

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Václav Medek

Vyjadrenie k vyučovaniu geometrie na našich školách

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 32 (1987), No. 2, 100--103

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/138727>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1987

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

lidí se spíše pozastavuje nad možností, že by neplatil. V geometrii existuje velké množství vzrušujících a udivujících výsledků, které mohou dokázat i schopní studenti ve škole.

Dedukce tvoří jádro matematiky a odlišuje ji od ostatních vědeckých disciplín. I v jiných oblastech, jako je teorie čísel nebo kombinatorika, lze uplatnit deduktivní výklad. Podle mého názoru je však geometrie ideální, a to i proto, že jediná umožňuje člověku používat grafická znázornění; obrázky sice mohou mást, ale mnohem častěji ukazují správným směrem. Náčrty usnadňují člověku vidět problém vcelku. Tento vizuální prvek myšlení je opravdu velice významný.

V geometrii také existuje obrovská zásobna problémů, od relativně triviálních po velice obtížné. To žákům pomáhá, aby svým vlastním tempem rozvíjeli pojem důkaz a učili se jej chápat. Je zřejmé, že není možné a ani žádoucí vyučovat všechny Eukleidovy knihy; mnohé z jejich obsahu bylo překonáno nebo není zajímavé. Přesto záleží na tom, aby se část eukleidovské geometrie zachovala jako způsob, jak vyučovat dedukci. Zdá se, že poznatky z první Eukleidovy knihy, která se týká trojúhelníků, by se měly studovat metodou řešení praktických úloh. Třetí Eukleidova kniha, která se zabývá větami o kružnicích, se zdá být nejvhodnější pro deduktivní výklad. Je v ní mnoho překvapivých a stimulujících výsledků, navíc je uzavřeným tématem. Nechtěl bych tedy obhajovat návrat k tradičnímu přístupu k Eukleidovi, ale přesto jsem velkým zastáncem obrázků v matematice a v matematickém myšlení. Tvůrčí matematici pochopitelně na intuici příliš nespolehají od té doby, kdy byly v analýze objeveny některé šokující výsledky, jež intuici odporovaly. U žáků to však určitě

nehraje roli; výhody převáží jakékoli pochybnosti, které pocítují matematici. Odtud pramení moje prosba, aby se do učebnic vrátily obrázky a věty o kružnicích.

VYJADRENIE K VYUČOVANIU GEOMETRIE NA NAŠICH ŠKOLÁCH

*Václav Medek, Bratislava**

Geometria má v súbore všeobecnevzdelávacích predmetov osobitný význam. Učí poznávať priestor a jeho časti a ich základné vlastnosti. Okrem toho, že žiak nadobúda veľmi dôležitú schopnosť priestorovej predstavivosti, získava aj prostriedky na riešenie situácií, s ktorými sa stretáva v bežnom živote, ale aj vo väčšine zamestnaní. Bez geometrických poznatkov majú v súčasnosti veľmi sťaženú prácu absolventi škôl inžinierskeho a prírodovedného zamerania, ale aj napr. lekári (napr. pri používaní moderných diagnostických metód založených na stereológii). Veľmi dôležitou zložkou výučby geometrie je výchova žiakov k schopnosti dobrého grafického prejavu. Grafický spôsob sprostredkovania informácií je jedným z najefektívnejších (ilustrácie v knihách a odborných prácach, v projektovaní, v propagácii, v animovanom filme atď).

Z tohoto hľadiska pôsobí znepokojujúco, že v posledných rokoch badať u absolventov stredných škôl (napr. pri vyhodnocovaní prijímacích pohovorov na vysoké školy technické a na matematicko-fyzikálne fakulty) veľmi slabé vedomosti z geometrie. Študenti neovládajú základné pojmy z planimetrie (pojem zhodnosti, podobnosti, uhla a jeho miery, miery

Prof. RNDr. VÁCLAV MEDEK je predsedom Odbornej skupiny pro deskriptivní geometrii, technické kreslení a počítačovou grafiku při MPS JČSMF. Pozn. red.

