

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Saunders Mac Lane

Kritéria významnosti v matematice

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 34 (1989), No. 5, 281--282

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/138366>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1989

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Kritéria významnosti v matematice

Saunders Mac Lane

(Věnováno profesoru Guyi Hirschovi)

Od té doby, co jsme se s profesorem Guyem Hirschem poprvé setkali (v Curychu r. 1948), abychom si pohovořili o algebraické topologii, vždy jsme si v našich diskusích našli čas na zkoumání podstaty a povahy matematického výzkumu. Jednou z ústředních otázek, na které je těžké najít odpověď, je umět rozhodnout, zdali vývoj v dané oblasti matematiky je chabý, dobrý nebo dokonce vynikající. Ve svém semináři na univerzitě v Chicagu jsem se nedávno pokusil zformulovat několik kritérií významnosti v matematice. Je těžké je vyjádřit přesně a ještě těžší je aplikovat na daný případ. Zde tedy jsou a doufám, že podnítí další diskusi.

NEVYHNUTELNOST: Prvotřídní matematika by měla být nevyhnutelná, takže je o ní možno říci: „Tento výsledek se musel objevit – dříve nebo později. Teď když jej máme, neumíme si představit, že bychom se bez něho mohli obejít“. Například popis geometrické symetrie pomocí grup, vybudování infinitezimálního počtu a teorie distribucí jsou vesměs nevyhnutelné. Opak nevyhnutelného asi nastane, když se o nějaké části matematiky řekne, že je náhodná (proč se o ni zajímat) nebo dokonce povrchní. To se může stát.

INSTRUKTIVNOST: Matematický výsledek je instruktivní, jestliže pomáhá porozumět něčemu v přírodních vědách nebo v každodenním životě nebo pochopit dosud nejasný matematický výsledek. To

nastane například, když nějaký jednoduchý nový pojem objasní a uspořádá celý myšlenkový okruh – jako když Galoisova teorie osvětlila otázku řešení polynomiálních rovnic. Jiným příkladem byla myšlenka porovnat algebraické funkce s algebraickými čísly – to dalo vznik p -adickým číslům s jejich pozoruhodnými vlastnostmi. V mechanice přináší takové osvětlení Lagrangeovy a Hamiltonovy rovnice. Existují i skromnější příklady. Tak výsledek, že tři body určují rovinu vysvětluje stabilitu trojnožky. Avšak opak instruktivnosti se objevuje až příliš často – existují velmi spletité technické výsledky, které nevystihují žádný skutečný vědecký zájem a slouží patrně hlavně k tomu, aby byly stavěny na odiv.

HLOUBKA: To je nejvíce obdivovaná kvalita. Dá se říci, že nějaká část matematiky je hluboká, jestliže přináší překvapující aplikace odhalující skryté souvislosti, které bylo předtím nemožné pochopit. Rozvíjení originální myšlenky může být hluboké, ale hluboký výsledek nemusí být nutně obtížný. Proto považuji objev Heineho-Borelovy věty a s tím související pojem kompaktnosti za hluboký výsledek. Pojem adjungovaného funktoru je hluboký, ale ne obtížný. Hluboké mohou být výsledky, které čerpají z veškerých zdrojů příslušné disciplíny, například důkaz Mordellovy hypotézy, který vyžadoval plné využití aritmetické algebraické geometrie a také

*) *Criteria for Excellence in Mathematics*, by SAUNDERS MAC LANE. Bulletin de la Société Mathématique de Belgique, t. XXXVIII, 1986, 301–302. Přeložil OLDŘICH KOWALSKI.

© Copyright Société Mathématique de Belgique.

důkaz Poincarého hypotézy v dimenzi 4. Opakem hloubky je triviálnost — od uvádění příkladů upouštím.

RELEVANCE: Matematický výsledek je relevantní, jestliže účinně staví na dřívějších pojmech nebo když odpovídá na nevyřešené otázky v matematice nebo přírodních vědách. Tak topologie je relevantní pro komplexní analýzu, zatímco komplexní analýza je zase relevantní pro výpočty integrálů, pro vyjadřování reálných funkcí pomocí řad, pro popis elektromagnetismu a proudění tekutin. Ale na druhé straně teorie grup, spektrální posloupnosti a s tím spojené algebraické nástroje jsou relevantní pro topologii. Reprezentace grup jsou relevantní pro aritmetiku a teoretickou fyziku. Opakem relevance je umělost — to je možná případ fuzzy množin.

SCHOPNOST REAGOVAT: To je vlastnost, která vystupuje do popředí při řešení proslulých problémů. Důležitost řešení takových problémů je uznávána, ale jsou zde i jiné příklady výsledků citlivě reagujících na potřeby (například ty, které odstraňují nejasnosti). Kromě toho řešení velkých problémů není jediným skutečným

měřítkem matematického pokroku. Také nové pojmy mohou vycházet vstříc potřebám. Opakem schopnosti reagovat je nekonvenčnost, ale občas se nekonvenční myšlenka ukáže být důležitou později, jako byl Dedekindův objev svazů („duálních grup“) z jeho raného období.

ČASOVOST: Nějaký úsek matematiky je časový (dalo by se říci módní), jestliže používá nově vyvinutých postupů k řešení živých problémů. Významným příkladem je nedávná klasifikace všech konečných jednoduchých grup. Předtím to bylo zavedení kohomologických grup a operací v topologii — idejí, které vyřešily mnohé geometrické otázky. Opakem časovosti je staromódnost; ovšem někdy i staromódní se ukáže být závažným. Dobrá matematika se neomezuje na to, co řeknou její autority.

Uvedené kvality může být obtížné rozpoznat v nových případech; to se týká i dalších vlastností jako je „originalita“ nebo „plodnost“ (jak můžeme něco prohlásit za plodné aniž bychom vyčkali, jak se věci vyvinou?). Předkládám proto tento nezávazný seznam měřítek významnosti jako malý příspěvek k uctění vynikajícího díla a vlivu Guye Hirsche.

vyučování

MUSÍ UČEBNICE JEN POUČOVAT?

Tomáš Chudoba, Brno

Každou novou učebnici je třeba přivítat. Jde-li o učebnici základního kursu fyziky pak je radost dvojnásob oprávněná.

Učebnice *Mechanika* kolektivu vedeného J. Kvasnicou navíc zaplňuje mezeru v knihovnách našich studentů i učitelů. Stane se pravděpodobně knihou, kterou bude doporučovat ne jeden vyučující, z které bude čerpat poučení ne jeden student, a to určitě aspoň po dobu jednoho deseti-