

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Andrej Jeršov

Zavádění počítačů do škol a matematická výchova

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 35 (1990), No. 6, 305--318

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/138161>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1990

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Zavádění počítačů do škol a matematická výchova

Andrej Jeršov



I. Úvod

Ne náhodou si organizační výbor vybral počítačový terminál jako emblém našeho kongresu.

Zavádění počítačů však není snadná záležitost. Nejčerstvější a případnou zkušeností byla počítačová registrace účastníků minulé úterý. Zavádění počítačů staví učitele do zranitelného a nestálého postavení. Nicméně zavádění počítačů je jako přílivová vlna anebo oteplování podnebí: nemůžete je ani skrýt ani mu zabránit, můžete se s ním jen vyrovnat. Proto budu hovořit o vztazích mezi výchovou, matematikou a informatikou.

Povoláním nejsem ani učitel ani matematik. A proto si obzvláště vážím pocty, že jsem byl pozván mezinárodním programovým výborem k proslovení této přednášky. Musím však vysvětlit, proč jsem vzal na sebe toto riziko. Mám pro to dva osobní a jeden všeobecný důvod.

Prvním důvodem je skutečnost, že profesionálně pracuji v informatice, přesněji ve výzkumu a vývoji, více či méně jsem se věnoval tomu, čemu říkáme matematická výchovná činnost. Druhým důvodem je, že se mi dostalo matematického vzdělání a že jsem měl tu čest být po čtyři léta členem matematické sekce sovětské akademie. Zde jsem si ohmatal a možná i osvojil významné matematické a výchovné myšlenky mnohých velkých autorů a osobností. Nemohu je nejmenovat: Poincaré a Luzin, Courant a Kolmogorov, Kleene a Markov, von Neumann a Bourbaki, Vigotsky a Piaget.

Když už hovořím o zdrojích myšlenek, dovolu mi jednu vzpomínku. Pro mne je tento kongres soukromou oslavou 30. výročí mé první zahraniční cesty, a to do Maďarska v roce 1958. Tehdy jsem byl ještě student — měl jsem za sebou sedm roků studia na matematické fakultě moskevské univerzity.

Ruská matematická literatura jistě nikdy netrpěla komplexem méněcennosti. Nicméně moje knihovna byla po všechny ty roky hustě osídlena pracemi maďarských autorů. Mezi základními knihami jsem měl

Kalkulus od Polyi a Szegöho,

Funkcionální analýzu od Szökefalviho-Nagye,

Rekurzivní funkce od Rószy Péterové,

Logiku od Laszló Kalmára,

John von Neumannovy klasické knihy o počítačích.

Nebylo lepšího místa pro konání tohoto kongresu o matematickém vzdělávání.

ANDREI ERSHOV: *Computerization of Schools and Mathematical Education*. Proceedings of ICME-6 (1988), 49—65. Přeložil MIRKO KŘIVÁNEK.

Pokud se týká třetího, tj. všeobecného důvodu, chci říci, že matematika není jen surovinou pro informatiku. Existovala silná tendence k matematizaci informatiky během jejího formování a dozrávání. Na druhé straně existuje stále více důkazů, že jisté metody a techniky informatiky pronikají do matematiky, ovlivňují její styl, techniku i obsah.

Moje pojednání o tomto tématu bude dáno do souvislosti dvou globálních kontextů.

Prvním kontextem je státní program zavádění počítačů a informatiky do školní výchovy v SSSR. První tři roky velmi intenzivní práce v tomto směru nám dovolily nabýt prvních zkušeností a uvést věci do nezadržitelného pohybu. Kromě toho vyústilo toto úsilí do vypracování koncepce pro zavádění počítačů do škol. Má jít o dlouhotrvající proces s explicitně formulovanými přechodnými a konečnými cíli. Doufám, že jisté informace o programu a některé formulace z naší koncepce budou posluchače zajímat.

Druhým kontextem jsou velice aktivní diskuse o počítačích v matematické výchově [1–4]. Moje závěry podstatně závisí na tom, co lze najít v odpovídajících materiálech.

S potěšením zjišťuji, že počítače v matematice jsou jedním z převládajících témat na tomto kongresu.

Zde je tedy osnova hlavní části mé přednášky:

Předně podám některé údaje o programu zavádění počítačů v SSSR.

Dále pak některé formulace z naší koncepce týkající se užití počítačů ve vzdělání.

Potom se chci zmínit o hlavních problémech matematické výchovy. V duchu naší filozofie je budu formulovat jako seznam rozporů nebo dilemat. V této souvislosti uvedu tzv. Kolmogorovovu reformu školské matematiky v SSSR.

Pozitivní část mého výkladu se bude skládat z tezí o tom, jak počítače a informatika ovlivňují matematiku a její vyučování.

Nakonec učiním závěr, že jazyky, matematika a informatika jsou tři základní předměty ve školním vzdělávání.

II. Program

Nyní k státnímu programu zavádění počítačů.

Program byl zahájen vládním rozhodnutím okamžitě zavést na všech školách v 9. a 10. ročníku 70hodinový kurs „Základy informatiky a práce s počítači“.

V určitém smyslu symbolizovalo toto rozhodnutí začátek přestavby: v roce 1985 je Michail Sergejevič Gorbačov předložil Politbyru jako předseda komise školských reforem, 11. března byl zvolen generálním tajemníkem strany a začal vést zemi k revolučním změnám.

Toto zásadní rozhodnutí mělo sice mnoho vědeckých a výchovných motivací (viz např. [7]), ale ve své podstatě bylo rozhodnutím politickým. Uvedlo do chodu celou mašinerii vzdělávacího systému, která stojí za každým povinným školním předmětem. A tak v následujícím roce bylo učiněno více než ve všech předešlých letech částečných experimentů s počítači ve školách.