útvarov všeobecne), zo stereometrie (vzájomná poloha bodov, priamok a rovín, metrické vzťahy medzi nimi, definície a vlastnosti jednoduchých telies a plôch) a z analytickej geometrie (rovnice priamok v rovine a v priestore, najmä parametrické rovnice, rovnice rovín a riešenie úloh o priamkach a rovinách). Osobitne zlá je situácia so schopnosťou grafického prejavu; študenti nevedia načrtnúť jednoduchú priestorovú scénu.

Príčinu tohoto stavu vidíme najmä v tom, že geometrii sa neprpisuje v školskom vyučovaní taká dôležitosť, aká jej v rámci vyučovania matematiky prináleží, a v nedostačujúcej vysokoškolskej príprave budúcich učiteľov matematiky na matematicko-fyzikálnych, prírodovedeckých a pedagogických fakultách. V učebných plánoch učiteľského štúdia matematiky je veľmi málo miesta pre geometriu a pre metodiku vyučovania geometrie. Rozdelenie vymedzeného počtu hodín pre predmet matematika trom základným odborom (algebra/aritmetika, geometria a matematická analýza) nezodpovedá postaveniu korešpondujúcich predmetov v osnovách matematiky základných a stredných škôl ani čo do rozsahu ani čo do výchovno-vzdelávacieho poslania. Z toho, že budúci učitelia matematiky nezískavajú dostatočné vedomosti z geometrie, vyplýva aj ich vzťah k vyučovaniu tejto disciplíny na základných a stredných školách. Nepriaznivo tu pôsobí i tá skutočnosť, že nie je oddelené štúdium učiteľstva pre základné a stredné školy. Najmä učitelia stredných škôl nemôžu získať dostatočné vzdelanie z geometrie. Kombinácia matematika – deskriptívna geometria, ktorej absolventi mali najlepšie predpoklady pre kvalitnú výučbu geometrie, sa na našich univerzitách prakticky zrušila (zostáva iba na univerzite v Olomouci).

Dôsledok tohoto stavu sa prejavuje potom aj vo vyučovaní geometrie na základných a stredných školách. Obzvlášť nepriaznivo sa prejavujú tieto nedostatky u študentov vysokých škôl technického zamerania. Učitelia odborných predmetov sa sťažujú, že študenti majú slabú priestorovú predstavivosť a nevedia zobrazovať jednoduché objekty v priestore. Citujeme aspoň jeden ohlas od prof. Sedláčka, dekana fakulty architektúry ČVUT, z časopisu Tvorba z r. 1982 (o študentoch hlásiacich sa na architektúru): „Zdrcujúci väčšine ... chýbí alespoň minimální průprava v předmětech, které budou nezbytně potřebovat. Mám na mysli například deskriptivní geometrii. Prostorová představivost absolventů středních škol je na úrovni naivity a jejich schopnost vyjádřit graficky určitou prostorovou představu je téměř nulová.“ Osobitne sa to pociťuje na chemicko-technologických fakultách a elektrotechnických fakultách, kde sa nevyučuje deskriptívna geometria. Ale výučba deskriptívnej geometrie aj na stavebných a na niektorých ďalších fakultách je prakticky len akousi encyklopédiou tohoto predmetu.

Pre zlepšenie opísaného stavu navrhuje sa prijať niekoľko opatrení:

1. Pri výučbe geometrie na základných a stredných školách navrhujeme odbúrať zbytočné formálne zápisy a spôsoby riešenia úloh. Výučbu geometrie treba urobiť čo najnázornejšou a prispôbiť ju žiakovmu veku. Za veľmi dôležité považujeme používať pri výučbe čo najviac modelov (národný podnik Učebné pomôcky by mal dodávať viac moderných pomôcok pre výučbu geometrie, najmä stereometrie) a so žiakmi aj takéto (jednoduché) modely vytvárať. Na primeranom stupni školy využívať na simuláciu reálnych situácií prostriedky počítačovej grafiky.

