

# Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

---

Václav Medek

Príspevok k vyučovaniu elementárnej geometrie na stredných školách

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 13 (1968), No. 4, 249--251

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/138703>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1968

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

# VYUČOVÁNÍ MATEMATICE A FYZICE

## PRÍSPEVOK K VYUČOVANIU ELEMENTÁRNEJ GEOMETRIE NA STREDNÝCH ŠKOLÁCH

VÁCLAV MEDEK, Bratislava

Nasledujúce úvahy o metódach a náplni vyučovania elementárnej geometrie na stredných školách predkladá prof. DIEUDONNÉ v úvode svojej knihy: *Lineárna algebra a elementárna geometria*, ktorá vyšla v Paríži r. 1965. Pôvodne som mal pripravený pre tlač preklad celého úvodu, čo je najvhodnejšie, pretože sa neskresľujú myšlienky autora; no, vzhľadom na ťažkosti spojené s právami vydavateľstva knihy, je potrebné sa obmedziť iba na stručné oboznámenie s obsahom tohoto úvodu.

Autor predovšetkým poukazuje na stále sa prehľbujúcu priepasť medzi vyučovaním matematiky na stredných a na vysokých školách (myslia sa francúzske školy). Zatiaľ čo stredné školy veľmi ťažko menia svoj „zabehaný“ spôsob výučby a tak isto aj jej náplň, vysoké školy, najmä univerzity, musia sa prispôsobiť modernému vývoju vedy. Matematika, ako aj každá iná veda, má svoj špecifický vývoj. Na rozdiel od takzvaných „experimentálnych“ vied zostávajú síce všetky jej vety v platnosti, no mení sa hľadisko, z ktorého sa na ne dívame. Nové poznatky dávajú z času na čas podnet k prehodnocovaniu starých viet a k ich zaradeniu do nových súvislostí. Autor tu kritizuje najmä dôležité postavenie, ktoré zaujímajú v stredoškolskej matematike tieto partie: 1. Konštrukcie pravítkom a kružítkom, 2. Vlastnosti tradičných útvarov ako trojuholníky, štvoruholníky, kružnice a ich systémy, kuželosečky a pod., 3. Trigonometrické vzorce a ich transformácie. Existujú vraj napr. iba tri zamestnania, ktoré potrebujú trigonometriu v širšom rozsahu, a to: 1. astronómi, 2. zememerači a 3. autori príručiek o trigonometrii. Pri ostatných zamestnaniach vystačíme s minimálnymi vedomosťami z trigonometrie.

Ďalej autor zdôrazňuje, že je potrebné naučiť deti čím prv myslieť, a to na malom počte vhodne vybraných obecných pojmov a taktiež osvojiť si metódy výskumu, ktoré im budú neskôr veľmi užitočné. Treba učiť takú teóriu, kde sa všetko prirodzene hromadí okolo niekoľkých veľmi jednoduchých kľúčových pojmov a pritom takých, že budú základnými aj v ich ďalších štúdiách.

Napokon autor nepovažuje za správne trieštiť výučbu geometrie do rôznych disciplín ako napr.: „Čistá geometria“, „Analytická geometria“, „Trigonometria“, „Projektívna geometria“ a pod., keďže ide v podstate iba o jednu disciplínu, a to o lineárnu algebru. Je dôležité oboznámiť začiatočníka čo najskôr so základnými pojmami tejto disciplíny, aby si zvykol „myslieť lineárne“. Pojmy lineárnej algebry

sú veľmi jednoduché a umožňujú tak uplatniť aj v matematike všeobecnú tendenciu všetkých vied hľadať vždy jednotiacie hľadisko. Podľa názoru autora prednosťou lineárnej algebry je možnosť podať celú výučbu elementárnej geometrie presne a bez námahy. Konkrétne upozorňuje na dve veci, ktoré v doterajšom spôsobe výučby pôsobili značné potiaže. Je to pojem uhla, ktorý z hľadiska lineárnej algebry nie je nič iného ako štúdium grupy rotácií v rovine. Ďalej považuje za potrebné oddeliť od seba afinné a metrické geometrické vlastnosti. V lineárnej algebre sa tieto vlastnosti ihneď odlišia, pretože závisia na dvoch skupinách axióm, ktoré sú oddelené hneď od začiatku a z nich je potom možné vyvodzovať dôsledky z každej zvlášť.

Celkový plán výučby je jasný z obsahu knihy (pozri recenziu v 2. čísle tohoto časopisu na str. 119). Hlavná myšlienka spočíva v tom, že cieľom vyučovania na strednej škole je pripraviť žiaka na štúdium na vysokú školu (aj technického smeru), a preto všetko, čo tomuto cieľu nevyhovuje, autor vynechal. Preto zavádza pojmy lineárneho a multilineárneho zobrazenia, vlastnej hodnoty operátora, grupy a okruhu tvoreného operátormi. Kniha nie je myslená len pre výchovu budúcich matematikov, a preto podrobnosti, ktoré zaujímajú len týchto odborníkov, sú obsiahnuté v cvičeniach. Okrem kapitoly, kde sa hovorí o vektorových priestoroch (nad telesom reálnych čísel), všade sú úvahy ohraničené na dimenziu 2 a 3, ovšem ide o automatické opakovanie tých istých pojmov, preto tieto úvahy podáva naraz. Používaná matematická terminológia sa zhoduje so súčasne používanou terminológiou teórie množín a vektorových priestorov.