Některá průkazná svědectví

Naše první učebnice o informatice a počítačích [8–11] byla publikována v 15 jazycích. Zúčastnil jsem se na psaní a redakci této knihy. Byla to úděsná, řekl bych lutheránská zkušenost (podle Martina Luthera, který přeložil bibli do němčiny) napsat knihu, kterou budou číst milióny čtenářů. Výběr vzdělávací literatury se prováděl v celé zemi v místních pedagogických institutech a regionálních osvětových centrech pro učitele [5, 6]. Nově založený časopis „Informatika a vzdělávání“ má nyní náklad více než 100 000 výtisků.

První sovětský školní počítač „Agat“ má architekturu řady Apple-II. V několika tisících exemplářů byl dovezen japonský počítač „Yamaha“ architektury MSX, jenž se stal velice populárním mezi učiteli. Dva druhy počítačů „Korvet“ s architekturou INTEL 8080 a „UKNT“ s architekturou PDP-11/LSI byly speciálně navrženy pro masovou výrobu.

Státní plán počítá se zavedením 400 000 školních počítačů ve školním roce 1990/1991 – osobní počítače se budou zavádět přednostně ve školách před ostatními veřejnými sektory. V příštím školním roce se očekává, že asi 3000 tříd bude vybaveno 12–15 počítači.

Nový učební předmět informatika měl od samého začátku mnoho společných vazeb s matematikou. Především je důležité, že učitelé matematiky převažují mezi vyučujícími informatice. Velmi hrubý odhad je: 55 % matematiků, 20 % fyziků, 20 % profesionálních informatiků, 5 % ostatních. Tato situace ovlivnila didaktický styl učebnice. Kniha jako celek podporuje obvyklý přístup k počítačové gramotnosti (pro srovnání viz osnovy ACM [12]); založený na strukturovaném způsobu vytváření algoritmů a programů s rozsáhlým použitím běžných matematických termínů.

Docela nedávno se objevily nové verze učebnic informatiky, které udržují spojení s matematikou [14, 15]. Předpokládaný nedostatek počítačů je kompenzován všeobecným přesunem od manipulace s počítačem k těm oblastem informatiky, které jsou podpořeny přiměřenou paletou matematicky orientovaných problémů [13].

Samozřejmě, jsou-li počítače k dispozici, je předmět doprovázen intenzivní 40hodinovou počítačovou praxí. Jestliže je k dispozici pouze BASIC jako jediný programovací jazyk, pak se nevyučuje jako programovací abeceda, ale spíše jako prostředek pro kódování dříve navržených algoritmických specifikací, které jsou vyjádřeny notací „if-then-else“ a „while-do“.

Tyto více či méně povrchní vztahy jsou založeny na mnohem hlubším vztahu mezi matematikou a informatikou.

Obr. 1. ukazuje protějšky důležitých pojmů z matematiky a informatiky, které tvoří základ pro matematizaci informatiky. Tyto vztahy jsou ovšem intenzivněji prozkoumány a propracovány ve speciální literatuře. Nicméně vzdělávání se to zatím nedotklo a pouze v některých předmětech na univerzitě se tyto vazby systematicky využívají.

Jaký je současný stav zavádění počítačů do škol? Jako každý proces, který je v podstatě regulován vnějšími vlivy, je to směs úspěchu a kompromisu, nadšení a frustrace, angažovanosti a vyčkávání. Avšak společenství učitelů jako celek se staví k zavádění počítačů pozitivně, a to v podstatě proto, že tvoří páteř, hnací sílu a symbol školské reformy. A samozřejmě, když je k dispozici počítač a je spolehlivý, nadšení dětí může silně

algebraická struktura	procesor
nosič	prostředí
prvek nosiče	stav prostředí
operace	akce
predikát	zkouška
signatura	množina instrukcí
volná pologrupa	očekávané chování
slovo	chování
počáteční predikát	podmínka problému
koncový predikát	cíl problému
přípustné slovo	řešení problému
algoritmus	program
teorie	definiční obor objektů

Obr. 1. Některé důležité vztahy mezi pojmy v matematice a informatice

ovlivnit i sebestaršího učitele. Proto zavádění počítačů v SSSR nezadržitelně postupuje.

Jak je to s efektivností? Zpětná vazba ještě není patřičně rozvinuta, a proto ukazatelé nejsou úplní. Procento těch, kteří vykazují uspokojivé osvojení hlavních zásad a technik, se mění od optimistů (40–50 %) k realistům (15–20 %), což je ve vysoké korelaci s odpovídajícími daty o matematice. Nicméně první vlna počítačového uvědomění již dostihla prahu vyššího vzdělání.

Co může být řečeno o dalších sedmi letech? Osobně jsem skeptický, že ve školním roce 1990/1991 bude zavedeno 400 000 počítačů, ale pevně věřím, že do roku 1995 bude mít každá střední škola počítačovou učebnu.

Základní kurs informatiky se přesune do 7.–8. ročníku našeho 18letého školského programu. Tím se vytvoří prostor pro prohloubené používání počítačů v posledních dvou ročnících.

Jako možný výsledek intenzivní vědecké a pedagogické práce by mohl ve 4.–7. ročníku vzniknout tzv. integrovaný kurs informatiky. V něm by byly studium informatických pojmů a schopnost pracovat s počítači úzce spojeny s každodenní školní praxí, založené na intenzivním využívání počítače jako nepostradatelného nástroje pro intelektuální práci. Existuje mnoho zastánců integrovaného kursu matematiky a informatiky. Nemyslím, že se tak stane brzy, ale všichni očekáváme pozitivní výsledky jejich studií a výzkumů.

