Ludmila Frantíková

Učebnice $ALEPH_0$

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 19 (1974), No. 6, 334--338

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/138418

Universita v Berkeley pořádá každoročně před zahájením školního roku orientační přednášky pro rodiče nově přijatých studentů. Rodiče jsou seznamováni s otázkami studia a s akademickými, sociálními i kulturními aspekty vysokoškolského života jak z úst administrativních pracovníků a učitelů, tak i odborníků-psychologů. Takovéto shromáždění rodičů, doplněné prohlídkou universitního městečka a laboratoří, dává rodičům potřebnou představu o prostředí, ve kterém jejich dítě bude řadu let žít, a přispívá k chápání zvláštností universitního života.

Dokončení v příštím čísle.

Učebnice ALEPH$_0$

Ludmila Frantíková, Prešov

V této stati uvedu poznámky k obsahu tří učebnic ze série ALEPH$_0$, kterou vydalo pro francouzské školy nakladatelství Classiques Hachette, 79 Boulevard Saint-Germain, Paris, v letech 1969 a 1970.

Nejprve zařadím stručný přehled obsahu učebnic a pak se zaměřím na zajímavosti a zvláštnosti obsažené v jednotlivých kapitolách. Hlavně si všimnu těch míst, jejichž koncepce není dosud uspokojivě vyřešena. Uvedu rovněž nejmarkantnější odlišnosti v terminologii a symbolice proti termínům a symbolům u nás používaným.

I. Aleph$_0$/Algebre 2^e

je dílem kolektivu autorů a je určena pro matematickou větev předposlední třídy středních škol. Má dva díly, první o 183 a druhý o 228 stranách

Přehled obsahu: I. díl: 1. Logika. 2. Teorie množin. 3. Binární relace. 4. Funkce, relace, operace. 5. Reálná čísla. 6. Rovnice a nerovnice. 7. Algebraické funkce jedné reálné proměnné. II. díl: 8. Rovnice a nerovnice prvního stupně. 9. Rovnice druhého stupně s jednou neznámou. 10. Soustavy rovnic. Soustava prvního stupně. 11. Lineární funkce. Afinní funkce. 12. Funkce $f(x) = ax^2 + bx + c$. 13. Funkce $g_a(x) = a/x$. 14. Numerický kalkul.

Z obsahu je patrno, jak autoři řeší dilemma „učit logiku samostatně anebo jen v kontextu s ostatním učivem". Logika se probírá samostatně, a to dříve než teorie množin. Teprve po probrání základních pojmů a operací z teorie množin se ukazuje vztah mezi logickými a množinovými pojmy.

Kapitola „Logika" podává základní poznatky z matematické logiky. Jsou sem zařazeny i metody přímého důkazu, důkazu transpozicí a nepřímého důkazu „reductio ad absurdum". Používá se termínu disjunkce (nikoli alternativa), nepracuje se však se symboly $\wedge$ a $\vee$ pro konjunkci a disjunkci.

Z obsahu druhé kapitoly je zajímavé zavedení uspořádané dvojice jako uspořádané dvouprvkové množiny, ačkoli se dosud nikde o uspořádání nehovořilo. Za vhodné pokládám zavedení symetrického rozdílu jako protějšku k vylučující disjunkci. Symetrický rozdíl dvou množin A, B se definuje jako doplněk jejich průniku ve sjednocení: $D = C_{A \cup B} (A \cap B)$. Zavedení duality usnadňuje výklad i studium látky, protože redukuje na polovinu počet vět, které je třeba dokázat a kterým je nutno se naučit.

Další terminologické zvláštnosti a odlišnosti v symbolice: Rozlišuje se ostrá a neostrá inkluze množin se zápisem $A \subset B$ a $A \subseteq B$ (v textu doslova inkluze v užším a v širším smyslu). Označení některých speciálních množin nepokládám za dostatečně přehledné, např.: R^* označuje množinu všech nenulových reálných čísel, R^{*+} množinu všech kladných reálných čísel, R^+ množinu všech nezáporných reálných čísel.

