koeficient tuhosti dvojatómovej molekuly znázornenej na obr. 1a! V limitnom prípade musíme zrejme dôjsť k molekule s dokonale tuhou väzbou (obr. 1b), t.j. k molekule s piatimi stupňami voľnosti. Na druhej strane, nech bude koeficient tuhosti akýkoľvek veľký, budú v klasickom ponímaní vždy existovať príslušné stupne voľnosti a molekula bude musieť mať stále sedem stupňov voľnosti. Ako vidíme, dostali sme sa do situácie, ktorá signalizuje, že v uvedenom nazieraní nie je všetko v poriadku.

Na uvedený rozpor, ktorý úzko súvisí s problémom kilomólového tepla je vhodné študentov upozorniť. Umožní im to lepšie pochopiť nevyhnutnosť revízie klasických predstáv. Popísaný spôsob uvažovania je pritom stručný a dosť názorný. Na druhej strane treba potom upozorniť, samozrejme, aj na to, ako v kvantovej teórii uvedený rozpor zaniká. Pri zväčšovaní tuhosti molekuly sa zväčšujú aj rozdiely ΔE medzi diskrétnymi energetickými hladinami príslušného kvantového oscilátora. Ak je koeficient tuhosti tak veľký, že pri danej teplote T je splnená podmienka $\Delta E \gg kT$, budú prechody medzi energetickými hladinami prakticky nemožné a molekula sa správa tak, akoby stratila príslušné stupne voľnosti; chová sa ako molekula s dokonale tuhou väzbou.

Matematická $^{\text{meta}}$olympiáda

Milí čtenáři, dvanáct dosud uveřejněných úloh tvoří „první ročník“ metaolympiády. Řešení poslední čtveřice (úlohy 9 až 12) se měla zaslat redakci do 31. 8. 1972. Vzhledem k dlouhým výrobním lhůtám Pokroků můžeme uveřejňovat řešení prvních dvanácti úloh s jmény řešitelů a uvedením odměn teprve počínaje 2. číslem ročníku 1973. Přitom budeme mít příležitost otisknout ukázky postupů, kterými lze žáky uvádět do laboratorní nebo seminární práce v matematice.

Dnes uveřejňujeme další čtveřici soutěžních úloh různé obtížnosti.

Úloha 13. Dokažte větu Sylvestrovu: Nejsou-li všecky body konečné množiny bodů M kolineární, pak existuje aspoň jedna přímka, která obsahuje právě dva body množiny M.

Úloha 14. Dokažte větu: Nechť jsou délky stran pravoúhelníka lichá čísla. Pak žádný bod vnitřku tohoto pravoúhelníka nemá od všech jeho vrcholů celočíselné vzdálenosti.

Úloha 15. Čísla N_1, N_2, N_3 mají v trojkové soustavě tato vyjádření:

$$N_1 = 0,10101010\ldots,$$
$$N_2 = 0,110110110\ldots,$$
$$N_3 = 0,10100100010000\ldots$$

Najděte vyjádření těchto čísel v dvojkové soustavě (popř. aspoň aproximaci na 6 platných cifer).

Úloha 16. Je dána koule K. Určete množinu vrcholů A všech rovnoběžníků $ABCD$, pro jejichž úhlopříčky platí $AC \leqq BD$ a jejichž úhlopříčka BD náleží (uzavřené) kouli K.

Jan Vyšín

Řešení úloh zašlete s označením „Matematická metaolympiáda“ na adresu redakce Pokroků do konce dubna 1973.