III. Koncepce

Nyní se budu zabývat hlavními myšlenkami celkové koncepce zavádění počítačů do školy se zdůrazněním pedagogických aspektů [17].

Dovolím si být trochu nesystematický.

Především považujeme zavádění počítačů za předpoklad a součást globálnějšího procesu, který v naší literatuře dostal poněkud nešťastný název „informatizace“. Infor-

matizací rozumíme všezahrnující a nutné období ve vývoji lidské civilizace, které zhruba zabírá 100 let od poloviny padesátých let našeho století do poloviny 21. století.

Tento proces si klade za cíl plné využití důvěryhodných, vyčerpávajících a aktuálních poznatků ve všech společensky významných oborech lidské činnosti. Informace se stává strategickým bohatstvím lidstva stejně jako přírodní zdroje.

Počítače a prostředky komunikace ve svém vzájemném propojení tvoří jakýsi centrální nervový systém společenského organismu, a proto poskytují tomuto organismu nevídanou integritu, pružnost a prozíravost.

Z gnozeologického hlediska znamená informatizace utváření, strukturování a udržování souvislého a integrovaného informačního modelu světa, který společnosti umožňuje provádět předvídavou a dynamickou regulaci jejího vývoje na všech úrovních činností, a to od chování jednotlivce až k institucionálním operacím celosvětového rozsahu. Informatizace jako proces vývoje produktivních sil přináší adekvátní informaci a počítačovou kapacitu do každého pracovního místa, redukuje požadavky na lidskou sílu v každém výrobním procesu, znamená radikální vzestup lidského výkonu v jiných činnostech, přechod z éry PRODUKCE (co dělat) do éry TECHNOLOGIE (jak to dělat).

V naší literatuře [13, 18] chápeme informatiku jako nově vzniklou základní přírodní vědu, která studuje zákony a metody nabývání, přenášení a zpracovávání informace v přírodních, umělých a společenských systémech. Její základní disciplíny jsou:

- teoretické základy výpočtů a komunikace,
- algoritmizace,
- programování,
- umělá inteligence,
- teorie poznávacích procesů,
- výpočetní experimenty,
- informologie.

Informatiku jako vědu odlišujeme od různých druhů aplikací inforatických znalostí. Aplikovaná informatika přenáší do společnosti tzv. informační technologie – stabilní a běžně dostupné procedury systematického a automatizovaného zpracovávání informace, počínaje takovými milníky lidské civilizace, jako jsou:

- tvořivé umění,
- psaní,
- tisk knih,
- poštovní služby,
- psaní na stroji,
- telegraf,
- telefon,
- rádio,
- televize,
- audiotecnika

až k novinkám jako:

- xerografie,
- osobní počítače,

- video,
- elektronická pošta,
- publikační systémy,
- optické disky.

Nyní bych se rád zmínil o podrobnostech použití počítačů pro pedagogické účely. Mnoho vyučujících projevuje velmi omezený pohled na počítač. Propagování takového omezeného pohledu na počítač se však někdy považuje za dobrý styl myšlení, za potvrzení vzdělaného přístupu.

Přestože nechci napadat důstojnost takových učenců, myslím, že je plodnější tento omezený pohled překonat.

Počítače jsou vskutku jen stroje, nářadí člověka. Ale jsou to „magické“ nástroje, jejichž potenciál je omezen jen hranicemi naší fantazie.

Čtyřicet let používání počítačů nám dovoluje podat spolehlivou charakteristiku počítače na základě výčtu jeho nejproduktivnějších rysů:

- | | |
|----------------------|-------------------|
| • dostupnost, | • adaptivita, |
| • výkon, | • rozšířitelnost, |
| • univerzalita, | • globálnost, |
| • programovatelnost, | • ideálnost. |

Použijeme-li pedagogických termínů, od počítače se očekává toto:

1. Počítač je neadekvátnější technický vyučovací prostředek, který podporuje aktivní přístup k vyučovacím procesu ve všech jeho etapách: potřeba – motivace – cíl – prostředek – operace – akce.

2. Počítač vysoce stimuluje žáka, protože je aktivním partnerem udržujícím dynamickou rovnováhu mezi kladením požadavků a poskytováním pomoci.

3. Programovatelnost společně s dynamickou přizpůsobivostí usnadňuje individualitu vzdělávacího procesu, aniž by se porušovala jeho integrita.

4. Pružnost a rozmanitost uživatelských rozhraní činí z počítače ideální prostředek k procvičování látky v průběhu učení.

5. Formální charakter počítačové práce, přesnost v dodržování „pravidel hry“ a explicitní charakter těchto pravidel zvyšují úroveň uvědomění a sebekontroly v učebním procesu.

6. Schopnost počítače vizualizovat vlastní práci zvyšuje kapacitu informačních kanálů učebního procesu.

7. Počítač přináší do učebního procesu nové a mocné prostředky poznání, jako je řešení problémů výpočetním experimentem s pomocí expertních systémů, vytváření algoritmů a obohacování báze znalostí.

8. Počítač přibližuje vzdělání reálnému světu, neboť je hlavním a všeobecně používaným prostředkem technického a vědeckého pokroku a nepostradatelnou součástí vzdělávacího prostředí.

9. A konečně neméně důležité jsou univerzalita a programovatelnost počítače, jež nám umožňují provádět řadu věcí ve škole laciněji a rychleji než s pomocí jiných prostředků.

Nyní několik slov o měnící se úloze učitele ve třídě s počítači.

Existuje mylný názor, že počítač je překážkou, která ničí kontakt mezi učitelem a žákem. Někteří učitelé považují počítačovou hodinu za setrvalý stav, kdy každý hledí na stínítko a klávesnici počítače, jeden nevidí druhého a učitel kromě toho, že kontroluje třídu, musí nést těžké břímě manipulace se svým počítačem.