Binární relace se zavádějí intuitivně jako vztahy mezi dvěma objekty (podobně jako v učebnicích CALAMOVÝCH), tedy nikoliv jako podmnožiny kartézského součinu dvou množin. Sám pojem binární relace se zavádí až při relaci na množině. Relace uspořádání se definuje jako binární relace, která je reflexívní, antisymetrická a tranzitivní; dále se uvádí relace úplného uspořádání množiny, v němž každé dva prvky množiny jsou srovnatelné, a relace částečného uspořádání množiny, při němž existují dvojice nesrovnatelných prvků.

Ve čtvrté kapitole je patrná určitá odlišnost proti jiným koncepcím v zavedení pojmu funkce a zobrazení. Obyčejně se funkce definuje jako zvláštní případ zobrazení. Zde se nejdříve definuje funkční relace mezi množinami E, F; což je vlastně zobrazení z množiny E do množiny F, teprve pak se definuje zobrazení množiny E do množiny F.

Zajímavá je v této kapitole i definice rovnice: Nechť f a g jsou dvě zobrazení z množiny E do množiny F. Rovnice je otázka (doslovně): „Která je ta podmnožina množiny E, jejíž prvky mají stejné obrazy v zobrazeních f a g?" Řešit rovnici znamená určit výčtem podmnožinu S množiny E danou charakteristickou vlastností: $x \in E \wedge f(x) = g(x)$.

Pátá kapitola je vybudována na předpokladu intuitivní znalosti existence reálných čísel, čímž se obcházejí těžkosti při zavádění přesného pojmu reálného čísla. V této kapitole se objevuje pojem grupy a podgrupy, jako příklady se však uvádějí většinou jen číselné struktury. Velmi stručně je uveden pojem homomorfního a izomorfního zobrazení a izomorfismus grup; žádný z těchto pojmů se už v dalším textu nevyskytuje.

Kapitola o reálných číslech je velmi rozsáhlá a je k ní připojen velký počet příkladů. Zřejmě se klade důraz na zručnost v provádění operací s reálnými čísly.

Rovnice a nerovnice, kterým je věnována šestá kapitola, se řeší pomocí ekvivalentních úprav v podstatě tradičním způsobem. Kladem je zdůraznění významu množiny, v níž se rovnice, resp. nerovnice řeší. Jen pro zajímavost: v učebnici je formulováno pravidlo o „převádění členů z jedné strany rovnice na druhou", které je u nás „tabu".

Kapitola o funkcích má tradiční charakter. Za její závažný nedostatek pokládám, že se ani při výkladu ani ve cvičení nepoužívá téměř vůbec grafů funkcí.

Osmá kapitola je rozšířením a pokračováním šesté kapitoly. Opět by se dal vytknout nedostatek, že se málo používá grafického znázornění, hlavně při řešení nerovnic. Řeší se zde i rovnice s parametrem a rovnice i nerovnice iracionální.

Devátá kapitola se velmi podrobně (i velmi přesně) zabývá řešením kvadratických rovnic, postup je však tradiční.

Kapitola desátá obsahuje problematiku řešení systému rovnic prvního stupně. Uvádějí se Cramerovy vzorce i zápis pomocí determinantů, ale sám pojem determinantu se nedefinuje. Také na řešení rovnic, nerovnic a jejich systémů se zřejmě klade velký důraz. Svědčí o tom jednak rozsáhlost příslušných kapitol, jednak velký počet cvičení zařazený v těchto kapitolách.

V jedenácté kapitole je lineární funkce definovaná jako naše přímá úměrnost. Naše lineární celistvá funkce tvaru $y = kx + q$ se zde nazývá afinní funkce. Za zmínku snad stojí, že jsou zavedeny funkce afinní po intervalech.

Dvanáctá kapitola vychází z funkce $y = ax^2$ a přes funkci $y = ax^2 + c$ dochází k funkci $y = ax^2 + bx + c$. Používá se transformace souřadnic, kterou – jak je zřejmé z textu – znají žáci z geometrie.

V třinácté kapitole se studuje funkce $g_a(x) = a/x$. Poznatky o funkcích všech uvedených typů se aplikují na řešení rovnic. Vyskytují se základní prvky nomografie v podobě „abaků" jako pomůcek pro tuto metodu.