Nepovažujeme za vhodné vyučovať z geometrie (a z matematiky vôbec) všetko, čo sa len dá, ale naopak urobiť rozumný výber z teraz preberanej látky. Treba zväziť, čo je v stave naštudovať bez veľkej námahy priemerný žiak. Podľa možnosti treba každú partiu látky motivovať reálnymi situáciami, s ktorými sa môže žiak vo svojom prostredí stretnúť. Z tohoto hľadiska by bolo vhodné venovať viac času mieram geometrických útvarov na úkor geometrických zobrazení.

Podľa nášho názoru by bolo vhodné, aby sa pri všetkých hospitáciách a kontrolách výučby venovala zvýšená pozornosť vyučovaniu geometrických poznatkov. Učiteľom by mohli tiež pomôcť konzultácie z geometrie a deskriptívnej geometrie v pedagogických strediskách.

2. Na základných a stredných školách doporučujeme zamerať výučbu tak, aby si žiak osvojil látku už v škole. Doma by mal vypracovať iba niekoľko málo domácich úloh. Pre talentovaných žiakov by mal učiteľ navodiť v škole takú situáciu, aby žiak premýšľal o nejakom probléme. Pre záujemcov by sa mali potom organizovať špeciálne krúžky (ich organizácia by sa mala presne administratívne upraviť z hľadiska započítavania do úväzku a z finančného hľadiska). Návšteva týchto krúžkov by mohla byť akosi predprípravou pre štúdium na vysokej škole.

Nepovažujeme za vhodné vydávať stále nové a nové učebnice geometrie a matematiky vôbec (pre stredné školy); v krajnom prípade navrhujeme upraviť terajšie alebo niektoré staršie učebnice. Ušetrilo by sa mnoho času učiteľov i vydavateľských pracovníkov i papiera a tlačiarenských kapacít. Vzhľadom na to, že žiaci nemajú učebnice v osobnom vlastníctve, považujeme za užitočné vydať (alebo upraviť niektorý z terajších) prehľad ma-

tematiky, kde by boli zhrnuté všetky definície, vety a základné postupy pri riešení úloh a niekoľko málo vyriešených príkladov z celej látky všetkých štyroch tried. Okrem toho alebo ako súčasť tohoto prehľadu by mohla existovať jedna zbierka úloh tiež z celej látky. V tejto zbierke úloh (ale aj v učebniciach) by sa mohli uplatniť aplikačné príklady, ktoré by sa dali získať od učiteľov stredných odborných škôl a vysokých škôl technických. Pre špeciálne krúžky je nateraz na našom knižnom trhu dostatok vhodnej literatúry a neustále sa dopĺňa.

V súvislosti s tvorbou učebníc geometrie upozorňujeme na sovietsku učebnicu Pogorelov: *Geometria pre 6.–10. triedu stredných škôl* z r. 1983 najmä z hľadiska názornosti a výberu látky (i keď v súčasnosti už nemožno súhlasiť s absolútnym vyhýbaním sa množinovému jazyku a metóde na tomto stupni škôl).

3. Pri tvorbe koncepcie vyučovania geometrie a pri tvorbe učebných pomôcok by sa žiadalo viac využiť skúsenosti učiteľov pôsobiacich dlhšie na školách a takých, ktorí dosiahli viditeľné úspechy pri výchove žiakov. Takíto učitelia by mali mať hlavné slovo pri stanovení množstva vyučovanej látky a pri určovaní nadväznosti jednotlivých partií.