Ve skutečnosti je takový pohled jen výsledkem počáteční neobratnosti a příliš přímočarého přístupu k počítačovým hodinám.

Počítač může poskytovat učiteli dobrou oporu a dokonce může udělat jeho vztahy k žákům lidštějšími, než byly předtím.

Za prvé, počítač provádí důkladněji zpětnou kontrolu. Chyby všech žáků jsou počítačem nemilosrdně registrovány, avšak to se stává spíše soukromou záležitostí než předmětem učitelova uznání či nespokojenosti. Učitelův postoj k žákům se stává uvolněnějším a kladnějším.

Za druhé, počítač udržuje přátelský vztah s žákem, a proto učitel nemusí vynakládat tolik úsilí, aby udržoval žáky v činnosti. Mnohem více událostí ve třídě nastává jen „samo o sobě“, spontánně, takže učitel má více času, aby sledoval celkovou situaci ve třídě a věnoval více pozornosti jednotlivým žákům.

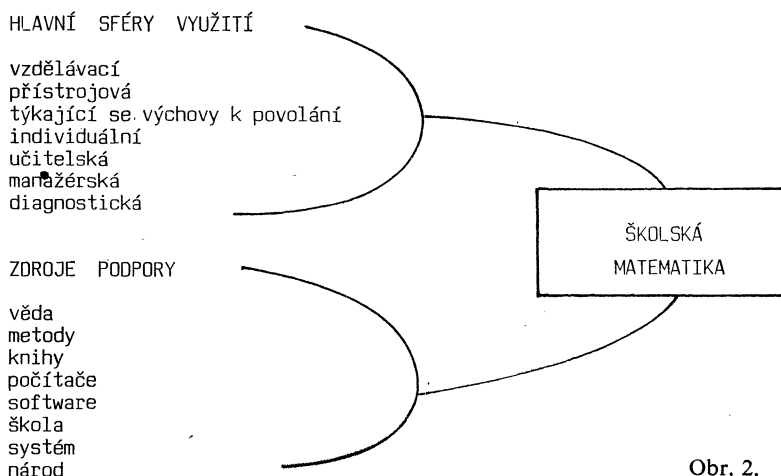
Samozřejmě toto všechno je možné jen v případě vyučovacích hodin vhodně metodologicky vedených a za předpokladu, že počítače pracují bez poruch, software je přátelský a učitel je dostatečně zblhlý v práci s počítačem.

Dalším svědectvím omezeného přístupu k počítači je pohled na komputizaci v podstatě jako na mechanický proces vybavení škol počítači, začlenění informatiky do učebních osnov a „přilákání“ učitele k počítači ve slepé naději, že vše ostatní již poběží samo.

Školská informatika je ve skutečnosti bohatým nahromaděním různých druhů činností, které lze rozdělit do dvou hlavních skupin. Jsou to: 1. hlavní činnosti, které se z největší části vyskytují ve škole, a 2. podpůrné činnosti, které se provádějí mimo školu.

Obrázek 2. ukazuje seznam hlavních a podpůrných činností uspořádaných do tvaru diagramu.

Doufám, že obrázek nepotřebuje vysvětlivek; hlavní myšlenka je, že školská infor-



Obr. 2.

matika je pronikavá a globální činnost, která je srovnatelná se vzdělávacím systémem jako celkem a která vyžaduje náležitou dávku diplomacie, plánování a finančních zdrojů.

IV. Matematika

Nyní mi dovoluňte hovořit o matematice a matematickém vzdělávání. Zde se přibližuji hranicím své kompetence, a tak berte prosím moje vyličení spíše jen jako osobní pozorování než jako důkladné a zcela objektivní pojednání. Je téměř běžné hovořit o matematickém vzdělávání jako o něčem, co je v krizi. Mnoho mezinárodních komisí o výuce matematiky (ICMI), rovněž jako různé národní studie, podporují takový kritický pohled [19, 20]. Je však zajímavé, že takový kritický pohled na matematické vzdělávání existuje společně s doslova triumfálním rozvojem profesionální matematiky.

Dovolte mi zmínit se za prvé o velkých úspěších v teorii důkazů, ve formování matematiky, v zavádění nových důkazových technik a metod, v hlubším porozumění hranicím matematického vědění a v rozvoji matematických metod uvažování.

Za druhé jde o vytvoření těsných vztahů mezi teorií důkazů a teorií vyčerpávajícího vyhledávání, o hlubší porozumění pojmům konečna a nekonečna, o zformování teorie složitosti systematických procedur nebo matematických struktur.

Za třetí byl učiněn hluboký průlom do nelineární matematiky, který velmi posílil úlohu a účinnost matematiky jako nástroje studia fyzického světa.

Za čtvrté se zmiňme o obrovském intelektuálním úspěchu spočívajícím v syntéze algebry, geometrie, topologie a analýzy, který umožnil unifikaci hlavních matematických struktur a harmonicky sjednotil svět diskrétních a spojitých matematických objektů.

Na začátku století, kdy existovalo pouhých tisíc matematiků, se slavný Hilbertův program považoval za velký prostor k výzkumům. Nyní zůstává dobře navštěvovanou, ale už jen památečnickou síní v obrovském chrámu matematiky, obývaném desítkami tisíců talentovaných a zvědavých lidí.

Jaká je tedy naše skutečná situace? Každý z nás jistě vidí tu obrovskou vzdálenost mezi matematikou jako školním předmětem a matematikou jako živou vědou. Je zde ustavičně mezera mezi požadavky matematické praxe a naší schopností ji vykonávat. Naše matematické a vzdělávací univerzum se explozivně rozrostlo a všechny nehomogenity a singularity se staly viditelnými.

