

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Jubilea a zprávy

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 19 (1974), No. 4, 225--228

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/138502>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1974

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

vektoru zachovat pomáhal. Předtím útratu integrátorem Lebesgue-Stieltjesovým počítal.

Docela pěkné výsledky měl i kovář Vláška. Víte, na kováře přišla teď bída, s výdělkem těžko, koně už na polské vesnici neuvidíš, jen samé traktory, a takový se ani podkovat, ani spravit nedá, protože náhradní díly v mechanizační stanici nemají. Vlášku tedy napadla malá racionalizace a sám si různé nářadí dělá. Musím přiznat, že Stone-Čechův kompakifikátor k udusávání mlatu ve stodole se mu docela dobře podařilo. Jel na okres opatentovat, ovšem — opatentovali. Ale Schmidtův ortogonalizátor rozpor opatentovat nechtěli, protože v Poznani už někdo dříve takový vynález ohlásil. V posledním čísle Wiadomości Matematycznych si v Engelkingově článku přečetl o uřezávací spojitých funkcí. Hned si jej zkonstruoval a od té doby ho v sadu u chalupy místo sekačky užívá. Řeže prý skoro jako laser.

Z jiných povedených prací se zmíním o Markovových cepích, kterých jsme úspěšně užívali, když nám mlátička vysadila. Když jsme si ve vsi brigádnicky elektřinu zaváděli, postavili jsme na sloup Laplaceův transformátor; hned se nám ale přepálil — jak je vidět, adekvátní nebyl. Teprve Fourierův transformátor z abstraktní harmonické analýzy se ukázal jako dobrý. Přípojky do domů jsme udělali snadno na základě Tietzovy metody prodlužování funkcí.

Největšího úspěchu, takového v celostátním měřítku, dosáhl učitel naší vesnické jednotřídky. Povídám vám, takový chytrý chlapík to je, vždyť i když absolvoval učitelské studium na Varšavské universitě a dostal titul magistra, matematice docela dobře rozumí. Tak tedy tento magistr si všiml, že naše vlast ušetří milióny, když se axiomaticky přijme, že pravý úhel má ne 90 stupňů, ale 60. Na každém úhloměru se ušetří jen 60 stupňů, ale znásobte to číslo milióny úhloměrů v Polsku! Ušetřené stupně se složí ve speciální bance. Samozřejmě se v té bance utvoří také umělé devizové stupně a přepočítávací stupně, u kterých nikdo nebude rozumět, na co jsou, ale to už jsou takové technické bankovní detaily. Hlavně se banka bude zabývat výměnou geometrických stupňů na jiné druhy stupňů, na příklad na služební stupínky. Představte si, jak i malá dotace z banky usnadní služební postupy, životní úroveň úředníků se hned zvýší. Nebo ve škole — když se odevzdá dost velké množství klasifikačních stupňů do banky, budou se moci žákům zlepšit známky za odpovědi a kompozice,

což nejenom pozvedne úroveň národního vzdělání, ale výměnou za jiné stupně dá možnost učitelům postoupit na vyšší platový stupeň. Zrovna tak na vysokých školách — ne jeden sen o vyšším stupni na žebříčku titulů a hodností se bude moci splnit! Zlepší se také počasí v Polsku: když banka dodá pár stupňů Celsia do každé obce, budeme mít místo březnových mrazů subtropická vedra. Zvláště se to týká Gdaňska a okolí, kde už je nanejvýš nutné, aby se z banky vyplatilo aspoň několik stupňů na každou pláž.

Přeložil Ilja Černý

jubilea & zprávy

MEZINÁRODNÍ KOLOKVIUM O VYUČOVÁNÍ MATEMATICE NA PRVNÍM STUPNI

Kolokvium o teoretických problémech vyučování matematice na prvním stupni škol (Primary Schools) svolala Maďarská matematická společnost Janóse Bolyae (Bolyai János Mathematical Society). Na jeho uspořádání se podílela řada maďarských i zahraničních institucí, zejména UNESCO (z této organizace se jednání aktivně účastnil B. CHRISTIANSEN) a Mezinárodní komise pro vyučování matematice (ICMI). Kolokvium se konalo ve dnech 19. až 21. června 1973 v krásném maďarském městě Egeru za účasti předních matematiků a pracovníků zabývajících se v posledních letech teorií vyučování matematice a modernizačními experimenty. Svědčí to o závažnosti, jaká byla kolokviu v Maďarsku i v ostatních zemích přikládána. Teoretické problémy vyučování matematice na elementárním stupni školy byly na takovémto speciálně zaměřeném mezinárodním shromáždění zařazeny zřejmě poprvé. Je nesnadné podat vyčerpávající přehled celého jednání, organizovaného formou

plenárního zasedání a dvou sekcí. Uvedu nejdříve názvy vybraných úvodních referátů přednesených v plénu kolokvia, z nichž je zřejmá širší problémů, které se v současné době řeší, a několik poznámek o společenské stránce kolokvia; o výkladu prof. FREUDENTHALA pak informuji podrobněji.

