

# Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

---

Roman Bakule

Měření dielektrické konstanty v pásmu centimetrových a decimetrových vln

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 5 (1960), No. 6, 700--713

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/138257>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1960

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Trakce pomocí palivových článků ovšem představuje obrovskou výhodu v tichosti a bezvibračním chodu elektromotoru, odstranění výparů, větší krouticí moment než u spalovacího motoru, odstranění spojky a převodovky.

Jednou z hlavních aplikací může být ve „skladování“ elektrické energie při výrobě elektrického proudu pomocí jaderných elektráren. Je dobře známo, že hlavní náklady této výroby spočívají na základní investiční výstavbě a málo se ušetří tím, že se zavře reaktor při nižší zátěži. Předpokládá se tedy, že elektrická energie (mimo špičky) se věnuje na elektrolýsu a generované plyny se použijí pro baterie pro pohon železničních a silničních vozidel.

Praktické aplikace palivových článků představují obrovské možnosti pokud budou překonány ekonomické obtíže doposud nevyřešené. Hlavní směr bádání se soustředil na články používající buď přírodního plynu nebo kapalných uhlovodíků nebo vzduchu, neboť jde vesměs o paliva levná. Konkrétní praktické demonstrace již byly provedeny např. v roce 1958, kdy baterie  $H_2-O_2$  o výkonu 1 kW byla použita k napájení radaru, kde její hlavní přednost byl tichý chod. V roce 1959 byla použita vysokotlaká čtyřicetičlávková baterie  $H_2-O_2$  na pohon cirkulární pily, dále dodávala energii obloukovému sváření a současně poháněla sklápěcí zařízení. Maximální výkon byl asi 6 kW. Další praktická aplikace je z konce minulého roku, kdy byl předveden traktor poháněný 1,008 sériově zapojenými palivovými články pracujícími při nízké teplotě. Výkon byl 15 kW.

První aplikace byly tedy již provedeny a nyní zbývá pokračovat ve směru vývoje tohoto pohonného zařízení budoucnosti.

## MĚŘENÍ DIELEKTRICKÉ KONSTANTY V PÁSMU CENTIMETROVÝCH A DECIMETROVÝCH VLN

ROMAN BAKULE, *MFF KU*

### I. Úvod

Měření dielektrické konstanty materiálů na velmi vysokých kmitočtech má široké uplatnění v různých oborech fyziky. Ve vysokofrekvenční technice samé je třeba znát elektrické vlastnosti látky, jež určují vedle mechanických vlastností její použití při stavbě částí vysokofrekvenčních obvodů (dielektrické antény, kotoučové transformátory, izolátory apod.). Měřičů dielektrik používáme též často ve fyzice pevných látek. Znalost komplexní dielektrické konstanty, její závislost na frekvenci nám dává nové poznatky o měřené látce a jejich vnitřních parametrech. Zajímavá je metoda navržená v [4], která umožňuje průběžnou kontrolu čistoty polovodiče při výrobě transistorů a diod. Ve fyzice plazmatu umožňuje měření komplexní dielektrické konstanty určení koncentrace a srážkové frekvence elektronů. Toto jsou ovšem jenom některé zřejmě vybrané možnosti použití. Bylo již vyvinuto mnoho vysokofrekvenčních metod měření dielektrické konstanty a ztrátového úhlu. Vhodnost určité metody je závislá jednak na velikosti dielektrické konstanty a činiteli dielektrických ztrát, jednak na velikosti a tvaru vzorku a skupenství látky. Výběr někdy ovlivňuje i dosažitelnost potřebných součástí vysokofrekvenčního obvodu.

Metody měření dělíme obvykle podle toho, umístíme-li vzorek do dutinového rezonátoru či vlnovodu, nebo měříme-li ve volném prostanství. Fyzikální podstata všech metod je stejná; vlastnosti dielektrika ovlivňují rychlost šíření (a tím i délku vlny) a velikost ztrát výkonu elektromagnetické vlny.

Dříve než přejdeme k popisu jednotlivých metod měření, všimneme si zápisu dielektrické konstanty. Dielektrická konstanta  $\epsilon$  je obecně komplexní veličinou a je určena v soustavě MKSM výrazem

$$\epsilon = \epsilon' - i\epsilon'' = \epsilon' - i \frac{2\sigma}{f}, \quad (\text{I-1})$$

kde  $\varepsilon'$  a  $\varepsilon''$  je reálná a imaginární část komplexní dielektrické konstanty,  $\sigma$  měrná vodivost dielektrika a  $f$  kmitočet elektromagnetické vlny. Elektrický ztrátový úhel  $\delta$ , jímž se obvykle charakterizují ztráty dielektrika, je dán výrazem

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} = \frac{2\sigma}{\varepsilon' f}. \quad (\text{I-2})$$

Obvykle se ještě zavádí poměrná dielektrická konstanta  $\varepsilon_r$  vztahem

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon_0}, \quad (\text{I-3})$$

kde  $\varepsilon_0$  je dielektrická konstanta vakua. Rovnici (I-1) pak můžeme pomocí (I-2) a (I-3) přepsat na tvar

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r (1 - j \operatorname{tg} \delta). \quad (\text{I-4})$$

Obdobně jako komplexní dielektrickou konstantu vyjadřujeme komplexní permeabilitu vztahem

$$\mu = \mu_0 \mu_r (1 - j \operatorname{tg} \delta'), \quad (\text{I-5})$$

kde  $\mu_0$  je permeabilita vakua,  $\mu_r$  je relativní permeabilita a  $\delta'$  magnetický ztrátový úhel. V článku se u většiny metod, kdy zároveň neurčujeme permeabilitu, omezuje pouze na dielektrika ( $\mu_r = 1$ ,  $\operatorname{tg} \delta' = 0$ ).

## II. Měření dielektrické konstanty rezonančními metodami

Základními parametry, které určují vlastnosti rezonančního obvodu, je rezonanční frekvence a kvalita rezonátoru. Tyto parametry závisí na komplexní dielektrické konstantě a permeabilitě, poloze a velikosti měřeného vzorku v dutinovém rezonátoru. Je-li teoreticky určena závislost mezi změnou rezonanční frekvence, změnou kvality rezonátoru a komplexní dielektrickou konstantou při daných ostatních parametrech, můžeme z experimentálně zjištěných parametrů rezonátoru určit hledanou komplexní dielektrickou konstantu vzorku. Výpočet této závislosti pro libovolný tvar a polohu dielektrika v dutinovém rezonátoru by byl složitý. Dáváme proto měřenému vzorku určitý tvar, abychom mohli poměrně snadno vypočítat z naměřených hodnot hledané veličiny. V článku jsou uvedeny výsledné vzorce pro několik způsobů umístění vzorků.

Prvý případ, kdy dielektrikum zcela vyplňuje rezonátor, je vhodný pro měření látek s malou relativní dielektrickou konstantou (např. plynů), jelikož při větších hodnotách relativní dielektrické konstanty nepřekryje generátory vysokofrekvenčního pole dostatečně široké frekvenční pásmo. Tento nedostatek obcházíme tím, že dutinový rezonátor vyplníme dielektrikem pouze částečně. Výpočet je pak obvykle složitější a výsledky méně přesné. Třetí způsob, kdy do rezonátorů vkládáme pouze malý vzorek, je vhodný pro měření krystalů s velkou relativní dielektrickou konstantou.