Čtrnáctá kapitola není právě nejvhodnějším a logicky vyplývajícím závěrem učebnice. Je nazvána Numerický kalkul a jsou v ní zahrnuty: aproximace, aritmetické a geometrické posloupnosti, dekadické logaritmy – jen jako aparát pro výpočty –, Renardovy řady a normální čísla, jejichž význam pro průmysl není z textu učebnice jasný, a konečně technika používání logaritmického pravítka. Celá kapitola je zřejmě poplatná požadavku zavedení numerických metod do školské matematiky. Mimoto zápisy pomocí symbolů matematické logiky jsou nepřesné a nedůsledné.

II. Aleph$_0$/Mathématique 1re AB

Učebnice, která je vypracována autorským kolektivem, je určena pro matematickou větev nejvyšších tříd střední školy. Navazuje na předcházející učebnici.

Přehled obsahu: 1. Množiny, relace, zobrazení. 2. Množina podmnožin. 3. Kombinatorická algebra. 4. Statistika. 5. Pravděpodobnost. 6. Funkce definovaná $f(x) = x^2$. 7. Spojitost. Limity. 8. Derivace. 9. Použití derivací.

První kapitola je velmi podrobným opakováním a částečným rozšířením učiva z předcházející třídy. Nové jsou pojmy: involutorní zobrazení, kongruence na množině všech celých čísel modulo n (ve cvičeních) a struktura. Nad komutativní grupou se buduje jednak těleso, jednak vektorový prostor. Z terminologických zvláštností: Inverzní prvky operace se nazývají symetrické, pojem inverzní prvky se ponechává pro symetrické prvky v násobení.

Ve druhé kapitole se probírají množinové relace a operace na potenční množině $\mathscr{P}(E)$ dané množiny E. Naše zákony absorbce se zde nazývají zákony Booleovy. Definuje se Booleův okruh jako struktura $(\mathscr{P}(E), \cap, \cup, ')$ a Booleova algebra jako zobecnění Booleova okruhu.

Třetí kapitola začíná definicí konečné množiny; srovnávají se vlastnosti kardinálních čísel konečných a nekonečných množin vzhledem k množinovým relacím a operacím, resp. vzhledem k různým zobrazením konečné množiny do konečné množiny. Pojem permutace, kombinace a binomická (zde Newtonova) věta jsou zavedeny tradičně.

Ve čtvrté části se definuje statistika konečné množiny E vzhledem na rozklad $\mathscr{S} = \{A_1, A_2, \ldots, A_a\}$ této množiny jako seznam kardinálních čísel prvků množiny $\mathscr{S}$. Definují se základní statistické pojmy, uvádějí se způsoby získávání statistických podkladů a metody jejich předkládání.

Pátá kapitola začíná uvedením základních pojmů teorie pravděpodobnosti. Dále se definuje pravděpodobnost na konečné množině Ω jako každé zobrazení p množiny $\mathscr{P}(\Omega)$ do množiny reálných čísel, které splňuje určité axiómy. Jsou uvedeny příklady konečných pravděpodobnostních prostorů.

V šesté kapitole se velmi podrobně opakuje funkce $f(x) = x^2$, na ni navazuje studium funkce $g(x) = \sqrt{x}$.

Spojitost funkce v bodě je v sedmé kapitole uváděna intuitivně a představa o ní se posiluje četnými příklady. Definují se operace se symboly ∞ a $-\infty$ a rozšiřuje se číselná osa o její nevlastní bod. Na základě těchto pojmů se rozšiřuje pojem limity o nevlastní limitu v bodě a o limitu v nevlastním bodě. Většinou se používá jen příkladů.

Definice derivace v osmé kapitole, její geometrické a fyzikální interpretace, jakož i její použití při studiu průběhu funkcí nepřináší z hlediska modernizace školské matematiky nic nového.

III. Aleph$_0$/Mathématique 1re CDE

Učebnice je určena pro nematematické směry nejvyšší třídy střední školy. Nebudu uvádět její rozbor, protože učebnice je v podstatě shodná s 1.–5. kapitolou předcházející učebnice.

