Karel Rychlík

K 250. výročí úmrtí Tschirnhausa (+11.10.1708)

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 4 (1959), No. 2, 232--234

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/138696

hlubokou výměnou názorů jak ve vědeckých problémech tak i v otázkách organisace vědy. Z polské strany byla tato spolupráce oceněna mnohokrát a různými způsoby, mimo jiné čestnými doktoráty Varšavské university udělené dvěma pracovníkům university Karlovy. Je proto pro nás velkou radostí, že vedle nestora polských matematiků Sierpiňského, kterému Karlova universita udělila čestný doktorát již r. 1948, dostává nyní náš čestný doktorát světoznámý polský matematik, kterému se před krátkým časem zaslouženě dostalo cti, že byl zvolen členem předsednictva Mezinárodní matematické unie.

K 250. VÝROČÍ ÚMRTÍ TSCHIRNHAUSA († 11. 10. 1708)

KAREL RYCHLÍK, Praha

1. **Ehrenfried Walter** (hrabě) **Tschirnhaus** (Tschirnhauß, Tschirnhausen), matematik, fysik, chemik a filosof, se narodil 10. 4. 1651 v Kieslingswalde u Zhořelce (Görlitz), zemřel 11. 10. 1708 v Drážďanech. Podle tradice pocházela jeho rodiny z Čech nebo z Moravy, byla však již přes 400 let usedlá v Sasku. Již od mládí se zajímal o matematiku, a poněvadž v Německu nebylo tehdy příležitosti, aby se v ní hlouběji vzdělal, odebral se r. 1668 na stúdia do Leydenu, kde pobyl až do r. 1675. Při tom v letech 1672 a 1673 byl dobrovolníkem v holandských službách. Pak strávil řadu let na cestách po různých městech evropských. K rozvoji jeho matematických vědomostí velmi přispělo, že se koncem r. 1675 za pobytu v Paříži seznámil s G. W. **Leibnitzem**.[1]) Od r. 1681 však již většinou pobýval v Sasku na svém panství nebo u dvora saského kurfiřta v Drážďanech. R. 1682 byl jmenován členem Francouzské akademie v Paříži.

Na svém panství Kieslingswalde založil s podporou kurfiřta saského tři sklárny a brusírnu vydutých zrcadel. Ale zdá se, že ze svého podnikání nijak nezbohatl; aspoň v posledních letech svého života žil v poměrech dosti stísněných.

2. Z jeho prací matematických má největší význam práce otištěná r. 1683 v *Acta eruditorum* „*Methodus auferendi omnes terminos intermedios ex data equatione*". Postup jeho výkladu byl tento:

Vyjde od rovnice

$$x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \ldots + a_n = 0\,. \tag{1}$$

Utvoří pomocnou rovnici (aequatia assumpta) tvaru

$$x^{n-1} = b_1x^{n-2} + b_2x^{n-3} + \ldots + b_{n-1} + y\,. \tag{2}$$

Vyloučí pak x z původní rovnice (1) a z rovnice pomocné (2). Jak tvrdí, dostane tak novou rovnici v neznámé y stupně n

$$y^n + c_1y^{n-1} + c_2y^{n-2} + \ldots + c_n = 0\,. \tag{3}$$

Koeficienty této rovnice $c_1, c_2, \ldots, c_n$ závisí na koficientech $b_1, b_2, \ldots, b_{n-1}$ původní rovnice (1). Nyní říká Tschirnhaus: Stanovme koeficienty $c_1, c_2, \ldots, c_{n-1}$ tak, aby platilo

$$c_1 = c_2 = \ldots = c_{n-1} = 0\,, \tag{4}$$

čímž dostaneme rovnici

$$y^n + c_n = 0\,. \tag{5}$$

---

[1]) Gottfried Wilhelm Liebnitz, * 1646, † 1716, matematik, filosof (směru objektivně idealistického), historik, diplomat. Vybudoval (zároveň s I. Newtonem) základy počtu diferenciálního a integrálního.

Řeší-li se rovnice (5), bude rozřešena i původní rovnice (1). Jak se však určí koeficienty rovnice (3) z rovnice (4), o tom se Tschirnhaus pro obecný případ nezmiňuje. Naznačí to pro případ rovnice třetího stupně

$$x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3 = 0 . \tag{6}$$

Při tom zjišťuje, že výpočet se zjednoduší, je-li v původní rovnici (6) koeficient $a_1 = 0$. Na rovnici takového tvaru lze však každou rovnici třetího stupně snadno převést.

Naděje Tschirnhausovy, že by jeho postup mohl vést k řešení rovnice algebraické libovolného stupně, (čímž se tehdy myslilo řešení pomocí odmocnin), byly ukvapené. Teprve téměř po stopadesáti letech dokázali N. H. Abel (1826) a E. Galois (1831), že není možno „obecnou" algebraickou rovnici stupně vyššího než čtvrtého řešit odmocninami (důkaz Abelův z r. 1824, rovněž jako důkazy P. Ruffiniho z let 1799—1813 nejsou zcela úplné).