### 1. Rezonátor je zcela vyplněn měřeným dielektrikem

Jestliže je  $f_0$  rezonanční frekvence a  $Q_0$  činitel jakosti prázdného rezonátoru, pak po vyplnění dutiny měřenou látkou se změní rezonanční frekvence na hodnotu  $f$  a činitel jakosti na hodnotu  $Q$ . Bude platit:

$$f = f_0 \sqrt{\frac{1}{\mu_r \varepsilon_r}}, \quad \frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_0} \sqrt{\frac{\mu_r^3}{\varepsilon_r}} + \operatorname{tg} \delta + \operatorname{tg} \delta', \quad (\text{II-1}) \quad (\text{II-2})$$

kde  $\varepsilon_r$  je relativní dielektrická konstanta měřené látky,  $\mu_r$  je relativní permeabilita měřené látky,  $\delta$  elektrický ztrátový úhel a  $\delta'$  magnetický ztrátový úhel.

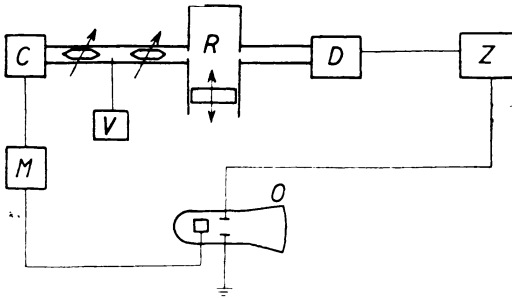
Jak plyne ze vztahu (II-1), mění se při vyplnění rezonátoru dielektrikem rezonanční frekvence nepřímo úměrně druhé odmocnině relativní dielektrické konstanty. Při  $\mu_r = 1$ ,  $\varepsilon_r = 4$  bude rezonanční frekvence prázdného rezonátoru dvojnásobkem frekvence  $f$ . Takovéto změny frekvence u generátoru centimetrových vln (klystronů) obvykle nemůžeme dosáhnout.

Tato metoda může být pro svou velkou citlivost s úspěchem použita pro měření komplexní dielektrické konstanty plynů. U těchto látek je  $\mu_r = 1$ ,  $\operatorname{tg} \delta' = 0$  a rovnice (II-1)

a (II-2) přejdou na tvar

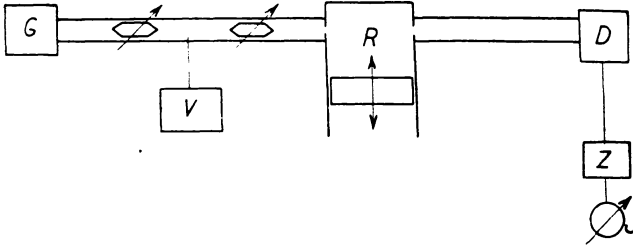
$$\epsilon_r = \left(\frac{f_0}{f}\right)^2, \quad \text{tg } \delta = \frac{1}{Q} - \sqrt{\frac{1}{\epsilon_r} \frac{1}{Q_0}}. \quad (\text{II-3}) \quad (\text{II-4})$$

Na obrázku 1 je uvedeno blokové schéma měřiče dielektrik s indikací katodovým oscilografem. Modulačním napětím, jež může být pilové nebo sinusové, měníme v potřebných



Obr. 1. Blokové schéma měřiče dielektrik s oscilografickou indikací. *G* – generátor, *M* – zdroj modulačního napětí, *V* – vlnoměr, *R* – rezonátor, *D* – detektor, *Z* – zesilovač, *O* – oscilograf.

mezích frekvenci generátoru a zároveň jím provádíme časový rozklad na obrazové elektrone. Přivádíme-li na vertikální destičky oscilografu detekované napětí z vlnovodu, dostaneme na obrazovce rezonanční křivky měrného rezonátoru a absorpčního vlnoměru. Činitel jakosti absorpčního vlnoměru musí být řádově větší než činitel jakosti měrného rezonátoru, abychom dostali na rezonanční křivce měrného rezonátoru úzkou frekvenční značku. Z pozorované rezonanční křivky určíme činitel jakosti a rezonanční frekvenci měrného rezonátoru. Měření podle tohoto schématu je velmi rychlé. Potíž při měření je hlavně ve změně výkonu klystronu s frekvencí. Na obrázku 2 je blokové schéma měřiče dielektrik s indikací stejnosměrným přístrojem. Resonanční křivky snímáme bod po bodu. V zapojení podle obrázku 3 určujeme rezonanční frekvenci a činitel jakosti resonátoru z poměru stojatých vln a z posuvu minima ve vlnovodu. Tyto veličiny měříme měřicím vedením.



Obr. 2. Blokové schéma měřiče dielektrik s indikací stejnosměrným přístrojem. *G* – generátor, *V* – vlnoměr, *R* – rezonátor, *D* – detektor, *Z* – zesilovač, *I* – indikační přístroj.

Měříme-li komplexní dielektrickou konstantu plynů, můžeme postupovat též poněkud jiným způsobem. Frekvenci generátoru udržujeme konstantní a nastavujeme resonanci posuvem pístu měrného rezonátoru. Měrný rezonátor zároveň můžeme použít, je-li oceňován, jako vlnoměr. Kalibraci měrného rezonátoru je možno určit výpočtem nebo srovnáním s evakuovaným rezonátorem. Kalibrační měření můžeme provést též při vyplnění rezonátorů suchým vzduchem o atmosférickém tlaku ( $\epsilon_{rv} = 1,0006$ ). Tuto okolnost je však nutno započítat do výsledného vztahu. Rovnice (II-3) a (II-4) můžeme přibližně psát

$$\epsilon_r \approx 2 \frac{f_0 - f}{f} + 1,0006,$$

$$\text{tg } \delta \approx \frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_0}, \quad (\text{II-5}) \quad (\text{II-6})$$

kde  $f_0$  je rezonanční frekvence v rezonátoru zaplněném suchým vzduchem,  $f$  je rezonanční frekvence rezonátoru zaplněného měřeným plynem,  $Q_0$  je činitel jakosti rezonátoru zaplněného vzduchem a  $Q$  činitel jakosti rezonátoru zaplněného plynem.

Při měření relativní dielektrické konstanty kapalin využíváme skutečnosti, že rezonance nastává při délce resonátoru rovné celému násobku půlvln. Je známo, že v libovolném vlnovodu, vyplněném prostředím o relativní dielektrické konstantě  $\epsilon_r$ , je délka vlny  $\lambda$  rovna

$$\lambda = \lambda_0 \sqrt{\epsilon_r - \frac{\lambda_0}{\lambda_c}}, \quad (\text{II-7})$$

kde  $\lambda_0$  je délka vlny ve volném prostoru a  $\lambda_c$  je mezní délka vlny v resonátoru. Označíme indexem  $v$  veličiny, vztahující se k resonátoru vyplněnému vzduchem. Použitím vztahu (II-7) dostaneme

$$\frac{\epsilon_r}{\epsilon_{rv}} = \frac{1 + \left(\frac{\lambda_e}{\lambda}\right)^2}{1 + \left(\frac{\lambda_r}{\lambda_v}\right)^2}. \quad (\text{II-8})$$

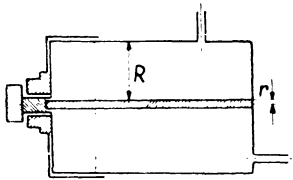
Mezní délka vlny v resonátoru je závislá na tvaru a velikosti resonátoru a na použitém vidu vln. Na příklad pro válcový dutinový resonátor s videm  $H_{010}$  je  $\lambda_e \approx 0,82$ krát, průměr resonátoru. Při tomto způsobu měření je možno určit relativní dielektrickou konstantu s přesností až 0,03%.