Tři zmíněné učebnice nejsou z hlediska požadavků rozvoje matematického myšlení na výši. Používá se převážně intuitivního zavedení pojmů, které se dále zpřesňují a zpevňují množstvím příkladů. Příklady téměř nevyžadují tvůrčí myšlení, jsou jen aplikacemi na probrané učivo. Mnoho vlastností zavedených pojmů a vztahů mezi nimi je uvedeno bez důkazu.

O čem obraznosti řečiti možno

Pokroky astronomie jsou v dnešní době patrné i z porovnání znalostí na počátku a konci každého desetiletí: tím více vyniknou při kontrastu s úvahami publikovanými v minulém století. Pro čtenáře Pokroků přinášíme několik ukázek) z představ popsaných v knížce F. J. Smetany „Základowé hwězdoslowí čili Astronomie“ z r. 1837. Autor sám je uvozuje slovy uvedenými v našem nadpisu a spíše je tlumočí z dobové literatury, než sám vymýšlí. Můžeme na ně pohlížet se shovívavým úsměvem, ale pochopíme lépe okruh představ, ze kterého vyrůstaly verneovky a jiné „výlety do Měsíce“ i v druhé polovině 19. století. Ostatně, nedávná vlna science-fiction nedopadne asi lépe v očích našich potomků.*

Zdali těla nebeská živočichům vůbec a zvláště rozumným za obydlí slouží, určitě ovšem rozhodnouti nemůžeme, an potud nic takovým podobného zpozorováno, aniž čeho vyzkoumáno, co by přítomnost jejich osvědčovalo. Rozumem však takořka nuceni jsme věřiti, že nejen tato nepatrná částečka všehomíra, Země naše, ale veškerá těla nebes od nekončené moudrosti k tomu cíli stvořena jsou, aby živočichům všelikým a tvorům mravnosti schopným domovem byla. Nebo má snad jen zde na zemi život panovati, na jediné planetě, jedinké služce jediné hvězdy, a na všech ostatních nesčíslných myriadách hvězd věčné má býti mrtvo?

*

Jakkoli však jisto jest, že obyvately své mají těla nebeská, předce o nich ničehož dále tvrditi nemůžeme, než že přirozenost jejich přirozenosti světa, jejž obývají, souměrná, dle této spořádána býti musí. Že by pak i na slunci tvorové, i nám podobni dobře ostávati mohli, svrchu dotčeno; zdali ale v pravdě nám podobni jsou, nebo z cela jinak utvořeni, o tom jen obraznosti řečiti možno. Řídí se snad hmotnost tělesná u živočichů vesměs dle hmotnosti planety neb těla nebeského, jejž obývají, a mocnost duševná dle výtečnosti a velikosti jeho? Jestli tomu tak, tedy musejí slunečané z těl řidších, lehčejších než my sestávati, ana ... hmota slunce hmoty země řidší jest, hustotě vody kapalné se blížíc. Duchem pak tím způsobem obyvatelé slunce, co pána celé soustavy, země naší přes milionkrát většího, ovšem nesmírně vysoko na nás ubohé pozemčany vynikati musejí; naše nejvznešenější

*) Jazyk citovaných ukázek je zachován, typ písma a pravopis je však přiblížen dnešnímu stavu, aby bylo možno číst text plynule.

vědy a umění jsou jim snad jen hříčkou dětinskou, a naši Leibnizové, Kantové a Newtonové by tam snad teprv do opatrovny malých dítek choditi museli ...

... Dokonalosti však ani na slunci ještě nebude, a jako se na povrchu jeho často poskvrny nacházejí, také mezi obyvatelstem jeho rozličné vady, vášně, žádosti neukojitelné panovati budou. Nejhůře prý se tam mají, praví pan Littrow, *) astronomové, kteří pro světlý obor sluneční nebe hvězdnaté viděti nemohou a časem snad toliko skrze skvrny neb průduchy v oboru tomto učiněné některou část nebes pozorovati v stavu jsou.

