Jan Vyšín

Matematická meta olympiáda, úlohy a plány

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 18 (1973), No. 2, 102--103

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/138510

kou logiku a zvýraznit množinové pojetí moderní matematiky. Naše střední školy, vyjma škol průmyslových, jsou dnes v tomto směru nesporně dále.

Jsem přesvědčen, že vzhledem k prudkému rozvoji vědy a techniky v současné vědeckotechnické revoluci, budou muset učební osnovy matematiky na všech fakultách vysokých škol technických v blízké budoucnosti obsahovat tyto tři části:

a) klasickou matematickou analýzu s lineární a vektorovou algebrou a analytickou geometrií i s jejich případnými moderními modifikacemi;

b) numerické a přibližné metody se zaměřením na výpočetní techniku;

c) skupinu nových matematických disciplín, k nimž patří teorie informace, teorie her, plánování, kybernetika, automatizace a regulace, stochastické procesy, které jsou založeny především na statisticko-pravděpodobnostních metodách; výběr těchto disciplín záleží na zaměření příslušné fakulty či oboru.

Je samozřejmé, že uvedené tři části nejsou v daném momentě zastoupeny stejnoměrně. Je možné tvrdit, že prvá část zaujímá nejenom nyní, ale i v budoucnu dominující postavení, avšak postupně stále větší váhu budou získávat i části druhá a třetí, bez jejichž znalostí nebude brzy inženýrská činnost možná.

Výsledkem současného úsilí kateder matematiky na vysokých školách technických musí být vytvoření takového stavu, při kterém bude kurs matematiky hrát při výchově inženýra úlohu odpovídající úloze matematiky jako vědy v inženýrské činnosti, přičemž vzájemný vztah jednotlivých partií uvedeného kursu musí být pedagogicky účelným odrazem současné etapy rozvoje matematiky a jejího uplatnění v technice.

Matematická metaolympiáda, úlohy a plány

Pokračujeme v uveřejňování úloh matematické metaolympiády pátou čtveřicí úloh (číslo 17 až 20). Počítáme, že na jeden rok připadne dvanáct úloh; po prvních dvanácti úlohách provádíme jakousi „uzávěrku ročníku". První uzávěrka se trochu opozdila z důvodů, o nichž se dále ještě zmíníme. Texty nových úloh jsou tyto:

Úloha 17. Mezi libovolnými 52 celými čísly jsou vždy aspoň dvě taková, že jejich součet nebo rozdíl je násobkem sta. Dokažte a zobecněte.

Úloha 18. V množině M všech přirozených čísel větších než 1 je definována operace $x * y = 2xy - x + 2y$. Číslo $z \in M$ nazveme *složené vzhledem k operaci* $*$, existuje-li aspoň jedna taková dvojice čísel $x,y \in M$, že $z = x * y$. a) Určete všecka čísla $z \in M$, která *nejsou složená vzhledem k operaci* $*$. b) Existuje ke každému složenému číslu $z \in M$ *jediná* dvojice čísel $x,y \in M$ tak, že $z = x * y$? c) Zobecněte úlohy 18 a, b a najděte jejich souvislost s prvočísly.

Úloha 19. Nechť A, B, C jsou tři množiny, pro něž platí

$$A \cup (C \setminus B) = B \cup (C \setminus A);$$

pak je $A = B$. Ověřte tuto větu pomocí Vennových diagramů a dokažte výpočtem v množinové algebře.

Úloha 20. Určete základy všech pozičních soustav, ve kterých platí rovnost

$$\frac{41}{144} + \frac{21}{12} = 2.$$

Sestavte obdobné úlohy, které vedou k rovnici stupně nejvýše 2 pro základ soustavy a udejte metodu konstrukce.

Jak vidíte, je tato čtveřice zcela negeometrická a svou tematikou je přiměřená věkové úrovni žáků kolem 15 let. **Řešení úloh 17 až 20 zašlete redakci do konce června 1973.**

Měli bychom ještě aspoň stručně vysvětlit, proč se zdržuje vyhodnocení prvních 12 úloh. Jsme na rozpacích. Zdá se nám, že jde o nějaké nedorozumění. Když jsme metaolympiádu otvírali, měli jsme na mysli soutěž matematicko-*metodickou.* Ale většina řešení, která jsme dostali, jsou normální matematická řešení úloh s několika metodickými dodatky. Nám však šlo o to, aby řešitelé předvedli postoj učitele, odpověď na věčnou pólyovskou otázku „jak na to?“ — aby ukázali svůj tvořivý přístup k řešení problémů, aby náš časopis se tak zapojil do práce na jednom z nejpřednějších úkolů teorie a praxe vyučování matematice — na shromažďování materiálu, jak *učit·řešit* matematické problémy, nikoli co napodobovat.

V uveřejňování úloh budeme přesto pokračovat — pro to se totiž vyslovil aktiv matematické pedagogické sekce JČSMF v Brně dne 28. 11. 1972 — a zhodnocení práce řešitelů přineseme v příštím čísle. Pro nově otištěnou čtveřici úloh snad čtenářům aspoň trochu pomůže těchto několik poznámek.

U dvou úloh (17 a 18) se výslovně žádá *zobecnění*, což nutí učitele přemýšlet o metodické podstatě úlohy; ostatně úloha 18 je spíše problémová situace, z níž lze vytěžit mnoho rozmanitých úloh — i geometrických. (Např. lze vyšetřovat v množině bodů M „složené body“; bod $Z \in M$ nazveme složeným bodem vzhledem k operaci $*$, právě když existují body X, $Y \in M$ takové, že Y je středem dvojice XZ.)

Promyslí-li učitel podstatu úlohy 17, určitě ji uvede analogií na menších číslech a povede žáky nejprve k experimentování — k sestavení dvojic doplňkových dělitelů.

Úloha 20 žádá dokonce konstrukci úloh. Jistě si řešitelé uvědomí, že není samoúčelná: Mimo úvahy o pozičních soustavách vede k práci s lomenými racionálními funkcemi a s kvadratickou rovnicí — u vyučujícího dokonce s parametry — při sestavování nových úloh.

Úloha 19 je ze stejné oblasti, jako byla úloha 3, cíl je však formulován určitěji: jednak *ověřte pomocí Vennových diagramů* (sem patří i zápisy pomocí znaků $\in$, $\subset$, $\{\ldots\}$), jednak *odvoďte manipulací s operacemi* $'$, $\cup$, $\cap$, atd. Je instruktivní vést žáky k redukování všech operací a relací na tři ($\cup$, $\cap$, $'$) nebo dvě ($\cap$, $'$); je tedy např. $A \setminus B = A \cap B'$, $A \subset B \Rightarrow A \cap B' = \varnothing$ apod. K metodickému uvedení do úlohy jistě patří i poučení, že manipulace se symboly operací je vyšší úroveň množinové algebry než používání Vennových diagramů a manipulace s prvky.

Jan Vyšín