Měření činitele dielektrických ztrát kapalin při vyplnění celého resonátoru je málo přesné. Je vhodnější použít některé z metod níže uvedených.

## 2. Vzorek vyplňuje část resonátoru

### a) Měření v oboru centimetrových vln.

Umístění, tvar vzorku a výsledné vzorce pro výpočet relativní dielektrické konstanty a ztrátového úhlu jsou závislé na tvaru resonátoru a použitém vidu vln. Při buzení válcového resonátoru vlnou  $E_{010}$  zhotovujeme vzorek ve tvaru tyče o průměru několikrát menším, než je vnitřní průměr resonátoru. Uložení vzorku viz v obrázku 4. Dielektrickou konstantu a ztrátový úhel určíme podle přibližných vzorců (platí pro  $R \gg r$ )

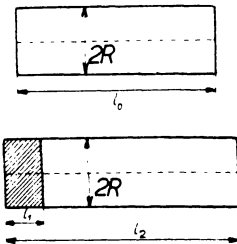


$$\epsilon_r = 1 + 0,539 \left(\frac{R}{r}\right)^2 \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}, \quad (\text{II-9})$$

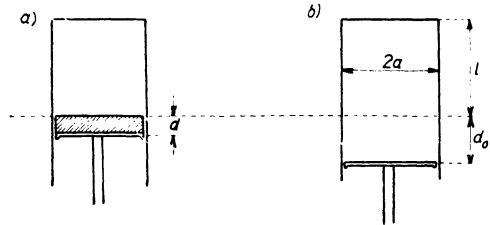
$$\text{tg } \delta = \frac{0,269}{\epsilon_r} \left(\frac{R}{r}\right)^2 \left(\frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_0}\right), \quad (\text{II-10})$$

Obr. 4. Umístění vzorku ve válcovém resonátoru s vlnou  $E_{010}$ .

kde  $R$  je vnitřní průměr resonátoru,  $r$  je průměr vzorku,  $\lambda_0$  je rezonanční délka vlny prázdného resonátoru a  $\lambda$  je rezonanční délka vlny resonátoru s dielektrikem.



Obr. 5. Umístění vzorku ve válcovém resonátoru vlnou  $H_{01}$ .



Obr. 6. Umístění vzorku v resonátoru s pohyblivým pístem.

Rezonanční křivku snímáme pomocí některého z obvodů na obrázcích 1, 2, 3. Tohoto způsobu se používá zejména v deseticentimetrovém rozsahu. Chyba měření  $\epsilon_r \sim 5\%$ , chyba měření  $\text{tg } \delta \sim 10\%$ .

Pro obor kratších vlnových délek se používá válcového rezonátoru s vlnou  $H_{010}$ . Vzorek je tvaru kruhové desky. Jeho umístění a rozměry jsou vyznačeny na obrázku 5. Dielektrickou konstantu a ztrátový úhel počítáme ze vzorců

$$\varepsilon_r = \frac{R^2 \alpha^3 - 10,6}{R^2 \alpha^2 - 10,6}, \quad (\text{II-11})$$

$$\text{tg } \delta = \frac{p(2l_0 - s) - \frac{1}{\varepsilon_r} [2(l_2 - l_1) - q]}{p(2l_1 - s)} \left( \frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_0} \right), \quad (\text{II-12})$$

$$\text{kde } \alpha = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \alpha_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}, \quad p = \frac{\sin^2 \alpha_0 (l_{32} - l_1)}{\sin^2 \alpha l_1}, \quad q = \frac{\sin 2\alpha_0 (l_2 - l_1)}{\alpha_0},$$

$$s = \frac{\sin 2\alpha l_1}{\alpha}.$$

Měření ve válcovém rezonátoru s vlnou  $H_{010}$  můžeme provést též takto: Měřený vzorek má tvar kruhové desky, jejíž průměr je roven vnitřnímu průměru rezonátoru. Nastavíme změnou polohy pístu k němuž je připevněn vzorek rezonanci. Po vyjmutí vzorku z rezonátoru nastavíme opětně rezonanci. Výpočtem určíme z daných rozměrů rezonátoru délku vlny  $\lambda_1$  v prázdném obvodu. Délku vlny  $\lambda$  dielektriku určíme z rovnice

$$\text{tg } \frac{\frac{2\pi d}{\lambda}}{d} = \text{tg } \frac{\frac{2\pi d}{\lambda_1}}{d_0}. \quad (\text{II-13})$$

Význam veličin  $d$  a  $d_0$  je zřejmý z obrázku 6. Relativní dielektrickou konstantu určíme ze vztahu

$$\varepsilon_r = \left( \frac{\lambda_0}{\lambda} \right)^2 + \left( \frac{\lambda_0}{\lambda_e} \right)^2, \quad (\text{II-14})$$

kde  $\lambda_0$  je délka vlny ve volném prostoru,  $\lambda_c$  je mezní délka vlny. Ztrátový úhel určíme z rovnice

$$\text{tg } \delta = \left( 1 + \frac{L}{pD\varepsilon_r} \right) \left( \frac{1}{Q} - \frac{1}{Q} \right), \quad (\text{II-15}) \quad \text{kde } D = 2d = \frac{\sin 4d}{2},$$

$$L = 2l - \frac{\sin \frac{4\pi l}{\lambda_1}}{2\pi}, \quad p = \frac{\sin \frac{2\pi l}{\lambda_1}}{\sin \frac{2\pi d}{\lambda}}, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda_c},$$

$$Q = Q_0 \frac{\left( (pD + \frac{1}{\varepsilon_r} L) \left( k^2 + \frac{2a \left( \frac{2\pi}{\lambda_1} \right)^2}{l + d_0} \right) \right)}{k^2 + \left( \frac{2\pi}{\lambda_1} \right)^2} \frac{1}{k^2 + \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2} \left\{ k^2 (pD + l) + 2a \left( p \left( \frac{2\pi}{\lambda_1} \right)^2 + \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \right) \right\}$$

$Q$  je kvalita rezonátoru s dielektrikem,  $Q_0$  kvalita rezonátoru bez dielektrika.

#### b) Měření v oboru decimetrových vln

Jako kmitavého obvodu použijeme úseku sousého vlnovodu. Generátor a indikátor připojíme ke kmitavému obvodu pomocí vazebních smyček. Měřený vzorek se zhotovuje ve tvaru kotouče, jehož vnější průměr se rovná vnitřnímu průměru vnějšího vodiče vedení. Průměr otvoru v kotouči musí být stejný jako průměr vnitřního vodiče. Umístění vzorku a příklad zapojení obvodu je na obrázku 7.

Změnou frekvence generátoru určíme délku vlny při resonanci  $\lambda$  a činitele jakosti obvodu  $Q$  s dielektrikem a bez dielektrika  $\lambda_0$  a  $Q_0$ . Z těchto hodnot a ze známých rozměrů vzorku (viz obrázek 7) určíme relativní dielektrickou konstantu a ztrátový úhel podle vztahů

$$\epsilon_r = \text{tg}^2 \alpha l \cotg^2 \alpha_0 l_0, \quad (\text{II-16})$$

$$\text{tg } \delta = \frac{l - \alpha_1 l_0}{l + \frac{\alpha}{2\alpha_0} \sin 2\alpha_0 l_0} \left( \frac{l}{Q_0} - \frac{l}{Q} \right), \quad (\text{II-17})$$

$$\text{kde } \alpha_1 = \frac{\cos^2 \alpha_1}{l \cos^2 \alpha_0 l_0}, \quad \alpha = \frac{2\pi}{\lambda}; \quad \alpha_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}.$$

Vzorce (II-16) a (II-17) jsou odvozeny za předpokladu, že stěny rezonátoru jsou ideálně vodivé, pole není zkresleno vazebními součástkami a že není vzduchová mezera mezi vzorkem dielektrika a stěnami rezonátoru. Chyba měření  $\epsilon_r$  je asi 5% při kmitočtech do 3.000 MHz.