*

Může dobře také luna míti obyvately své, jejichž však povaha nám ovšem dokonce nepovědoma jest. Snad bydlejí měsičané, praví pan Littrow, jako ryby naše toliko na dnách jeskyň a propastí, kde vzduch tlakem vrstev hořejších hustější a tudy k dýchání schopnější jest, skrývajíce se před zaslepujícím leskem paprsků slunečních a nedbajíce vznešené krásy nebe hvězdnatého, z jehož pohledu by se s vrcholů hor svých radovati mohli. Zato však mnohé jiné náhrady od přírody materské obdrželi. Jestliže jim osení a sadby jejich bez deště schnou, neboří zase vichrové a hromy příbytky jejich, aniž je rachot bouře ze sna pokojného budívá ...

Jestli nás obyvately pána svého mocnostmi duševními nedosahují, méně je zato sužují vášně a náruživosti, které nám neustále zhořčují život náš ... Místo co hrdě na ně, co ubožátka pohlížíme, měli bychom raději učiti se od nich, jelikož oni mnoho věděti mohou a snad také vědí, co i nejučenějším duchům našim potud neznámo jest. Aspoň vlastní domov náš, zemi naši, oni lépe znáti mohou než všecky zeměslovcové a zeměpiscové naši ... Vidějí nejen všecka moře naše, všecky části pevniny, taky hor a položení krajin, nébrž, mají-li dalekohledy jako my, mohou řeky, města i věže naše ... pozorovati.

*) J. J. Littrow (1781—1840) byl rakouský astronom, který pracoval i určitou dobu v Kazani; po návratu do Vídně byl ředitelem observatoře. Popularizoval astronomii, psal učebnice, v letech 1821—1827 vydal třísvazkovou knihu *Teoretická a praktická astronomie.*

Měsičané museli již na první pohled viděti, že země na točnách zploštilá jest, a dříve než Kolumbovi napadnouti mohlo hledati Ameriku a Cookovi Austrálii, ležely tyto díly země dávno již objevené před očima jejich. Angličané mnoho peněz by si byli uspořili vynaložených na vyzkoumání severního průjezdu, kdyby se s mužem na měsíci byli poradili, který těžkou záhadu tuto již před tisíci léty na první okamžení rozhodl.

... Pokojně snad dívali se měsičané na záhubu pokolení lidského při poslední velké potopě, a zachovali v dějopisech svých zprávy o proměnách převraty povrchu zemního učiněných za věků, do nichž žádná historie lidská nedosahuje, a jichž vypátrati darmo si učení naši hlavy lámají, ježto se na měsíci snad již ve slabikářích každé veské školy nacházejí.

... Škoda, že ještě nevystavěli měsičané dalekopisy na horách svých, jež bychom čísti mohli, nebo že aspoň písmen z kamene vytesaných nenaházejí do sopek svých, a nám po této nové poště psaní svá nezasílají. Komu by se však předce jedenkráte poštěstilo dostati se tam, neopomiň tázati se jen těch, kteří stranu k zemi obrácenou obývají; an druzí zem nikdy nespatřují aniž snad o bytosti její co vědí. Jak se as diví ubožátka, když jim šťastnější sousedé vypravují o tom velikém měsíci, který ustavičně na obloze stojí a tak krásně jim svítí! Tu snad konají daleké pouti na polokouli světlem onoho božství oblaženou, skládajíce jemu poctu nábožnou ...

Nejsem sám se svou nadějí na dlouhý mír. Einstein sdílel tuto naději a před svou smrtí ji zřetelně vyjádřil ve společném prohlášení s Bertrandem Russellem a ostatními. Osmnáct laureátů Nobelovy ceny: chemiků, fyziků, kteří se účastnili vědecké diskuse v Lindau, přijalo jednomyslně obdobné prohlášení. Podobné deklarace publikovalo i mnoho jiných lidí a skupin. Avšak nezbývá příliš času k tomu, aby tato slova zapůsobila. Vše závisí na schopnosti dnešní generace změnit své myšlení v relaci s novými fakty. Nebude-li toho schopná, pak jsou dny civilizace sečteny.

I kdyby však vše proběhlo dobře, pak cesta k míru poběží po samém kraji propasti.

Max Born