Nenazval bych tuto situaci krizí, ale obdobím narůstajících rozporů mezi cíli matematického vzdělávání. Dříve než je budu jmenovat, musím říci, že mnohé z těchto rozporů mají všeobecný charakter, který není specifický jen pro matematiku.

Jaké jsou tedy hlavní rozpory a dilemata?

Vědecké znalosti, nebo zdravý rozum? Konflikt je tak starý, jako je život sám, odráží věčný rozpor mezi obyčejným a vědeckým vědomím. Konkrétněji jde o to, jaký druh pojmů by měl být vtělen do základů školního vyučování, zdali pojmy logicky dokonalé, ale abstraktní, nebo pojmy intuitivně pochopitelné, ale spíše vágní.

Elitářské, anebo rovnostářské vzdělání? – Toto dilema, které je pro vzdělávání běžné, je obzvláště dramatické v matematice. Při každém pokusu zvládnout integrované a úplné matematické vzdělání ve škole musíme okamžitě činit ústupky se zřetelem na

schopnosti žáků a připravenost učitelů. Na druhé straně každý pokus stanovit obecné minimum matematického vědění naráží na pocit nespokojenosti, a to proto, že se mnoho důležitého vynechává.

Variabilita, anebo uniformita? Možná, že toto dilema je specifické pro Sovětský svaz, kde se zdůrazňuje uniformita a podobnost vyučovacího procesu. Ale i když přijmete variabilitu, přetrvávají obtíže způsobené předešlým dilematem.

Příprava na vyšší vzdělání, nebo poskytnutí všeobecných znalostí? Jaká je hlavní funkce střední školy: lépe připravit na vysokou školu, nebo poskytnout jisté základní vědění, s jehož rozšířením se již v budoucnu nepočítá? Ve skutečnosti vedlo toto dilema ke školské reformě, která oddělila základní středoškolské vzdělání (8.–9. ročník) od rozšířeného středoškolského vzdělání (10.–11. ročník).

Jedním ze specifických příkladů předchozího dilematu je otázka, zdali učit matematiku jako vědu, nebo jako praktický předmět. Akademik Andrej Nikolajevič Tichonov, když založil na moskevské univerzitě novou fakultu výpočetní matematiky a kybernetiky, neúnavně opakoval svoji tezi o rozdílu mezi filozofií a metodologií čistých a aplikovaných matematiků, třebaže souhlasil s jednotou samotné matematiky. Jestliže je toto univerzitní dilema reálné, pak se musí promítnout do školní výuky.

A konečně tradice, anebo modernizace? Možná, že toto dilema je spíše aktuální v pedagogických ústavech než ve školách. Jaký by měl být základ učitelova přístupu: setrvávání na historických hodnotách, nebo permanentní nadšení nad současným děním? Propast mezi tradicí a novinkami si lidé dobře uvědomují.

V. Kolmogorovova reforma

Nyní mi dovoluňte pohovořit o důležitém sledu událostí, které nastaly v posledních 25 letech na sovětských středních školách a které dostaly název Kolmogorovova reforma.

Náš příběh má tři obzvlášť dramatické rysy: (1) úzké sepětí se jménem jednoho z nejvýznamnějších matematiků naší doby, (2) měřítko a rozsah reformy, (3) převládající názor, že tato reforma byla omylem.

Postup událostí byl ve stručnosti takový: V polovině 60. let se začalo s přípravou nového učebního plánu školské matematiky v rámci realizace vládního rozhodnutí o zvýšení vědecké úrovně a o obohacení obsahu školních osnov. Formálně i fakticky to bylo kolektivní úsilí, kterého se účastnili odborníci z Akademie věd, Akademie pedagogických věd a z univerzit spolu s učiteli ze škol. Ale záhy dostala tato činnost osobitý ráz díky přímé účasti akademika Kolmogorova, jeho velké vědecké autoritě a zvláště jeho obecnému a integrovanému přístupu k vyučování matematice ve školách. Kolmogorov byl činný na všech úrovních: od globálního plánování až k rutinní výuce pro žáky univerzitní internátní matematické školy. V tomto období otiskl přední sovětský časopis „Matematika ve škole“ více než 70 Kolmogorovových metodologických článků a poznámek [21].

Nové osnovy byly okamžitě a široce zavedeny s neobvykle rozsáhlým doprovodem předběžných metodologických instrukcí, publikovaných v časopise „Matematika ve škole“ a v ministerských oběžnících. Krátkodobé doškolovací kurzy pro učitele se pořádaly po celé zemi.

Během několika málo let se objevily nové učebnice. Nicméně jejich používání způsobilo učitelům velké těžkosti. Matematika se i pro děti stala těžší. Zmenšil se zájem o matematiku a úroveň uchazečů o studia na univerzitě výrazně poklesla. Učitelé se cítili dezorientováni.

Postupně se objevovala kritika reformy. Nejdříve se kritizovaly konkrétní nedostatky v učebnicích. Pak následovaly stížnosti na metodologii. Nakonec se objevila opozice proti základním myšlenkám reformy. Byly napsány alternativní učebnice. Tato kritická nálada postupně dospěla v mohutné protireformní hnutí, ve kterém se prosadil tradiční pohled na školskou matematiku. Protireformní hnutí nebylo jednotné, dosáhlo se mnoha kompromisů, některé tzv. Kolmogorovy učebnice přežily, ale vcelku byly nově přijaté osnovy matematiky mnohými považovány za dosti konzervativní. To vše bylo doprovázeno velmi ostrými diskusemi a osobními útoky, takže poslední léta Kolmogorova života byla poznamenána nejen jeho vážnou chorobou.