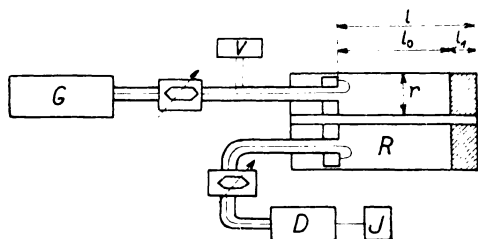
### 3. Měřený vzorek v malé části rezonátoru

V některých případech není možno zhotovit vzorek daného geometrického tvaru, neboť vzorek má velmi velkou dielektrickou konstantu, takže posuv rezonanční frekvence je velký a nemůžeme dosáhnout příslušné změny frekvence generátoru. Pak je vhodné použít metody uvedené v [3]. Zaujímá-li měřený vzorek objem  $V'$  rezonátoru o celkovém objemu  $V$ , pak platí

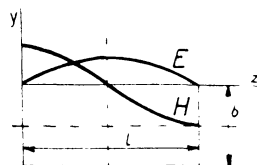
$$\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} = (\epsilon_r - 1) \frac{\int_{V'} (EE^*) dV}{2 \int_V (EE^*) dV} + (\mu_r - 1) \frac{\int_{V'} (HH^*) dV}{2 \int_V (HH^*) dV}, \quad (\text{II-18})$$

$$\frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_0} = \epsilon_r \text{tg } \delta \frac{\int_{V'} (EE^*) dV}{\int_V (EE^*) dV} + \mu_r \text{tg } \delta' \frac{\int_{V'} (HH^*) dV}{\int_V (HH^*) dV}. \quad (\text{II-19})$$

Vzorce (II-18) a (II-19) jsou jen prvním přiblížením skutečnosti. Platí s dostatečnou přesností, je-li vzorek malý  $V' \ll V$ .



Obr. 7. Blokové schéma měřiče dielektrik v pásmu decimetrových vln.  $G$  — generátor,  $V$  — vlnoměr,  $R$  — rezonátor,  $D$  — detektor,  $I$  — indikační přístroj.



Obr. 8. Dutinový rezonátor s vlnou  $H_{101}$ .

Jelikož máme z rovnic (II-18) a (II-19) určit čtyři neznámé veličiny  $\epsilon$ ,  $\mu$ ,  $\text{tg } \delta$ ,  $\text{tg } \delta'$ , musíme provést měření relativního rozladění  $\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0}$  a změny činitele jakosti při dvou polohách měřeného vzorku v dutinovém rezonátoru. Jelikož můžeme v dutinovém rezonátoru najít místa, kde je intenzita elektrického resp. magnetického pole nulová, umístíme

vzorek postupně právě v těchto místech. Elektrické vlastnosti vzorku měříme v místě nulové intenzity magnetického pole. Z rovnic (II-18) a (II-19) dostáváme

$$\epsilon_r = \frac{f_0 - f}{f_0} \frac{2 \int_v (EE^*) dV}{\int_v (EE^*) dV} + 1, \quad (\text{II-20})$$

$$\text{tg } \delta = \frac{1}{\epsilon_r} \frac{\int_v (EE^*) dV}{\int_v (EE^*) dV} \left( \frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_0} \right). \quad (\text{II-21})$$

Magnetické vlastnosti měřeného vzorku měříme v místě nulové intenzity magnetického pole. Z rovnic (II-18) a (II-19) dostáváme

$$\mu_r = \frac{f_0 - f}{f_0} \frac{2 \int_v (HH^*) dV}{\int_v (HH^*) dV} + 1, \quad (\text{II-22})$$

$$\text{tg } \delta' = \frac{1}{\mu_r} \frac{\int_v (HH^*) dV}{\int_v (HH^*) dV} \left( \frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_0} \right). \quad (\text{II-23})$$

Pro dutinový rezonátor (obrázek 8) s vlnou  $H_{010}$  je intenzita magnetického pole rovna nule v místě  $x = \frac{a}{2}$ ;  $z = \frac{l}{2}$ . Při měření magnetických vlastností použijeme dutinového rezonátoru s videm  $H_{102}$ , v němž je intenzita elektrického pole rovna nule v místě  $x = \frac{a}{2}$ ;  $z = l$ ,

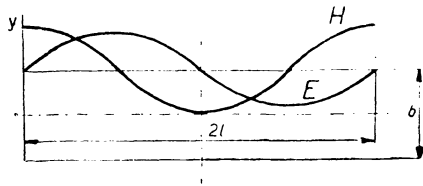
je-li délka rezonátoru  $2l$  (obrázek 9).<sup>1)</sup> Umístíme-li vzorek podle těchto pravidel a za předpokladu, že vzorek je tak malý, že můžeme intenzitu elektrického resp. magnetického pole pokládat v místě vzorku za konstantní, můžeme rovnice (II-20) až (II-23) upravit na tvar

$$\epsilon_r = \frac{f_{101} - f}{f_{101}} \frac{V}{2V'} + 1, \quad (\text{II-24})$$

$$\text{tg } \delta = \frac{V}{4V' \epsilon_r} \left( \frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_0} \right), \quad (\text{II-25})$$

$$\mu_r = \frac{f_{102} - f}{f_{102}} \frac{V}{2V'} \left[ 1 + \left( \frac{l}{a} \right)^2 \right] + 1, \quad (\text{II-26})$$

$$\text{tg } \delta' = \frac{V}{4V'} \left[ 1 + \left( \frac{l}{a} \right)^2 \right] \left( \frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_0} \right). \quad (\text{II-27})$$



Obr. 9. Dutinový rezonátor s vlnou  $H_{102}$ .

Ve vzorcích (II-24) a (II-26) znamená  $\frac{f_{101} - f}{f_{101}}$  relativní rozladění rezonátoru se vzorkem při měření elektrických vlastností ( $H = 0$ ; vid  $H_{101}$ ) a  $\frac{f_{102} - f}{f_{102}}$  relativní rozladění při měření magnetických vlastností vzorku ( $E = 0$ ; vid  $H_{102}$ ).

<sup>1)</sup> Dutinový rezonátor vlnododového typu vytvoříme omezením vlnovodu. Délku vlny při resonanci v případě dutinového rezonátoru obdélníkového typu s videm  $H_{101}, H_{102}$  určíme z rovnic

$$\lambda_{mnp} = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{l}\right)^2}}, \quad \lambda_{101} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{l}\right)^2}},$$

$$\lambda_{102} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{l}\right)^2}}.$$



Jak již bylo uvedeno jsou vzorce uvedené v tomto odstavci prvním přiblížením skutečnosti. S dostatečnou přesností jsou splněny platí-li  $\epsilon_r \frac{V'}{V} \ll 1$ . Je-li  $l \sim a$ , chybu měření určíme ze vztahů  $\Delta\epsilon_r = \Delta\delta = -\epsilon_r \frac{V'}{V} \cdot 100\%$ ,  $\Delta\mu_r = \mu\Delta\delta' = -\mu_r \frac{V'}{V} \cdot 0,9 \cdot 100\%$ .

### III. Vlnododové metody

#### 1. Metoda odrazu na přední stěně dielektrika umístěného ve vlnovodu

Tato metoda nám umožňuje určit poměrně jednoduchým způsobem relativní dielektrickou konstantu pevných látek. Schéma měřicí aparatury je uvedeno na obrázku 10.

