robotnícke prostredie, v ktorom vyrastal. Narodil sa 30. 1. 1922 v Brezničke, okres Lučenec, otec bol robotníkom na železnici, matka tkáčkou v textilke. Po ukončení štúdia na meštianskej škole v Lučenci bol prijatý na učiteľský ústav v Lučenci, ktorý po okupácii dokončil v B. Bystrici. Ako mladý študent sa dokázal správne orientovať, a už počas štúdia v B. Bystrici (od 1. 5. 1939) sa zapojil do ilegálnej protifašistickej činnosti stredoškolákov v skupine Mor ho.

Po maturite v r. 1941 vyučoval v Obecnej ľudovej škole v Čerenčanoch, ktoré boli v tom čase v pohraničnej oblasti a tu pokračoval v ilegálnej činnosti. V čase Slovenského národného povstania bol na základnej vojenskej službe a ako veliteľ čaty statočne a obetavo bojoval proti fašistom; v bojoch o Martin (pri Záturčí) bol ťažko ranený. Jeho životný entuziazmus však dokázal prekonať následky zranenia a hneď po oslobodení pokračoval zanietene v náročnej učiteľskej práci, najskôr v Kalinove a potom v Lučenci. V r. 1947 získal kvalifikáciu pre vyučovanie na meštianských školách (odbor M—Dg—Vv s metodikou písania). Keď po februári 1948 začal u nás rýchlo rásť počet stredných škôl a kvalifikovaných stredoškolských profesorov bol nedostatok, ako človek činu