Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Ladislav Dunajský
Fyzikálne základy raketovej techniky

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 3 (1958), No. 6, 689--697

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/138052`

FYZIKÁLNE ZÁKLADY RAKETOVEJ TECHNIKY

LADISLAV DUNAJSKÝ

V článku sa preberajú základné problémy mechaniky telesa s premennou hmotou. Odvádza sa Meščerského rovnica a Ciolkovského vzorec. Získané výsledky sa aplikujú na problém vypustenia umelých družíc pomocou n-stupňových rakiet.

Úvod

Raketa je lietajúci aparát s reaktívnym motorom. Potrebné palivo a okysličovadlo sa dopravuje na rakete. Motor slúži len na dosiahnutie potrebnej rýchlosti, potom po spálení pohonných hmôt prestane pracovať. Ostatnú časť dráhy raketa preletí vďaka kinetickej energii, ktorú má pri skončení činnosti motoru. Raketa môže uskutočniť riadený let tak v atmosfére, ako aj v priestore bez vzduchu. Motor rakety môže spotrebovať buď pevné, alebo kvapalné palivo.

Pri pohybe, keď pracuje motor, značne sa mení hmota rakety. Napr. raketa V-2 pri štarte mala hmotu 12 500 kg; jej motor bol v chode len 70 sekúnd ale spotreboval 8750 kg pohonnej zmesi. Vidíme, že pri skúmaní pohybu rakiet nemôžeme vychádzať priamo z druhého Newtonovho zákona:

$$m\mathbf{a} = \mathbf{F},$$

lebo tento zákon je správny len ak ide o pohyb telesa so stálou hmotou. V prvej fáze pohybu rakety, kedy pracuje motor, sa však jej hmota značne mení.

„Mechanika telesa s premennou hmotou je náuka XX. storočia“ — píše A. A. Kosmoděmjanskij [1]. Súčasná raketová technika vyžaduje riešenie stále novších a novších úloh od tohto odvetvia teoretickej mechaniky.

V rôznych odvetviach priemyslu a poľnohospodárstva možno ukázať pohybujúce sa telesá, ktorých hmota sa značne mení v priebehu ich pohybu. Rotujúce vreteno, na ktoré sa navinuje niť, mení svoju hmotu aj moment zotrvačnosti pri svojom pohybe. Kotúč novinového papiera, ktorý sa rozmotáva na valci tlačiarenského stroja, je príkladom na teleso, ktorého hmota sa zmenšuje pri pohybe. Kombajn s lisom na slamu, je príkladom na teleso, ktorého hmota najprv spojite rastie a potom sa zmenšuje skokom.

Hmota prúdového lietadla zväčšuje sa v dôsledku vsávania častíc vzduchu do motoru a zmenšuje sa v dôsledku odchádzania produktov spálenia cez trysku. Máme tu príklad na teleso, ktorého hmota súčasne rastie aj ubúda.

Rakety rôznych systémov vyrábajú sa v súčasnej dobe v ohromnom množstve. Pohyb všetkých týchto telies možno študovať len na základe mechaniky telesa s premennou hmotou.

Aj v mnohých úkazoch prírody možno vidieť telesá, ktorých hmota sa značne mení v priebehu ich pohybu. Hmota Zeme rastie v dôsledku padania meteoritov. Len ak berieme v úvahu tento fakt možno exaktne opísať pohyb Mesiaca, ktorý je v súhlase s pozorovaním. Hmota padajúceho meteoritu, ktorý sa pohybuje v atmosfére, zmenšuje sa v dôsledku pôsobenia vzduchu, niekedy meteorit aj úplne zhorí. Hmota Slnka sa zväčšuje o hmotu zachyteného „kozmického prachu“ a zmenšuje sa v dôsledku žiarenia.

Hoci, ako vidíme, mechanika telesa s premennou hmotou má veľkú dôležitosť ako teoretickú tak aj praktickú, nevenuje sa jej v učebniciach fyziky väčšinou žiadna pozornosť.

Meščerského rovnica

Pri formulácii zákonov a najmä príkladov v tomto článku budeme mať na zreteli základné problémy raketovej techniky. Pritom budeme sa zaoberať len otázkou, ako závisí pohybový stav rakety od zmeny jej hmoty. Ostatné otázky, ako výber paliva, konštrukciu motoru, umiestenie nákladu, prípadnú ochranu posádky atď., v tomto článku nebudeme riešiť. O týchto otázkach sa hovorí v [2] až [7].

Pri formulácii základnej rovnice mechaniky telesa s premennou hmotou treba vychádzať zo zákona zachovania hybnosti a zo zákona nezávislého pôsobenia síl t. j. sily sa navzájom neovplyvňujú.