Část vlnovodu je vyplněna měřícím dielektrikem, jehož přední stěna (směrem ke generátoru) je kolmo seříznuta, zadní stěna je dlouze zkosená. Toto zkosení má zaručit, aby odraz elektromagnetických vln nenastával na zadní stěně měřeného vzorku. Vlnovod je zakončen charakteristickou impedancí. Měřicím vedením určíme poměr stojatých vln  $\rho$ . Relativní dielektrickou konstantu určíme ze vzorce

$$\epsilon_r = \rho^2 \left[ 1 - \left( \frac{\lambda}{\lambda_e} \right)^2 \right] + \left( \frac{\lambda}{\lambda_e} \right)^2, \quad (\text{III-1})$$

kde  $\lambda$  je vlnová délka ve volném prostoru,  $\lambda_e$  mezní vlnová délka ve vlnovodu.

Výsledky obdržené touto metodou jsou správné jen tehdy, nastává-li odraz pouze na přední stěně vzorku a je-li poměr stojatých vln před vložením dielektrika roven jedné.

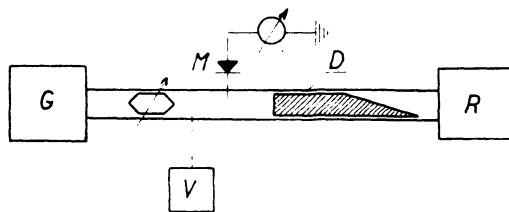
#### 2. Měření materiálů s malou dielektrickou konstantou

Schéma aparatury je uvedeno na obrázku 11. Při určování dielektrické konstanty nahradíme přijímač zkratovacím pístem. Měříme-li dielektrickou konstantu plynů, odčerpáme střední, hermeticky slídovými okénky uzavřenou část vlnovodu. Měřicím vedením určíme polohu minima stojatých vln. Potom odčerpanou část vyplníme měřeným plynem. Tím se poněkud změní poloha příslušného minima stojatých vln. Velikost posuvu minima můžeme určit buď změnou polohy sondy měřicího vedení při pevné poloze zkratovacího pístu nebo naopak změnou polohy zkratovacího pístu při pevné poloze sondy měřicího vedení. Druhý způsob je vhodnější, jelikož změna zatížení generátoru je menší. Je-li  $l$  posuv minima a  $l$  délka plynem naplněné části vlnovodu, určíme relativní dielektrickou konstantu

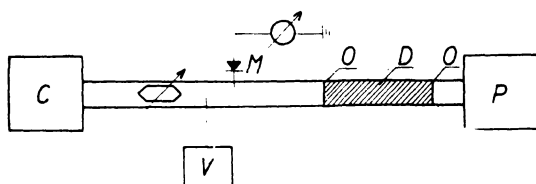
$$\epsilon_r = \frac{2Al}{l} \left[ 1 - \left( \frac{\lambda_0}{\lambda_e} \right)^2 \right] + 1, \quad (\text{III-2})$$

kde  $\lambda_0$  je délka vlny ve volném prostoru,  $\lambda_e$  je mezní délky vlny ve vlnovodu.

Při tomto způsobu měření je nutno zajistit, aby na slídových okénkách nenastával odraz, čehož můžeme dosáhnout zařazením induktivní clonky, jejíž reaktivní vodivost je stejné velikosti jako vodivost okénka, ale opačného znamení. Správné výsledky dostaneme v případě, že ztrátový úhel dielektrika je malý a relativní dielektrická konstanta je blízká



Obr. 10. Blokové schéma aparatury pro měření dielektrické konstanty metodou odrazu na přední stěně dielektrika. *G* – generátor, *V* – vlnoměr, *M* – měřicí vedení, *D* – měřený vzorek, *R* – bezodrazový člen.



Obr. 11. Blokové schéma obvodu pro měření dielektrické konstanty plynů. *G* – generátor, *V* – vlnoměr, *M* – měřicí vedení, *O* – slídové okénko, *D* – měřená látka, *P* – přijímač.

jedniče. Tyto podmínky jsou s dostatečnou přesností splněny v plynu. Ztrátový úhel určíme z útlumu vln v dielektriku. Je-li  $P_0$  výkon na vstupu přijímače, před vyplněním vlnovodu plynem a  $P$  výkon na vstupu přijímače po vpuštění plynu, pak tangentu ztrátového úhlu určíme

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\lambda_0^2}{2\pi\epsilon_r l \lambda} \ln \frac{P_0}{P}, \quad (\text{III-3})$$

kde  $\lambda_0$  je délka vlny ve volném prostoru,  $\lambda$  délka vlny ve vlnovodu s měřeným plynem,  $l$  délka části vlnovodu vyplněného plynem.

Aby měření dalo přesné výsledky, musí být úsek vyplněný plynem dlouhý řádově metry.

### 3. Metoda odrazu od vrstvy dielektrika velké tloušťky

Metoda je vhodná pro měření komplexní dielektrické konstanty látek s velkými ztrátami. Vlnovod je částečně (pro  $x > 0$ , obrázek 12) zaplněn vzduchem ( $\epsilon_0 = \mu_0 = 1, 0 = 0$ ) a částečně (pro  $x < 0$ ) měřeným materiálem ( $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$ ). Zavedeme veličiny  $n, k$ , definované vztahem

$$\epsilon = (n - jk)^2. \quad (\text{III-4})$$

V důsledku změny fázové rychlosti vlny ve vlnovodu budou v rovnicích, jež dávají řešení elektromagnetického pole ve vlnovodu figurovat veličiny  $n_v$  a  $k_v$ , definované vztahy

$$n_v^2 - k_v^2 = n^2 - k^2 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_e}\right)^2, \quad (\text{III-5})$$

$$n_v k_v = nk,$$

Obr. 12. Blokové schéma aparatury pro měření dielektrické konstanty metodou odrazu od vrstvy dielektrika velké tloušťky.  $G$  – generátor,  $V$  – vlnoměr,  $M$  – měřicí vedení,  $D$  – dielektrikum.

kde  $\lambda$  je délka vlny ve volném prostranství,  $\lambda_e$  je mezní délka vlny ve vlnovodu. Pomocí rovnice

$$\operatorname{tg} \tau = - \frac{2k_v \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_e}\right)^2}}{n_v + k_v^2 - 1 + \left(\frac{\lambda}{\lambda_e}\right)^2}, \quad (\text{III-6})$$

$$\Gamma = \frac{\sqrt{n_v^2 + k_v^2 - 1 + \left(\frac{\lambda}{\lambda_e}\right)^2 + 4k_v^2 \left(1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_e}\right)^2\right)}}{n_v + \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_e}\right)^2} + k_v^2} \quad (\text{III-7})$$

určíme  $k_v$  a  $n_v$ . Z rovnic (II-4) a (II-5) vypočítáme komplexní dielektrickou konstantu. Veličina  $\tau$  je rovna posuvu minima stojatých vln ve vlnovodu s dielektrikem vůči poloze minima při nekonečně velké impedanci v místě rozhraní (otevřený vlnovod). Koeficient odrazu  $\Gamma$  určíme z poměru stojatých vln  $\rho$  při zatížení vlnovodu dielektrikem

$$\left| \frac{4\pi}{\lambda_v} x + \tau \right| = 2m\pi, \quad (\text{III-8})$$

kde  $x$  je vzdálenost minima stojatých vln od rozhraní obou prostředí,  $\lambda_v$  je délka vlny ve vlnovodu,  $m$  je přirozené číslo a je určeno počtem půlvln mezi rozhraním a měřeným minimem. Veličina  $\tau$  je rovna posuvu minima stojatých vln ve vlnovodu s dielektrikem vůči poloze minima při nekonečně velké impedanci v místě rozhraní (otevřený vlnovod). Koeficient odrazu  $\Gamma$  určíme z poměru stojatých vln  $\rho$  při zatížení vlnovodu dielektrikem

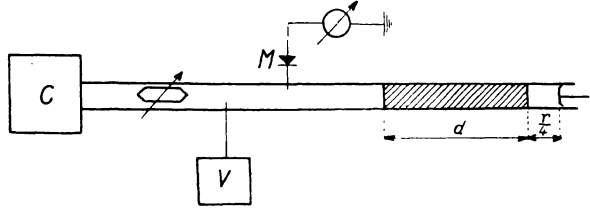
$$\Gamma = \frac{1 - \rho}{1 + \rho}.$$

Metoda dává správné výsledky, je-li výška sloupce dielektrika tak velká, že nedochází k odrazu na konci vedení.