4. Zreorganizovať výučbu geometrie na učiteľskom štúdiu matematiky v tom zmysle, aby sa odbúral zbytočný formalizmus a algebraizácia a väčší dôraz sa kládol na dôkladné osvojenie si základných pojmov, na názornosť výučby a na aplikáciu poznatkov na riešenie problémov súvisiacich s reálnymi situáciami. Bolo by vhodné v niektorom z posledných ročníkov zaviesť nejaký komplexný predmet, v ktorom by sa využívali poznatky algebry, analýzy a geometrie na riešenie úloh spoločenskej praxe. Za osobitne

dôležité považujeme zamerať výučbu metodiky geometrie tak, aby bol učiteľ schopný vyučovať geometriu na základnej a strednej škole vôbec a najmä z hľadiska hore uvedených aspektov. Aj z tohoto dôvodu považujeme za dôležité naučiť budúcich učiteľov zásady kreslenia názorných obrázkov a zásady využitia počítača pri tvorbe jednoduchých obrázkov na displeji alebo na plotri. Takisto by bolo vhodné, aby sa hlbšie zoznámili so syntetickou geometriou Euklidovej roviny a trojrozmerného priestoru a s prehľadom histórie matematiky.

Výučbu analytickej geometrie navrhujeme zamerať tak, aby ju študent chápal predovšetkým ako jednu z metód na riešenie geometrických úloh a nielen ako vedeckú disciplínu samu o sebe. Vzhľadom na počítačové spracovanie geometrických údajov navrhujeme uprednostňovať parametrické vyjadrovanie útvarov.

Považujeme taktiež za potrebné naučiť budúceho učiteľa matematiky základom diferenciálnej geometrie euklidovského priestoru (samozrejme v zmysle predchádzajúcich poznámok). V prechodnom období, pokiaľ by sa nevyškoolili učitelia v tomto zmysle, pomohlo by zriadiť postgraduálne štúdium geometrie a základných zobrazovacích metód pre tých učiteľov matematiky vyučujúcich vo vyšších triedach základných škôl a na stredných školách, ktorí na vysokej škole nemali deskriptívnu geometriu.

5. Na vysokých školách technických doporučujeme vyňať analytickú a diferenciálnu geometriu zo základného kurzu matematiky a tieto disciplíny vyučovať v rámci predmetu, ktorý by bolo možné nazvať „inžinierska geometria“. Inžiniersku geometriu by bolo vhodné začať vyučovať v 2. semestri, keď by už študenti mohli ovládať diferenciálny počet funkcie

jednej a dvoch premenných. V rámci inžinierskej geometrie navrhujeme vyučovať aj deskriptívnu geometriu a počítačovú grafiku. Všetky tieto disciplíny (analytická, diferenciálna a deskriptívna geometria a počítačová grafika) by sa mali vyučovať ako jeden celok, nie od seba oddelene. Priaznivá situácia v tomto smere je iba na strojnických fakultách, kde majú 3 hod. prednášky a 3 hod. cvičenia konštruktívnej geometrie a 1 hod. prednášky a 1 hod. cvičenia počítačovej grafiky.

Vzhľadom na podstatne rôznu prípravu z geometrie študentov prichádzajúcich na vysoké školy technické navrhujeme alebo ich výučbu diferencovať, alebo vopred žiakom oznámiť požiadavky na ich vedomosti a prípadne im poskytnúť možnosť osvojiť si tieto vedomosti napr. formou prázdninových kurzov (poriadaných napr. Socialistickou akadémiou alebo ČSVTS). Ďalšia možnosť je zaradiť do 1. semestra nepovinný predmet „repetitívium z geometrie“.

6. Väčšine študentov vysokých škôl technických a matematicko-fyzikálnych fakúlt univerzít by veľmi pomohlo, keby sa už na strednej škole zoznámili so základmi deskriptívnej geometrie (aspoň voliteľne na všetkých gymnáziách pre tých študentov, ktorí hodlajú ísť študovať na uvedené fakulty). Terajšia situácia, keď sa tento predmet neučí na väčšine stredných škôl vôbec, je nevyhovujúca. A vzhľadom na to, že univerzity vychovávajú len veľmi málo učiteľov deskriptívnej geometrie, hrozí situácia, že v budúcnosti ani nebude mať kto tento predmet vyučovať. Naviac bez poznatkov z deskriptívnej geometrie sa nezaobíde žiaden pracovník projektových ústavov, kde sa využíva (a bude sa stále viac využívať) systém CAD (počítačom podporované navrhovanie, konštruovanie a projektovanie).