Podobne ako v mechanike telesa so stálou hmotou zavádzame abstrakciou pojem hmotného bodu s premennou hmotou. Hmotný bod s premennou hmotou môžeme si predstaviť ako hmotný stred dostatočne malého telesa, hmota ktorého sa mení v čase tak, že posunutie hmotného stredu telesa vzhľadom na referenčný súradnicový systém viazaný na teleso je tak malé, že ho netreba uvažovať.

Ďalší predpoklad, ktorý urobíme je, že pri oddelení častice od hmotného bodu hmoty m zmení sa hybnosť hmotného bodu len v momente bezprostredného dotyku oddeľujúcej sa častice; len čo častica má relatívnu rýchlosť vzhľadom na hmotný bod, jej pôsobenie na hmotný bod sa preruší. Tento predpoklad sa nazýva predpokladom blízkeho pôsobenia alebo kontaktného pôsobenia.

Pri odvodení základných rovníc pohybu ďalej predpokladáme, že výtok hmoty telesa deje sa spojite a prvá derivácia hmoty telesa podľa času je konečná.

Nech hmota hmotného bodu v čase t je m a jeho rýchlosť $\mathbf{v}$ vzhľadom na súradnicový systém $Oxyz$. Tento súradnicový systém nech je inerciálny.

Hybnosť hmotného bodu v čase t je $\mathbf{p}_0 = m\mathbf{v}$.

Nech za čas $\mathrm{d}t$ od hmotného bodu oddelí sa častica hmoty $(-\mathrm{d}m)$ $[\mathrm{d}m < 0]$ a nech rýchlosť častice vzhľadom na súradnicový systém $Oxyz$ je $\mathbf{u}$.

Hybnosť celého systému, t. j. bodu a oddelenej častice v čase $t + \mathrm{d}t$ je:

$$\mathbf{p} = [m - (-\mathrm{d}m)](\mathbf{v} + \mathrm{d}\mathbf{v}_1) + (-\mathrm{d}m)\,\mathbf{u}\,,$$

$\mathrm{d}\mathbf{v}_1$ je prírastok rýchlosti uvažovaného bodu.

Na základe zachovania hybnosti platí $\mathbf{p} = \mathbf{p}_0$, alebo rozpísané:

$$(m + \mathrm{d}m)(\mathbf{v} + \mathrm{d}\mathbf{v}_1) - \mathrm{d}m\,.\,\mathbf{u} = m\mathbf{v}$$

Zanedbajúc člen $(\mathrm{d}m\,.\,\mathrm{d}\mathbf{v}_1)$, ktorý je nekonečne malá veličina druhého rádu, dostaneme

$$\mathrm{d}\mathbf{v}_1 = \frac{\mathrm{d}m}{m}(\mathbf{u} - \mathbf{v}) = \frac{\mathrm{d}m}{m}\mathbf{v}_r,$$

lebo ako vidíme z obr. 1. $\mathbf{u} - \mathbf{v} = \mathbf{v}_r$ je relatívna rýchlosť oddelenej častice vzhľadom na uvažovaný hmotný bod, ktorá sa nazýva výtoková rýchlosť, niekedy aj efektívna rýchlosť.

Predošlý vzťah predelíme $\mathrm{d}t$:

$$\mathbf{a}_1 = \frac{\mathrm{d}\mathbf{v}_1}{\mathrm{d}t} = \mathbf{v}_r\frac{1}{m}\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\,.$$

Ak na hmotný bod pôsobia ešte vonkajšie sily, ktorých výslednica je $\mathbf{F}$, zrýchlenie hmotného bodu pôsobené silou $\mathbf{F}$ až na veličiny nekonečne malé druhého rádu udáva druhý Newtonov zákon $\mathbf{a}_2 = \frac{1}{m}\mathbf{F}$.

Na základe zákona nezávislého pôsobenia síl celkové zrýchlenie hmotného bodu s premennou hmotou je:

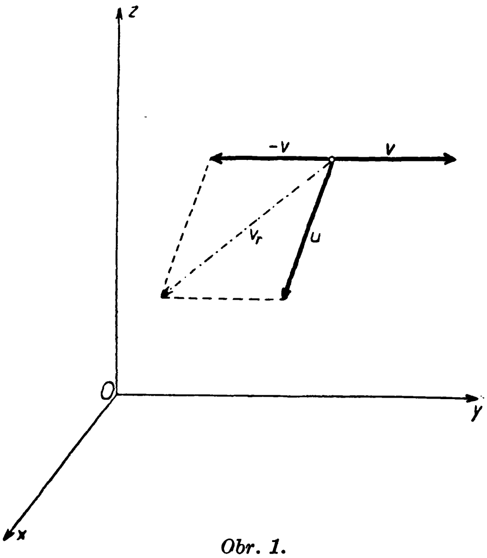
$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2 = \frac{d\mathbf{v}}{dt}\,.$$

Po dosadení a úprave obdržíme vzťah

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F} + \frac{dm}{dt}\mathbf{v}_r\,. \qquad (1)$$

Túto rovnicu prvý raz publikoval I. V. Meščerskij r. 1897 vo svojej knihe *Dinamika točki peremennoj massy*. Podľa neho sa aj v literatúre nazýva.