#### 4. Impedanční metoda

Určení dielektrické konstanty měřením impedance nakrátko a naprázdno vedení s dielektrikem je jednou z nejpoužívanějších metod. Měření je poměrně jednoduché, nevyžaduje speciálních částí vlnovodu, avšak výsledky měření jsou méně přesné. Metody je možno použít jak v pásmu decimetrových, tak i centimetrových vln a umožňuje měření komplexní dielektrické konstanty a permeability pevných látek.

Do vlnovodu nebo souosého vodiče vložíme měřený vzorek, který vyplňuje určitou část vedení (obrázek 13). Za měřeným vzorkem je umístěn zkratovací píst. Určíme vstupní impedanci vedení vyplněného dielektrikem jednak při vzdálenosti  $\frac{\lambda}{4}$  pístu od zadní stěny (vlnovod na prázdko) — impedance  $Z_p$ , jednak při vzdálenosti pístu od zadní stěny vzorku  $\frac{\lambda}{2}$  (vlnovod na



Obr. 13. Blokové schéma aparatury pro měření dielektrické konstanty metodou impedanční.  $G$  — generátor,  $V$  — vlnoměr,  $M$  — měřicí vedení,  $D$  — dielektrikum,  $P$  — zkratovací píst.

krátko) — impedance  $Z_k$ . Impedance  $Z_p$ ,  $Z_k$  jsou obecně komplexní a určíme je z naměřeného poměru stojatých vln a polohy minima odečtením na Smithově diagramu.

Relativní dielektrickou konstantu  $\epsilon_r$ , relativní permeabilitu  $\mu_r$ , činitele dielektrických ztrát  $\delta$  a činitele magnetických ztrát  $\delta'$  určíme v obecném případě ze vztahů

$$\epsilon_r = \frac{\lambda}{4\pi d} \operatorname{Re} \frac{1}{B} \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} A}{\operatorname{Re} A}, \quad (\text{III-9})$$

$$\mu_r = \frac{\lambda}{2\pi d} \operatorname{Re} B \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} A}{\operatorname{Re} A}, \quad (\text{III-10})$$

$$\operatorname{tg} \delta = -\frac{\operatorname{Im} B}{\operatorname{Re} B} + \frac{\ln \left| \frac{1}{A} \right|}{\operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} A}{\operatorname{Re} A}}, \quad (\text{III-11})$$

$$\operatorname{tg} \delta' = -\frac{\operatorname{Im} B}{\operatorname{Re} B} + \frac{\ln A}{\operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} A}{\operatorname{Re} A}}, \quad (\text{III-12})$$

kde  $A = (Z_p - Z_k)/(Z_p + Z_k)$ ,  $B = \sqrt{Z_p \cdot Z_k}/Z_0^2$ ,  $d$  je tloušťka dielektrika,  $\lambda$  délka vlny,  $Z_0$  charakteristická impedance prázdného vlnovodu.

Probereme několik případů, kdy vzorce (III-9) až (III-12) se značně zjednoduší.

a) Je-li měřená látka dielektrikum ( $\mu_r = 1$ ,  $\rho' = 0$ ), přejdou vzorce (III-9) až (III-12) ve tvar

$$\epsilon_r = \left| \operatorname{Re} \frac{1}{B} \right|^2, \quad \operatorname{tg} \delta = 2 \frac{\operatorname{Im} B}{\operatorname{Re} B}. \quad (\text{III-13}) \quad (\text{III-14})$$

b) Vzorce (III-9) až (III-12) se též značně zjednoduší, je-li tloušťka vzorku mnohem menší než délka vlny, tj.  $d \ll \lambda$ . Pak při měření impedance nakrátko měříme pouze magnetické vlastnosti vzorku, neboť při našem přiblížení lze předpokládat že intenzita elektrického pole je v místě vzorku nulová. Platí

$$\mu_r = \frac{\lambda}{2\pi d} \frac{\operatorname{Im} Z_k}{Z_0}, \quad \operatorname{tg} \delta' = \frac{\operatorname{Re} Z_k}{\operatorname{Im} Z_k}. \quad (\text{III-15}) \quad (\text{III-16})$$

Přitom je nutno předpokládat, že  $\operatorname{tg} \delta$ ,  $\operatorname{tg} \delta'$  je mnohem menší než 1. Impedanci  $Z_k$  můžeme vyjádřit ještě pomocí činitele stojaté vlny  $\rho$  a vzdálenosti prvního minima od

místa vzorku  $\Delta$  a rovnice (III-15) a (III-16) převést na tvar

$$\mu_r = \frac{d}{2\pi\lambda} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_e}\right)^2}} \frac{\operatorname{tg} \frac{2\pi\Delta}{\lambda_v} (1 - \varrho^2)}{\left(\varrho^2 + \operatorname{tg}^2 \frac{2\pi\Delta}{\lambda_v}\right)}, \quad (\text{III-17})$$

$$\operatorname{tg} \delta' = \frac{\varrho \left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{2\pi\Delta}{\lambda_v}\right)}{\operatorname{tg} \frac{2\pi\Delta}{\lambda_v} (1 - \varrho^2)}, \quad (\text{III-18})$$

kde  $\lambda$  je délka vlny ve vlnovodu,  $\lambda_e$  je mezní délka vlny ve vlnovodu.

Elektrické vlastnosti vzorku určíme při měření naprázdno

$$\varepsilon_r = Z_0 \frac{\lambda}{2\pi d} \frac{1}{\operatorname{Im} Z_p}, \quad (\text{III-19})$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\operatorname{Re} Z_p}{\operatorname{Im} Z_p}, \quad (\text{III-20})$$

což můžeme opět přepsat na tvar

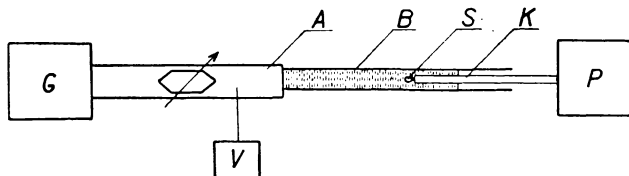
$$\varepsilon_r = - \frac{\lambda \left(\varrho^2 + \operatorname{tg}^2 \frac{2\pi\Delta}{\lambda_v}\right)}{2\pi d \left(\operatorname{tg} \frac{2\pi\Delta}{\lambda_v} (1 - \varrho^2)\right)}, \quad (\text{III-21})$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\varrho \left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{2\pi\Delta}{\lambda_v}\right)}{\operatorname{tg} \frac{2\pi\Delta}{\lambda_v} (1 - \varrho^2)}. \quad (\text{III-22})$$

Měření bude tím přesnější, čím dokonalejší bude kontakt zkratovacího pístu, čím citlivější bude detektor při měření poměru stojatých vln a čím přesněji bude proveden mechanismus čtecího zařízení při odečítání polohy minima.