3. Vysvětlím stručně Tschirnhausovy úvahy z nynějšího hlediska. Označme $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ kořeny rovnice (1). (O koeficientech této rovnice budeme předpokládat, že jsou to komplexní čísla). Položme

$$\eta_k = \xi_k^{n-1} - b_1\xi_k^{n-2} - b_2\xi_k^{n-3} - \ldots - b_{n-1} \quad (1 \leqq k \leqq n) . \tag{2'}$$

Pak se říká, že η_k vznikne z ξ_k *Tschirnhausovou transformací*

$$y = x^{n-1} - b_1x^{n-2} - \ldots - b_n . \tag{2''}$$

$\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_n$ jsou kořeny rovnice

$$(y - \eta_1)(y - \eta_2) \ldots (y - \eta_n) = 0 , \tag{3'}$$

která se nazývá *Tschirnhausovou transformovanou rovnicí* pro rovnici (1). Na základě hlavní věty o symetrických mnohočlenech můžeme snadno nahlédnout, že koeficienty rovnice (3') jsou čísla z tělesa $\mathbf{R}$ $(a_1, a_2, \ldots, a_n, b_1, b_2, \ldots, b_n)$ vzniklého z tělesa racionálních čísel $\mathbf{R}$ adjunkcí čísel v závorce (Kořínek, *Základy algebry*, 2. vyd. str. 393; adjunkce str. 135—136).

Známe-li kořen η_k rovnice (3'), zdá se podle rovnice (3'), že k určení příslušného kořene ξ_k je třeba řešit rovnici stupně $n - 1$. Tím by ovšem Tschirnhausova transformace ztrácela na ceně. Její význam je však právě v tom, že aspoň v případě, kdy rovnice (3') má různé kořeny, dá se určit ξ_k jako číslo z tělesa R $(a_1, a_2, \ldots, a_n, b_1, b_2, \ldots, b_n, \eta_k)$. Skutečně je ξ_k společným kořenem rovnice (1) a rovnice

$$x^{n-1} - b_1x^{n-2} - b_2x^{n-3} - \ldots - b_{n-1} - \eta_k = 0 . \tag{4'}$$

Tyto dvě rovnice mají však za společný kořen jenom ξ_k. Neboť pro kořen ξ_l mnohočlenu (1), kde je $l \neq k$, platí, ježto η_k je jednoduchý kořen rovnice (3')

$$\xi_l^{n-1} - b_1\xi_l^{n-2} - \ldots - b_{n-1} - \eta_k = \eta_l - \eta_k \neq 0 ,$$

takže ξ_l nemůže být kořenem rovnice (4'). I je $x - \xi_k$ největším společným dělitelem mnohočlenů (1) a (4'), z čehož tvrzení ihned plyne. Podrobněji je o předmětu pojednáno např. v knize O. Perron, *Algebra* I, 1. vyd. 1927, str. 280, 2. vyd. 1938, str. 262; II., 1. vyd. 1927, str. 74, 2. vyd. 1931, str. 87. V I. svazku je také uvedeno, jak je možno jednodušeji určit rovnici (3').

V Perronově *Algebře* II pojednáno také o užití Tschirnausovy transformace při řešení algebraických rovnic. Provedeno zde řešení rovnic 3. a 4. stupně odmocninami a rovnice 5. stupně převedena s užitím odmocnin na tvar Bring-Jarrardův

$$y^5 + c_1y + c_2 = 0 .$$

Hermite uvedl tuto rovnici v souvislosti s dělením period eliptických funkcí na pětiny.

3. Tschirnhaus napsal také spis „*Medicina mentis et corporis*“ (Amsterdam 1687). O oblibě tohoto spisu svědčí, že vyšlo opravené vydání v r. 1695, jež autor sám uspořádal, a dokonce dvě další vydání r. 1705 a r. 1753. Část *Medicina mentis* je vlastně logika, v níž příklady jsou voleny hlavně z matematiky. Mezi jiným se tam zabývá křivkami, jejichž sestrojení je zobecněním známého sestrojení elipsy z obou ohnisek, u nichž je však „ohnisek“ větší počet.

Jinde se zabýval také jinými křivkami, např. křivkami, které později Jan a Jakub Bernoulliové nazvali katakaustikami.

4. V té době se dovážel do Evropy porcelán z Číny a z Japonska. Byl ovšem velmi drahý. I vznikla snaha pokusit se o výrobu podobného porcelánu v Evropě. Tschirnhaus prováděl pokusy s vydutými zrcadly a podařilo se mu tavit různé sklovité hmoty. To bylo východiskem pokusů o výrobu porcelánu, což se mu konečně podařilo za spolupráce s J. F. Böttgerem.[2]) Továrně se začal tento porcelán vyrábět od r. 1710 v Míšni. Je to tak zvaný porcelán tvrdý (pálený při teplotě okolo 1400 stupňů), kdežto porcelán z Dálného východu je porcelán měkký (pálí se při teplotě mezi 1200—1300 stupňů).

[2]) Johann Friedrich Böttger, * 1692, † 1719. Působil ve službách Augusta Silného, krále polského a kurfiřta saského, nejprve jako alchymista. Böttgerův osud je vylíčen, ovšem s jistými licencemi, ve filmu „Modré meče“.