Předneseny byly tyto referáty:*) *Cíle a výsledky v modernizaci školské matematiky v Maďarsku* (J. SURANYI, Maďarsko); *Některá pozorování o spojení matematiky s reálným světem* (H. POLLAK, USA); *Kurs kombinatoriky a pravděpodobnosti pro stupně 1 až 3* (L. RADE, Švédsko); *Teorie a praxe, pojmy a dovednosti* (G. MATHEWS, Anglie); *Orientované grafy napomáhají myšlení* (S. TURNAU, Polsko); *Elementární učení aproximací* (A. REVUZ, Francie); *Činnosti v geometrii na elementárním stupni* (M. PICARD, M. A. GIRODET, Francie); *Systemizace cílů a obsahu ve vyučování matematice* (K. HARTIG, NDR); *O úloze úrovně přesnosti a stupně symbolizace ve vyučování a učení matematice* (B. CHRISTIANSEN, UNESCO); *Úloha definic a důkazů ve vyučování na prvním stupni* (Z. SEMADENI, Polsko); *Obecné ideje o pojmovém a smyslovém chápání* (H. FREUDENTHAL, Holandsko).

V Egeru byly předneseny i další cenné příspěvky. V některých byl charakterizován obsah netradičních osnov, poznatky a zkušenosti z experimentů se žáky; několik příspěvků se týkalo metod a organizačních forem učení. Pozornost byla věnována i otázkám přípravy učitelů na nový obsah a metody vyučování a jejich dalšího vzdělání. Snad bude ještě příležitost o některých příspěvcích informovat podrobněji. O koncepci a postupné realizaci nového obsahu a metod vyučování na prvním stupni základní školy u nás referoval dr. J. KABELA.

Ve stručnosti několik poznatků o organizaci a společenské stránce kolokvia. Členové Maďarské matematické společnosti J. Bolyai a další pracovníci vykonali záslužný čin organizováním tohoto kolokvia. V řadě mezinárodních akcí — připomeňme dnes již historické symposium o vyučování matematice na středních školách v roce 1962 a konferenci o vyučování matematice na základních školách v roce 1972 — to bylo skutečně plodné shromáždění. Účastníci dostali stručné obsahy referátů, mohli je pak sledovat

*) V závorce jsou uvedena jména přednášejících (bez akad. titulů a hodností) a země.

v překladu do angličtiny nebo francouzštiny; pro velký počet zúčastněných maďarských učitelů byly překládány do maďarštiny. Nerušený poslech překladů byl umožněn moderním zařízením konferenčního sálu (rádiové spojení překladatelských kabin s účastníky) v Domě vědy a techniky, který je v Egeru k dispozici celé řadě maďarských institucí.

Během kolokvia jsem jednal s prof. VARGOU, známým maďarským pracovníkem v teorii vyučování matematice, o možnostech hlubšího seznámení s pracemi konanými ve výzkumu vyučování matematice na elementárním stupni u nás a v Maďarsku, konkrétně i o možnosti vzájemných návštěv učitelů experimentálních škol. Konstatovali jsme, že by naše styky měly být i v rámci našich matematických společností rozhodně intenzivnější.

Eger (Jager) je starobylé město s řadou malebných zákoutí, domínuje mu hrad s hrdinnou minulostí. V katedrále, která mohutnými rozměry a čistým stylem (pochází z klasicistických dob) patří mezi nejvýznamnější stavby země, byl pro účastníky kolokvia uspořádán varhanní koncert. Město, jeho líbezné okolí s vinicemi a sklepy (Egri Bikavér, známé červené víno, je právě z této oblasti), jakož i radioaktivní přírodní prameny jsou vyhledávány návštěvníky z celého světa. Nejen historie, ale i současný rozvoj města a celé oblasti byly krásným rámcem červeného setkání matematiků, učitelů a pracovníků v teorii vyučování matematice. Na závěrečné večeři pro účastníky kolokvia bylo v řadě projevů vyjádřeno uznání a poděkování Maďarské matematické společnosti a všem, kteří se na uspořádání kolokvia podíleli.

Z přednášky prof. H. FREUDENTHALA *Obecné ideje o pojmovém (comprehension) a smyslovém (apprehension) chápání* uvádím v dalším hlavní myšlenky. Jsou v nich obsažena stanoviska k závažnému psychologicko-didaktickému problému.