To je jistě jen velmi hrubý náčrt. Ve skutečnosti se udály milióny událostí a mnohé z nich byly absolutně pozitivní. Současná situace je velmi vzdálena od té, kterou jsme měli před 20 lety.

Za prvé vyrostla na půdě Kolmogorova učebního plánu nová generace, v níž se prosadili nejlepší reprezentanti našeho matematického myšlení a praxe. Za druhé přestože učitelé zakusili mnoho těžkostí, pocítili také nové a vzrušující myšlenky, což pozvedlo jejich sebevědomí. Objevil se časopis „Kvant“ a jeho vynikající série „Knihovna Kvantu“. Kolmogorova vlastní aktivita velice stimulovala jeho kolegy, to pak vyústilo v pozoruhodné obohacení literatury o školské matematice.

Myslím, že je nemožné hodnotit podstatu, úlohu a osud Kolmogorovy reformy, jestliže zůstaneme jen u jejího vědeckého a metodologického obsahu. Její osud nemůže být oddělován od vývoje v průběhu těch dvou desetiletí, která naši novináři ohleduplně nazývají „období stagnace“. Řekl bych, že jestliže Kolmogorova reforma selhala, byl to jen důsledek selhání jiného, mnohem globálnějšího projektu, se kterým přišel Brežněv a jeho tiší pomocníci – myslím přechod na povinné úplné středoškolské vzdělání při zachování veškeré strnulosti, uniformity a autoritativního charakteru výchovného systému a pokus udělat to s „nulovými“ náklady bez dostatečné podpory a prostředků.

Jestliže přemýšlím o dramatickém osudu Kolmogorovy reformy a o jejím představiteli, nemohu nevzpomenout paralelu s jinou ruskou osobností, která patří do stejné generace. Myslím tím Borise Pasternaka a jeho hlavní dílo *Doktor Živago*.

Je zde zřejmá stejná míra talentu, vysokého profesionalismu a schopnosti obyčejné práce, stejná odtrženost od mnoha skutečností tehdejšího života a prostředí, stejné intimní spojení s kulturou a přírodou, stejná smrtelná žárlivost a znepokojení projevované některými kolegy z profese, stejný hluboký pocit oddanosti a nekompromisní vůle naplňovat své poslání.

Můžete se mě ptát, proč dávám Kolmogorovu reformu do kontextu své přednášky. Jsou pro to tři důvody:

Za prvé pro moji osobu je tento příběh nevyčerpatelným zdrojem zkušeností, inspirace a varování pro naši chirurgickou práci při zavádění počítačů do školního vzdělávání.

Za druhé Kolmogorovova reforma se zaměřuje na všechny dříve zmíněné problémy matematického vzdělávání a je jejich reálným svědectvím.

A za třetí jsem přesvědčen, že počítač může a musí být důležitým pomocníkem a partnerem matematického vzdělávání také při řešení těch problémů, které měla původně vyřešit Kolmogorovova reforma.

VI. Informatika a matematika

Nyní o vlivu zavádění počítačů na matematické vzdělávání. Jako předběžnou poznámku mi dovoluji říci, že matematikové jsou také lidské bytosti a počítač jim může pomáhat jako všem ostatním lidem. Pozoruji, že spousta matematiků bez ohledu na věk a akademickou úroveň začala pracovat s počítačem se stejným nadšením jako dospívající mládež. Matematikové dovedou myslet a pro tuto schopnost se dokážou celkem obejít bez umělé inteligence, databází a expertních systémů. Ale počítač jim poskytuje čísla a obrázky a to velmi pomáhá.

Moje první teze je o matematické praxi. Všestranné použití počítačů a konstrukce informatizačního modelu světa nesmírně rozšířily objem a různorodost matematické praxe. Mnoho technik a metod matematické práce se stalo doslova všeobecně dostupným zbožím. Abstraktní design v nejrůznějších provedeních, schematizace konkrétních objektů na základě výběru jejich atributů a relací, konstrukce modelů, dedukce a redukce, rekurzivní myšlení, rozlišování a udržování různých úrovní abstrakce, předpověď chování, analýza zákonů a nařízení i pravidel pro jejich slučitelnost a pak masové navrhování algoritmů i jejich vyhodnocování, to vše se stává nástrojem moderního intelektu a základem informační kultury. A proto zavádění počítačů je jednak nástrojem, jednak i výrazem expanze matematického vědění. Tento celosvětový proces nemůže zůstat matematiky nepovšimnut.

Moje druhá teze se týká terminologie matematického vědění. Počítač imituje anebo spíše reprodukuje lidské chování. Proto sestrojování programátorských a informačních modelů zavádí do matematiky abstrakce lidské činnosti, nejrůznější vlastnosti umělých, biologických, technických a sociálních systémů. To vše přivádí na scénu diskrétní matematiku. Také posun směrem ke kvantovým vlastnostem hmoty ve fyzice usnadňuje tento proces. Rozvíjejí se některé partie diskrétní analýzy, které jsou paralelní k odpovídajícím partiím klasické analýzy. Vazby mezi diskrétním a spojitým se stávají předmětem důkladných studií např. v synergetice a teorii katastrof. Objevily se nové metody matematické práce např. dokazování s pomocí počítače. Takové nové přístupy k matematickému důkazu, jako je proslulé počítačové řešení známého problému čtyř barev, stále ještě vyžadují filozofickou analýzu.

Další teze se bude vztahovat k úloze systémů v matematické teorii. Pojem teorie je vlastní matematice. Na druhé straně informatika obsahuje extrémně důležitý pojem prostředí. Prostor je uzavřený model světa, který je zahrnut v paměti počítače a odpovídá operačnímu prostoru robota nebo jiného manipulátoru, jehož činnost se má naprogramovat. Protože všechny případy chování manipulátoru musí být předvídaný, potřebujeme v praxi úplnou znalost prostředí a také pochopení hranic takového poznání v reálném světě. Veškerá taková znalost musí předcházet jakékoli konkrétní konstrukci.