### 5. Měření dielektrické konstanty ve dvou nestejných vlnovodech

Metoda je vhodná pro měření dielektrické konstanty kapalin s polárními molekulami, kdy ostatní metody obvykle pro velký útlum vln selhávají. Elektrické vlastnosti látky



Obr. 14. Blokové schéma aparatury pro měření dielektrické konstanty ve dvou nestejných vlnovodech.  $G$  – generátor,  $V$  – vlnoměr,  $A$  – vlnovod,  $B$  – vyměnitelný vlnovod ( $B_1, B_2$ ),  $S$  – vazební smyčka,  $K$  – koaxiální kabel,  $P$  – přijímač.

určíme z útlumu vln v měřeném vzorku. Schéma aparatury je na obrázku 14. Vlnovod  $A$  slouží k přenosu energie do druhého menšího vlnovodu. Útlum ve druhém vlnovodu  $B$  měříme změnou polohy vazební cívky. K dosažení správného výsledku je nutno požadovat, aby sloupec kapaliny dostatečně vysoký a vlna odražená od hranice kapaliny a vzdu-

chu D neovlivňovala měření. Dále musí být vazební cívka dostatečně daleko od slídového okénka, aby vyšší vidy vln vytvořené v místě spoje obou vlnovodů byly dostatečně zatlumeny. Délka sloupce kapaliny musí tedy být tím větší, čím menší je ztrátový úhel dielektrika. Měření provedeme postupně ve dvou vlnovodech  $B_1$  a  $B_2$ , jež mají různé mezní délky vlny  $\lambda_{e1}$ ,  $\lambda_{e2}$ . Část  $A$  zůstává stejná. Konstantu šíření ve vlnovodu  $B_1$ , naplněném kapalinou, označíme

$$p_1 = \alpha_1 + j\beta_1 \quad (\text{III-23})$$

a ve vlnovodu  $B_2$  naplněném kapalinou

$$f_2 = \alpha_2 + j\beta_2. \quad (\text{III-24})$$

Reálná část konstanty šíření  $\alpha_1$ , resp.  $\alpha_2$  nám určuje útlum ve vlnovodu. Je-li amplituda vlny v místě  $x = 0$ ;  $A_0$ , pak v místě  $x_1$  bude amplituda vlny  $A_1 = A_0 e^{-\alpha x_1}$ . Z tohoto můžeme určit útlum  $\alpha$  změřením amplitudy ve dvou různých místech vlnovodu. Relativní dielektrickou konstantu  $\epsilon_r$  určíme ze vztahu

$$\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right)^2 \epsilon_r = \alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \frac{\alpha_1^2 k_1^2 - \alpha_2^2 k_2^2}{\alpha_1^2 - \alpha_2^2}, \quad (\text{III-25})$$

kde  $\lambda_0$  je délka vlny ve volném prostřanství,  $k_1 = \frac{2\pi}{\lambda_{e1}}$ ,  $k_2 = \frac{2\pi}{\lambda_{e2}}$ .

Tangentu ztrátového úhlu určíme ze vztahu

$$\frac{2\pi}{\lambda_0} \epsilon_r \operatorname{tg} \delta = 2\alpha_1^2 \left( (\alpha_1^2 - k_1^2) + \frac{2\pi}{\lambda_0} \epsilon_r \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (\text{III-26})$$

Druhá možnost použití této metody je v určení vodivosti kovu. Z měřeného kovu zhotovíme vlnovod a vodivost určujeme z útlumu vln v tomto vlnovodu vyplněném vzduchem.

### 6. Měření malých vzorků v koaxiálním kabelu

Metoda je vhodná k měření komplexní dielektrické konstanty ferroelektrik v pásmu  $3 \cdot 10^8 - 2 \cdot 10^9$  Hz. Zatěžovací impedanci koaxiálního vedení tvoří „soustředěná“ kapacita, totiž vzorek umístěný mezi koncem vnitřního vodiče a deskou uzavírající vnější vodič. Vlastnosti a rozměry vzorku určují pak polohu a tvar stojatých vln v měrném vedení. Menší dosažitelná přesnost měření je vyvážena značnou přesností měření relativních změn  $\epsilon_r$  a  $\operatorname{tg} \delta$ , malými rozměry vzorku a jeho vhodným tvarem (destička). Metoda nám umožňuje provádět po malé úpravě měřicí aparatury, měření komplexní dielektrické konstanty vzorku, na který je přiváděno nízkofrekvenční nebo stejnosměrné předpětí, jež mění jeho elektrické vlastnosti.

Měřicím vedením určíme zatěžovací impedanci kabelu. Jelikož však elektromagnetické pole je v okolí vzorku deformováno, není naměřená impedance rovna impedanci vzorku. Při malých rozměrech vzorku tj. při  $d \ll \lambda$ ,  $r \ll \lambda$  ( $r$  poloměr vzorku,  $d$  jeho tloušťka,  $\lambda$  vlnová délka) můžeme nahradit nehomogenní úsek jistou admitancí  $j\omega C_k$  připojenou paralelně k hledané admitanci, jež je nezávislá na dielektrické konstantě vzorku. Kapacitu  $C_k$  vyjádříme vztahem  $C_k = kC_0$  ( $C_0$  je kapacita „kondensátoru“ se vzdušným dielektrikem o stejné tloušťce, jako má vzorek). Kapacitu  $C_0$  určíme podle vztahu (III-27). Konstantu  $k$  určíme měřením materiálu o známé dielektrické konstantě.

Jsou-li ztráty v dielektriku velmi malé, platí

$$C = \frac{1}{2\pi f Z \operatorname{tg} \frac{2\pi \Delta}{\lambda}}, \quad (\text{III-27})$$

kde  $C$  je kapacita zátěže,  $f$  použitá frekvence zdroje,  $Z$  charakteristický odpor vedení,  $\Delta$  posuv minima stojatých vln ve vedení se vzorkem od polohy minima v případě, že vedení je zakončeno v místě vzorku zkratem.

Hodnotu dielektrické konstanty a ztrátového úhlu určíme ze vztahu

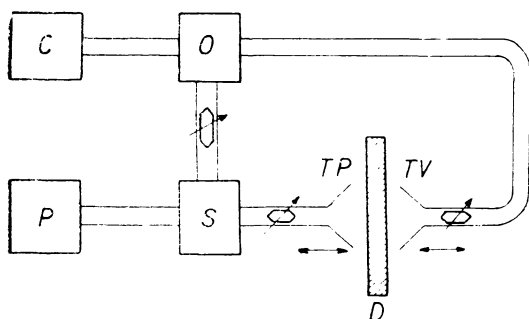
$$\epsilon_r = \frac{C - kC_0}{C_0 - kC_0}, \quad (\text{III-28})$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{\rho} \left( \operatorname{tg} \frac{2\pi\Delta}{\lambda} + \operatorname{cotg} \frac{2\pi\Delta}{\lambda} \right). \quad (\text{III-29})$$

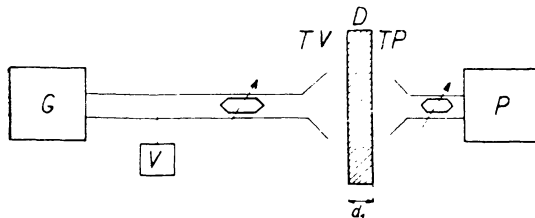
Chyba měření je asi  $\pm 5\%$  pro hodnoty dielektrické konstanty v rozmezí  $\epsilon_r = 2$  až 80 a  $\pm 15\%$  pro hodnoty  $\operatorname{tg} \delta = 5 \cdot 10^{-3}$ .