Prof. Freudenthal hovořil o učení pojmovém (založeném na pochopení učiva do hloubky, opřeném o analýzu struktury poznatků — comprehensive learning) a učení percepčním (smyslovém, opírajícím se o orientaci v situaci jako prvním přístupem k problému — apprehensive learning). Uvedl, že mnoho dovedností je získáváno a zdokonalováno vytrvalým cvičením a nesčetným opakováním. Je domněnka, že obecné znalosti jsou získávány tímž postupem. Filozofové říkají, že obecné ideje a soudy jsou

odvozovány z četných příkladů (např. soudíme, že těžká tělesa padají k zemi, poněvadž jsme byli mnohokrát svědky tohoto jevu). Tato „kvalitativní“ indukce je ovšem vysoce nepravděpodobná, ačkoliv v populární filosofii ještě přžívá. Obecné ideje a soudy jsou obvykle odvozovány z jedné zkušenosti, spoléháme se na celkovou prvotní zkušenost pozorovatele. Ve vědách, v nichž se uplatňují pozorování, opakovaná za účelem eliminace pozorovacích chyb nebo aby byla nalezena pravděpodobnost rozdělení četností, jde ovšem spíše o kvantitativní indukci než o indukci kvalitativní.

Prof. Freudenthal pak připomněl různé názory na charakter učení (např. HERBARTOVY, behavioristů), jejichž autoři se na učení dívali jako na spojitý proces. Podle jeho zkušeností právě získávání dovedností není nezbytně spojitý proces (opírá se tu i o ideu skupiny pracovníků reprezentované VAN HILLEM; jako příklady nespojitého učení uvedl jízdu na kole, plavání a volné stání malých dětí, kde je ovšem velká variace individuálního chování — některé děti činnost nikdy nezkusí dříve, než jsou si dost jisty, že budou úspěšné).

Vyučování matematice se opírá o nevyřčený nebo explicitě vyjádřený předpoklad, že matematické pojmy a vlastnosti jsou získávány pochopením. Množství příkladů množin o třech elementech vytváří pojem čísla 3, význam $3 + 2$ je realizován pěstováním návyku sjednocování množin o třech a dvou elementech; aritmetické zákony (pravidla) jsou odvozovány z numerických příkladů. Prof. Freudenthal vyslovil obavu, že tato pedagogika je založena na pověrách. Řekl, že nikdy u malých dětí nepozoroval žádný fakt, který by mohl potvrzovat, že takovým postupem se děti skutečně učí; naopak, když on sám je učil, volil opačný přístup, založený raději na vnímání než na pochopení. Je pravda, že posloupnost prvních čísel se žáci naučí odříkávat horlivě, ale počítání je pro ně při učení náraz (násobilka např. samozřejmě potřebuje extenzivní cvičení, ačkoli ani v tomto případě není jisto, zda lepší vnímání není účinnější než přehnané cvičení).

Moderní texty pro mateřské školy a školy prvního stupně předkládají extenzivní cvičení z hlediska kardinálního pojetí čísla a tato cvičení opakují pro každé jednotlivé číslo od 1 do 10. Prof. Freudenthal vyjádřil skepsi o potřebě takovýchto cvičení; nikdy nepozoroval nějaký

fakt, který by je opravňoval. Naproti tomu zjistil, že poznávání čísla z hlediska kardinálního je ostře nespojitě. Dítě naráz porozumí nejen piagetovskému principu zachování*), ale i všem dalším principům, které napomáhají při uplatnění hlediska kardinálního čísla (např. včera mělo tolik prstů jako dnes, jiní lidé mají také týž počet prstů).

Prof. Freudenthal pak předvedl na několika konkrétních ukázkách velmi cenný postup učení dětí na základě vzorového příkladu (by a paradigmatic example). Je to cesta, kterou se podle jeho zkušeností žáci i dospělí skutečně učí matematice, tedy nikoli znovuposilováním odpovědi na podnět. Např. předložil dětem problém: A, B, C jsou tři města, A a B jsou spojena třemi silnicemi, B a C dvěma silnicemi; kolika způsoby se mohou dostat z A přes B do C ? Žáci často na základě jedné zkušenosti byli schopni řešit všechny druhy izomorfních problémů s obměněnými údaji v jiných situacích. Zkušenosti ukázaly, že porozumělo-li dítě obecné ideji, nebude ji schopno obecně formulovat; je možné, že dokonce nepozná, že např. vztah tvoří podstatu obecného pojmu. Jednání na základě izomorfismu je mnohem snazší než vyjádření nebo dokonce zdůvodnění, proč je to izomorfismus.