Získání této znalosti je povinností systémové analýzy a jejím výsledkem je vytvoření úplné teorie. Systémová analýza je nový druh masové lidské praxe a matematické metody jsou jejími velmi důležitými nástroji.

Moje čtvrtá teze je o počítačovém experimentu s matematickým modelem. Jeho důležitost pro inženýrskou praxi je široce uznávána. Jeho praktičnost v pedagogickém procesu se také mnohokrát potvrdila. Já bych jenom dodal, že v nynější době se matematický experiment stává stále více zdrojem čistě matematické inspirace a objevů. V tomto ohledu bych poukázal na nedávné zajímavé výzkumy dr. Hazenwinkela z amsterodamského Centra matematických a počítačových výzkumů [22].

Moje pátá teze se vztahuje k vizualizaci abstrakce. Jak udělat myšlenku viditelnou, to je věčný a strastiplný problém vědců a vychovatelů. Intelektuální grafika má tisíciletou historii, od fresky doby kamenné k Escherovým rytinám. A zde opět velmi pomáhá počítač se svou schopností syntetizovat obrázky. Podívejme se na nádherné obrázky z časopisu „Scientific American“. V současné době je zde třetina ilustrací vytvářena společně vědcem, programátorem a počítačem.

Pokud jde o vzdělávání, každý ví, že jasný a překvapivý obrázek dokáže stimulovat mladou mysl.

Moje šestá teze se vztahuje na dynamiku v matematice. Matematika je vědou o invariantech. Reálnou znalost invariantu můžete získat, jen když pochopíte dialektiku stálosti a proměnnosti jeho charakteristik.

Jak řekl Karel Marx: „Každý zákon manifestuje sám sebe, jen když se pokouší sebe sama porušit.“ Abychom ve všech událostech popsaných nějakým zákonem mohli vidět logickou nutnost, musíme pochopit tento zákon a být schopni jej aplikovat.

Počítač se svou schopností počítat a vizualizovat dovoluje pozorovateli pokročit od pouhé statické struktury matematické relace a demonstrovat různé trajektorie dynamického procesu v prostoru a čase. Tím obohacuje pozorovatele, jeho zkušenost, intuici a schopnost předvídat. To všechno přibližuje výukový proces k výzkumu a experimentu.

Moje další teze se týká pořádku a chaosu. Z možných využití počítačů v matematických experimentech jsou pro výchovu obzvláště důležité ty, které nám dovolují pozorovat formování regulární struktury počínaje od počátečního chaotického stavu. Ve své nejjednodušší formě jsou to různé struktury, které se objevují jako výsledek iterace jistých nelineárních operátorů, které se původně aplikovaly na náhodné objekty. Mnoho fascinujících příkladů takových iterativních operátorů dosvědčují stránky časopisu „Scientific American“.

Nicméně musím připustit, že vzdělávací potenciál těchto experimentů není ještě zcela doceněn. Mohou totiž vytvořit nesmírně účinný kanál, kterým se budou rozšiřovat naše matematické znalosti o velmi široké třídě přírodních jevů, jako jsou posuv kontinentů, tvary mořského pobřeží, horské krajiny, tvary polární záře, tvary listů na stromech, barva kůže zvířat, vznik konfliktů a eskalace krizí.

Moje další, osmá teze se vztahuje na základní schopnosti a znalosti.

V mnoha populárních knížkách o matematice můžete číst: „Tato kniha nevyžaduje žádné předběžné znalosti, ale předpokládá jistou schopnost abstraktního uvažování.“ Je škoda, že takové věci se uvádějí jen v předmluvách a probírají se jen v diskusích mimo

učebnu. Na druhé straně je možné, že matematická výchova na chodbách, podobně jako výchova na ulici v reálném životě je tím reálným základem matematické kultury, což je hlavním cílem školního vzdělání.

Zde plně souhlasím s profesorem Seymourem Papertem [23], který přesvědčivě ukazuje, že počítač se svou schopností přímé manipulace s viditelnými obrázky abstraktních matematických objektů v různých mikrosvětích (jako LOGO) může tento výše uvedený vážný problém předmatematické výchovy učinit pedagogicky explicitním cílem zejména v období předškolní a základní školní docházky.

Zde bychom mohli řešit nejrůznější logické problémy, pořádat intelektuální soutěže, sestavovat a poznávat různá pravidla hry, navrhovat mikrosvěty, přímo manipulovat s matematickými objekty, ovládat manipulátory a plánovat jejich činnost, jakož i mnoho dalších věcí.

Moje poslední teze je jen malým přídavkem k tezi předchozí: Dynamický, vizuálně atraktivní, přátelský a podněcující způsob chování počítače, který je kombinovaný s jeho univerzalitou, jej dělá ideálním nástrojem pro formování probuzeného zájmu o matematiku, o její krásu, překvapivost, schopnost předpovídat a o magické spojení se vším kolem nás.

VII. Závěr

Nyní několik slov na závěr. Beru na sebe riziko, že podám jednu poněkud omezující, ale snad i důležitou definici informatiky jako vědy; týká se pravidel účelné činnosti. Tuto definici lze považovat za správnou jen tehdy, když ztotožníme informatiku s vědou o počítačích a budeme souhlasit s Churchovou tezí a Turingovým konceptem univerzálního stroje.

Jestliže s tím vším souhlasíme, okamžitě dojdeme k závěru, že nově zrozená informatika se stává neoddělitelnou sestrou matematiky i jazyka a vytváří tak základní trojúhelník (nebo trojici) hlavních projevů lidského intelektu:

schopnosti komunikovat,
schopnosti uvažovat,
schopnosti jednat.