#### IV. Měření dielektrické konstanty ve volném prostoru

Metoda nám umožňuje měřit dielektrickou konstantu materiálu ve tvaru desek, dostatečně velkých rozměrů. Relativní dielektrickou konstantu  $\epsilon_r$  určujeme z fázového posuvu kmitů ve volném prostoru a dielektriku.



Obr. 15. Blokové schéma aparatury pro měření relativní dielektrické konstanty ve volném prostoru. *G* – generátor, *V* – vlnoměr, *O* – odbočka, *TV* – vysílací trychtýř, *D* – dielektrikum, *TP* – přijímací trychtýř, *S* – detektor, *P* – přijímač.



Obr. 16. Blokové schéma aparatury pro měření elektrického ztrátového úhlu ve volném prostoru. *G* – generátor, *V* – vlnoměr, *TV* – vysílací trychtýř, *D* – dielektrikum, *TP* – přijímací trychtýř, *P* – přijímač.

je  $\frac{\lambda}{\sqrt{\epsilon_r}}$ .

Blokové schéma aparatury je na obrázku 15. Vysokofrekvenční energii dělíme odbočkou do vysílacího trychtýře a detektoru. Na detektor přivádíme rovněž energii zachycenou trychtýřem přijímače. Přijímací trychtýř je posuvný. Nejprve nastavíme nejmenší výchylku indikačního přístroje změnou vzdálenosti trychtýřů a vhodným nastavením zeslabovače. Výchylka indikačního přístroje bude nejmenší, jestliže vlna dospěje na detektor z volného prostoru a z odbočky se stejnou amplitudou, ale s opačnou fází. Po vložení desky dielektrika kolmo mezi trychtýře se zvětší výchylka přístroje. Posuvem přijímacího trychtýře nastavíme minimální výchylku indikačního přístroje. Změníme-li přitom polohu trychtýře o hodnotu  $\Delta$ , je relativní dielektrická konstanta dána vztahem

$$\epsilon_r = \left[ 1 + \frac{\Delta}{d} \left( 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{\lambda}{\lambda_0} \right)^2} \right) \right]^2, \quad (\text{IV-1})$$

kde  $\lambda$  je délka vlny ve volném prostoru,  $\lambda_0$  je mezní délka vlny ve vlnovodu,  $d$  tloušťka dielektrika.

Pro  $\lambda$  blízké  $\lambda_0$  přibližně platí

$$\epsilon_r = \left( 1 + \frac{\Delta}{d} \right)^2. \quad (\text{IV-2})$$

Tato metoda je velmi přesná, můžeme-li přesně odečítat změnu polohy trychtýře.

Na obrázku 16 je uvedeno schéma aparatury pro měření ztrátového úhlu dielektrika. Přijímačem změříme výkon dopadající na přijímací trychtýř pro dvě tloušťky dielektrika. Ztrátový úhel vypočítáme podle rovnice

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_r(d_2 - d_1)} \ln \frac{P_1}{P_2}, \quad (\text{IV-3})$$

kde  $\lambda$  je délka vlny ve volném prostoru,  $P_1$  výkon dopadající na přijímací anténu při tloušťce dielektrika  $d_1$ ,  $P_2$  výkon na přijímací anténu při tloušťce dielektrika  $d_2$ . Změnu

pohlceného výkonu v dielektriku můžeme též změřit i změnou velikosti útlumu cejchovaného atenuátoru.

Tato metoda měření ztrátového úhlu je méně přesná než metody rezonátorové a používá se ji zřídka. Výsledky měření jsou ovlivňovány různými, přesněji nedefinovanými jevy (vliv rozhraní dvou prostředí, odrazy, ohyb na okrajích vzorku). Vyloučení takto vzniklých chyb je třeba věnovat velkou pozornost.

#### Seznam použité literatury

- [1] *Izmerenija na sverchvysokich častotach*, Moskva 1952.
- [2] Valitov P. A., Sretěnskij V. M., *Radiotechnická měření při velmi vysokých kmitočtech*, SNTL 1957.
- [3] Kvasil B., *Měření komplexní dielektrické konstanty a permeability v dutinových rezonátorech*, Slaboproudý obzor 16 (1955), 5, 227—237.
- [4] Kvasil B., Husa V., *Měření vodivosti polovodičů v pásmu centimetrových vln*, Slaboproudý obzor 20 (1959), 11, 667—671.
- [5] Montgomery C. G., *Technique of Microwave Measurements*, Mc Graw-Hill, N. Y. 1947.
- [6] Malov N. N., *O priměnění volnovodů děja izučeníja električeskich svojstv veščestva pri vesma vysokich častotach*, 16, (1946), 6—7,
- [7] Fousek J., *Metoda pro měření komplexní permitivity a nelineárních vlastností dielektrik v pásmu decimetrových vln*, Čs. čas. fys. 8 (1958), 575.
- [8] Burdun, *Izmerenie dielektričeskioj pronicajemosti tverdyh dielektrikov v santimetrovom diapazoně s potočju volnovodov*, ŽTF, 20 (1950), 7, 1192—1198.

## ZÁPORNÁ ABSOLUTNÍ TEPLOTA<sup>1)</sup>

Prof. D. A. FRANK—KAMENĚCKIJ, Moskva

Teplota, měřená ve stupních podle Celsia, Réaumura nebo Fahrenheita, je veličina, která může být kladná i záporná (tedy také nulová). William Thomson (lord Kelvin) zavedl na podkladě termodynamických úvah tak zvanou absolutní teplotní stupnici, pod jejíž nulový bod (tak zvaná absolutní nula) nemohla podle tvůrců termodynamiky žádná teplota klesnout. Toto tvrzení mělo v minulém století tak principiální charakter, že pojem záporné absolutní teploty neměl žádný smysl.

Dnes se ve vědecké literatuře setkáváme často s pojmem záporné absolutní teploty, pojmem, který se stal velmi plodným. Tento pojem má dvojí původ. Částečně vděčí za svůj vznik rozvoji kvantové fyziky, hlavní příčina jeho zrodu je však v rozšíření pojmu teploty samého, a to na podkladě statistické fyziky, neboli — jak ji s oblibou nazývají fyzikové — „statistiky“.

### Teplota v termodynamice a ve statistice

Termodynamika se nezabývala atomární a molekulární stavbou látky. Teplota v termodynamice je veličina, která určuje směr tepelného toku: od teplejšího tělesa k chladnějšímu.

V nejjednodušších případech je teplota úměrná střední energii tepelného pohybu částic látky, není to však definice teploty, ani její hlavní vlastnost. Obecnější pojem teploty dává statistická fyzika. Podle ní je teplota veličina, která charakterizuje rozložení energie na částice látky. V sebemenším kusu látky je obrovské množství atomů a molekul s velmi rozličnými energiemi. Při dané kladné teplotě je však velmi málo částic s velmi velkou energií, a to tím méně, čím nižší je teplota.

<sup>1)</sup> Проф. Д. А. Франк - Каменецкий, *Ниже абсолютного нуля*, Природа, 3 (1960).

<sup>2)</sup> Věc je složitější, je-li více možných stavů částice se stejnou energií. Tím se zde však zabývat nebudeme.