Jestliže obecné formulace jsou příliš těžké, pak uvedení jednoho vzorového příkladu může být podněcující. Zdůvodňování na základě numerických příkladů nejsou podstatou ani obecnými cíli matematiky, ale percepce, první orientování se v problému prostřednictvím jednoho vzorového příkladu může být matematikou na vysoké úrovni. Jestliže učící se dosti často používá jeden vzor a v závěru dospěje k obecné formulaci, dospěl k zobecnění nepochybně cestou četných aplikací. Numerické příklady by pak měly být požadovány k tomu, aby vyvolaly potřebu obecných formulací, k vytváření výchozích jazykových předpokladů učícího se.

Co však dělat s pojmovým a percepčním uče-

*) Jde o princip formulovaný ve stručnosti např. prof. INHELDEROVOU takto: Nejelementárnější formy usuzování, ať logického, aritmetického, geometrického nebo fyzikálního, jsou založeny na principu neměnnosti kvantity: celek zůstává, ať je jakákoliv změna jeho formy, jakékoliv jeho umístění v prostoru nebo čase. (Pozn. autora.)

ním, jestliže nemáme k dispozici žádné vzorové příklady? Klasickou metodou v algebře, v současnosti vysoce zdokonalenou, je učit děti řešit problémy jako např.

$$\begin{aligned} -3 - 5 &= \dots \\ 3 - (2 - 7) &= \dots \end{aligned}$$

a domnívat se, že jim to pomáhá porozumět, že

$$\begin{aligned} -a - b &= -(a + b) \\ a - (b - c) &= a - b + c \end{aligned}$$

a používat toho. Je to nejen domněnka, ale i obvyklá cesta k nalezení obecné formulace na základě numerického příkladu.

Prof. Freudenthal prohlásil, že tyto příklady vůbec nejsou vzorové. Řešení $-3 - 5 = \dots$ je nanejvýše vzorové v tom smyslu, že snadno vede k řešení $-4 - 6 = \dots$ atd., ale cílem je $-a - b = -(a + b)$ v obecnosti, nejen pro $a > 0$ a $b > 0$. Jestliže dokonce autor v učebnici nepožaduje pečlivé rozlišení čtyř případů, není touto metodou v podstatě nic vyvozeno, neboť tak základní poznatky nemohou být dosaženy pouhým rozlišováním případů.

Ještě horší je to s druhým druhem problémů $3 - (2 - 7) = \dots$. Skutečně, výsledek je jednoduše $3 - (-5) = 8$ a všechny jemnosti formule $a - (b - c) = a - b + c$ jsou utopeny číslicemi zúčastněnými v operaci. Numerický příklad tu nepomáhá ani částečně.

Skutečnost, že numerické příklady nejsou v algebře v některých případech adekvátní sledovaným cílům, byla výchozím bodem kritiky skupiny (školy) sovětských didaktiků vedené V. V. DAVYDOVEM. Davydov se svými spolupracovníky experimentoval s učením slovním úlohám založeným na percepčním přístupu. Tyto výzkumy jsou v západních zemích málo známy. Přestože proti téměř všem detailům a dokonce proti výběru témat těchto výzkumů mohou být vneseny závažné matematické a didaktické námítky, základní idea výzkumů je zdravá a je jí nutno věnovat velkou pozornost.

Prof. Freudenthal sdělil, že v IOWO (Institute for the Development of Mathematical Education, Utrecht — Holland) se snažili o percepční přístup k algebře na různých úrovních prvního stupně školy.*)

*) IOWO vydal publikaci informující o modernizaci vyučování matematice v Holandsku; publikace byla určena pro Mezinárodní kongres o vyučování matematice v Exeteru v r. 1972.

Z hlavních myšlenek výkladu prof. Freudenthala, které jsem se snažil zde ve stručnosti uvést, je zřejmé, že je v nich obsaženo stanovisko ke skutečně závažným psychologicko-didaktickým problémům. Výklad vyvolal na kolokviu zájem; prof. VARGA např. k němu ve svém vystoupení vyjádřil svoje stanovisko a některé poznámky (hovořil o pojmovém a percepčním učení jako o rozdílných hlediscích; větší část svého referátu pak věnoval otázkám struktury cílů učení žáků v matematice). Domnívám se, že v našem modernizačním pokuse v nižších i vyšších třídách základní školy bude vhodné vzít v úvahu podnětné myšlenky prof. Freudenthala.

Josef Horálek



PŘEHLED ZAHRANIČNÍCH STYKŮ JČSMF V ROCE 1973

V roce 1973 se opět rozvíjely zahraniční styky JČSMF s partnerskými organizacemi v socialistických zemích na základě recipročních smluv. V tomto roce byla obnovena spolupráce i s Jugoslávií. Celkem bylo z 311 dohodnutých dnů vyčerpáno 258. Je to za poslední roky nejvyšší počet (v r. 1970 bylo 153 dnů, v r. 1971 210 dnů