Disciplína jednání je pro člověka stejně tak nezbytná jako disciplína mluvení. Tím, že se člověk učí ovládat počítač, rozvíjí i schopnost ovládat sám sebe. Porozumí-li tomu, jak počítač řeší problém, uchová si toto porozumění ve své paměti. Když člověk pozoruje a prožívá různé katastrofy odehrávající se v umělem prostředí, učí se tím dělat rozhodnutí mající praktické důsledky, a to s mnohem menšími náklady a ztrátami.

Jinými slovy věřím, že informatika pomůže překonat odtazitý charakter, zahleděnost do sebe a infantilní způsob vzdělávání žáků.

Literatura

- [1] HOWSON A. G., KAHANE J.-P. (eds.): *The Influence of Computers and Informatics on Mathematics and its Teaching*. Proc. ICMI Symposium, Strasbourg, 1985, Cambridge Univ. Press, 1986.
- [2] *The Influence of Computers and Informatics and its Teaching*. Supporting papers for the ICMI Symposium, Strasbourg, 1985. IREM, Université Louis Pasteur, 1985.
- [3] JOHNSON D. C., TINSLEY J. D. (eds.): *Informatics and Mathematics in Secondary Schools: Impacts and Relationships*. IFIP TC-3 Conference, Sofia, 1987. North-Holland, 1987.
- [4] JOHNSON D. C., TOVIS F. (eds.): *Informatics and the Teaching of Mathematics*. IFIP TC-3 Conference, Sofia, 1987. North-Holland, 1987, p. 172.
- [5] SADOVSKAJA N. A. (sost.): *Primeněnije EVM školnom obrazovanii*. Bibliografičeskij ukazatel' literatury. Čast I. Otečestvennyj opyt. Novosibirsk, 1984 (Vyčislitel'nyj centr SO AN SSSR).
- [6] JUNERMAN N. A., KISAROVA M. P. (sost.): *Školnaja informatika*. Bibliografičeskij ukazatel' otečestvennoj i inostrannoj literatury za 1981—1985 gg. Novosibirsk, 1986 (Vyčislitel'nyj centr SO AN SSSR).
- [7] JERŠOV A. P., ZVENIGORÓDSKIJ G. A., PERVIN JU. A., JUNERMAN N. A.: *EVM v škole: opyt formulirovanija nacionalnoj programmy*. In: INFO 84, 6—10 February 1984, Dresden, Plenarvorträge 1, s. 53—63.
- [8] JERŠOV A. P., MONACHOV V. M., KUZNEČOV A. A. i dr.: *Osnovy informatiki i vyčislitel'noj tehniki. Čast II*. Prosveščeniye, 1985.
- [9] JERŠOV A. P., MONACHOV V. M., BEŠENKOV S. A. i dr.: *Osnovy informatiki i vyčislitel'noj tehniki. Čast II*. Prosveščeniye, 1985.
- [10] JERŠOV A. P., MONACHOV V. M., KUZNEČOV A. A. i dr.: *Izučeniye osnov informatiki i vyčislitel'noj tehniki. Čast I*. Prosveščeniye, 1985.
- [11] JERŠOV A. P., MONACHOV V. M., BITIŠ M. V. i dr.: *Izučeniye osnov informatiki i vyčislitel'noj tehniki. Čast II*. Prosveščeniye, 1986.
- [12] ACM Educational Board, IEEE Computer Society Activities Educational Board: *Computer Science in Secondary Schools. Curriculum and Teacher Certification*. — Communications of the ACM, 3, No. 3, 1985, pp. 269—279.
- [13] JERŠOV A. P.: *Naučnometodičeskije osnovy školnogo kursa informatiki*. Vestnik AN SSSR, 1985, No. 12, s. 49—59.
- [14] JERŠOV A. P., KUŠNIRENKO A. G., LEBEDĚV G. V. i dr.: *Osnovy informatiki i vyčislitel'noj tehniki IX—X klass*. Prosveščeniye, 1988.
- [15] KAJMIN V. A., ŠČEGOLEV A. G., JEROCHÍNA JE. A., FEĐUŠIN D. P.: *Informatika. Čast I, II*. Moskovskij Institut Elektronogo Mašinostrojenija 1987, s. 228.
- [16] JERŠOV A. P.: *Školnaja informatika v SSSR — ot gramotnosti k kulture*. Informatika i obrazovanije, 1987, No. 6, s. 3. II.
- [17] *Koncepcija ispolzovanija sredstv vyčislitel'noj tehniki sfere obrazovanija* (Projekt). — Informatika i obrazovanije, 1988, No. 6.
- [18] *Programma kursa „Osnovy informatiki i vyčislitel'noj tehniki“*. — Mikroprocessornyje sredstva i sistemy, 1986, No. 4, s. 86—89.
- [19] The National Science Board, Commission on Pre-college Education in Mathematics, Science and Technology: *Educating Americans for the 21st Century*. Washington, National Science Foundation, 1983, p. 124.
- [20] International Commission on Mathematical Instruction (ICMI): *School Mathematics in the 1990-s*. Centre for Mathematics Education, Univ. of Southampton, 1985, p. 31.
- [21] KOLMOGOROV A. N.: *Matematika — nauka i professija*. Biblioteka „Kvant“, vyp. 64. Nauka, Fizmatlit, 1988.
- [22] HAZEWINKEL: *Experimental Mathematics. Report PM-R8411*. Centre for Mathematics and Computer Science Amsterdam, October 1984.
- [23] PAPERT, SEYMOUR: *Mindstorms — Children, Computers and Powerful Ideas*. New York: Basic Books, 1980.