Pri začiatočných výkladoch by sa nemuselo hovoriť o axiómoch, ale žiaci by sa mali cvičiť v logickej dedukcii a mali by si teda zvyknúť, že zo správnej vety o čomkoľvek možno vyvodiť iné vety čiste úvahami. Pritom by sa malo začínať vhodne volenými „geometrickými pokusmi“ podobne ako vo fyzike. Jednou z psychologických ťažkostí vyučovania je pripraviť žiakov, aby pochopili nutnosť axiomatického budovania matematiky. Ďalej je treba čo najskôr ich udomáčniť v dobrom ovládaní pojmov zobrazenia a počítania so zobrazeniami. To si bude vyžadovať dlhodobý experimentálny styk so základnými pojmi, ktoré budú neskôr zautomatizované. Zo základných útvarov treba študovať bod, priamku a rovinu a namiesto detailného štúdia tradičných útvarov (trojuholník a pod.) viac času venovať geometrickej transformácii roviny a priestoru v celku. Popri základných nástrojoch (pravítko a kružítka) treba rozmnožovať príklady mechanických pomôcok realizujúcich rozličné konštrukcie a transformácie v rovine (pantograf, afinograf atď.).

Autor uvádza ako zvlášť škodlivé vyvodiť axiómy lineárnej algebry z tradičných Hilbertových axióm. Pojem vektora, ich sčítania, násobenia skalárom a skalárneho súčinu vektorov sú tak jednoduché pojmy, že niekoľko mesiacov pokusov na štvorčekovanom papieri by malo stačiť navyknúť žiaka na ich ovládanie.

Okrem lineárnej algebry treba, z hľadiska geometrie, vyučovať aj základy infinitezimálneho počtu, aj keď výlučne experimentálnym spôsobom, a podľa možnosti sa vyhnúť  $\varepsilon$ -technike. Infinitezimálny počet musí totiž obsiahnuť dve z tradičných partií geometrie: počítanie dĺžok, plôch a objemov a „meranie“ uhlov. Prvá partia

nie je nič iného ako integrálny počet. Pre pojem uhla sa ponúka krásny príklad nekonečnej grupy obsahujúcej prvky akéhokoľvek rádu. Nie je správne za každú cenu merať to, čo je nemerateľné a zavádzať „usporiadanie“ tam, kde ho niet. Všetko, čo prislúcha výhradne do rovinnej euklidovskej geometrie, je z algebraického hľadiska úplne nezávislé na každom „meraní“ uhlov reálnymi číslami. Autor dokonca dokázal (v Dodatku I), že zvolené axiómy nedovoľujú ukázať existenciu takejto miery. Keď sa však chceme zaoberať analýzou alebo kinematikou, je dôležitý kanonický spojitý homomorfizmus  $x \rightarrow e^{ix}$ .

Autor upozorňuje, že ním napísaná kniha je skôr „knihou pre učiteľa“ ako učebnicou pre žiakov. Z toho dôvodu kniha neobsahuje žiaden obrázok, ani žiadne jednoduché príklady na cvičenia. Ovšem samotný výklad je dostatočne názorný a skusený pedagóg by mal vedieť nájsť dostatok „experimentálnych“ poznatkov, ktoré by vhodne uviedli a doplnili abstraktný výklad.

Myslím, že prof. Dieudonné naznačil svojou knihou jednu z možných ciest pri výučbe elementárnej geometrie. Ak by sa podarilo tento program splniť v rámci škôl II. cyklu, veľmi by sa tým uľahčila výučba v 1. ročníkoch vysokých škôl. Újmu by netrpeli ani tí, ktorí by nepokračovali v štúdiu na vysokej škole. Moderná matematická literatúra zameraná aj na aplikácie podstatne totiž využíva a čím ďalej, tým viac bude využívať pojmy z teórie množín a vektorových priestorov, takže takáto predpríprava môže byť iba užitočná.

## NOVÉ KROKY V MODERNIZÁCIÍ VÝUKY V USA

MILAN RUDIČ, Košice

Začiatkom tohoto školského roku uviedli v Brentwoode, východnej štvrti Palo-Alto v Kalifornii, do prevádzky dlhodobý pokus o vyučovanie detí na základnej škole pomocou samočinného elektronického počítača. Tento sľubný experiment vznikol v spolupráci Ústavu matematických štúdií v sociálnych vedách univerzity v Stanforde a spoločnosti IBM. Nazvaný bol *Computer Assisted Instructional Program* (CAI). Vedú ho profesori Petrick SUPPES a Richard C. ATKINSON. Do experimentu je zapojené tohoto roku 108 detí a strávia v ňom denne pol hodiny.

Základom je vyučovací počítač IBM 1500 s ústrednou operačnou jednotkou IBM 1800 s diskovou pamäťou a pripojenými 16 individuálnymi pracovnými stolíkmi. Na každom takomto stolíku je (obr. 1) klávesnica podobná ako u dialnopisu. Ďalej je tam matnica  $18 \times 23$  cm pre zadnú projekciu, taká istá veľká katódová obrazovka, naslúchadlá a tzv. svetelné pero. Žiak bez akejkoľvek učebnice si zasadne za niektorý stolík a na klávesnici vytypuje svoje meno. Operačná jednotka v zlomku sekundy