Výraz $\frac{dm}{dt}\mathbf{v}_r$ sa označuje $\mathbf{F}_r$ t. j. $\mathbf{F}_r = \frac{dm}{dt}\mathbf{v}_r$ a nazýva sa reaktívna sila. Táto sila vzniká v dôsledku výtoku častíc.



Obr. 1.

Rovnicu Meščerského na problém pohybu rakiet prvý raz aplikoval K. E. Ciolkovskij r. 1903 vo svojom článku *Issledovanije mirovych prostranstv reaktivnymi priborami*, uverejneného v časopise *Naučnoje obozrenije*.

Ciolkovského úloha

Nech hmotný bod pohybuje sa po priamke vo vákuu bez pôsobenia vonkajších síl, výtoková rýchlosť je stála a má opačný smer ako rýchlosť hmotného bodu. Treba určiť zákon rýchlosti a dráhy.

Rovnica (1) má teraz tvar

$$m\frac{dv}{dt} = -\,v_r\frac{dm}{dt}\,.$$

Znamienko mínus objavilo sa na pravej strane v dôsledku toho, že $\mathbf{v}$ a $\mathbf{v}_r$ sú nesúhlasne rovnobežné vektory. Po úprave horeuvedenej rovnice máme

$$dv = -\,v_r\frac{dm}{m}\,.$$

Integráciou tejto rovnice plynie

$$v = -\,v_r \ln m + C\,,$$

C je integračná konštanta, ktorej hodnotu určíme pomocou počiatočnej rýchlosti, ktorá nech je v_0. Teda pri $t = 0$, $m = m_0$, $v = v_0$. Z toho plynie

$C = v_0 + v_r \ln m_0$. Rýchlosť hmotného bodu je

$$v = v_0 + v_r \ln \frac{m_0}{m} . \tag{2}$$

Tento vzťah sa nazýva Ciolkovského vzorec.

Ak označíme hmotu bodu po ukončení procesu výtoku m_k a vytečenú hmotu (palivo) ako m_p, rýchlosť bodu na konci procesu spalovania je daná vzťahom:

$$v_k = v_r \ln \left(1 + \frac{m_p}{m_k}\right) + v_0 . \tag{3}$$

Žiaľ ako aj v ostatných oboroch fyziky, niet ani tu jednotného označenia ani terminológie.

Kosmoděmjanskij [8] nazýva Ciolkovským číslom Z pomer m_p a m_k: $Z = \frac{m_p}{m_k}$. Pobedonoscev [9] zas

$$Z = \frac{m_0}{m_k} . \tag{4}$$

V ďalšom sa pridržíme definície (4).

Vzťah (3) teda možno napísať vo tvare

$$v_k = v_r \ln Z + v_0 . \tag{5}$$

Ak počiatočná rýchlosť je nulová ($v_0 = 0$) máme:

$$v_k = v_r \ln Z . \tag{6}$$

Graficky znázornený tento vzťah vidíme na obr. 2.

Ako vidíme rýchlosť hmotného bodu s premennou hmotou pri ukončení činnosti motoru je priamoúmerná výtokovej rýchlosti, s rastúcim Ciolkovským číslom zväčšuje sa a nezávisí od zákona zmeny hmoty rakety t. j. od režimu práce motoru.

Závislost hmoty rakety vo všeobecnosti možno písať vo tvaru $m = m_0 f(t)$, pričom $f(0) = 1$.

Ak chceme určiť zákon dráhy musíme poznať ako sa mení hmota rakety v závislosti na čase t. j. funkciu $f(t)$.

Integráciou (2) dostaneme zákon dráhy:

$$s = s_0 + v_0 t - v_r \int_0^t \ln f(t) \, \mathrm{d}t . \tag{7}$$

V súčasnej praxi i teoretických pojednaniach najviac sa používajú dva zákony zmeny hmoty:

a) lineárny zákon: $f(t) = 1 - \alpha t$, α je konštanta; kedy sekundový úbytok hmoty $-\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = \alpha m_0 =$ konšt a absolútna hodnota reaktívnej sily

$$F_r = \left|\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\right| v_r = \alpha m_0 v_r = \text{konšt} .$$

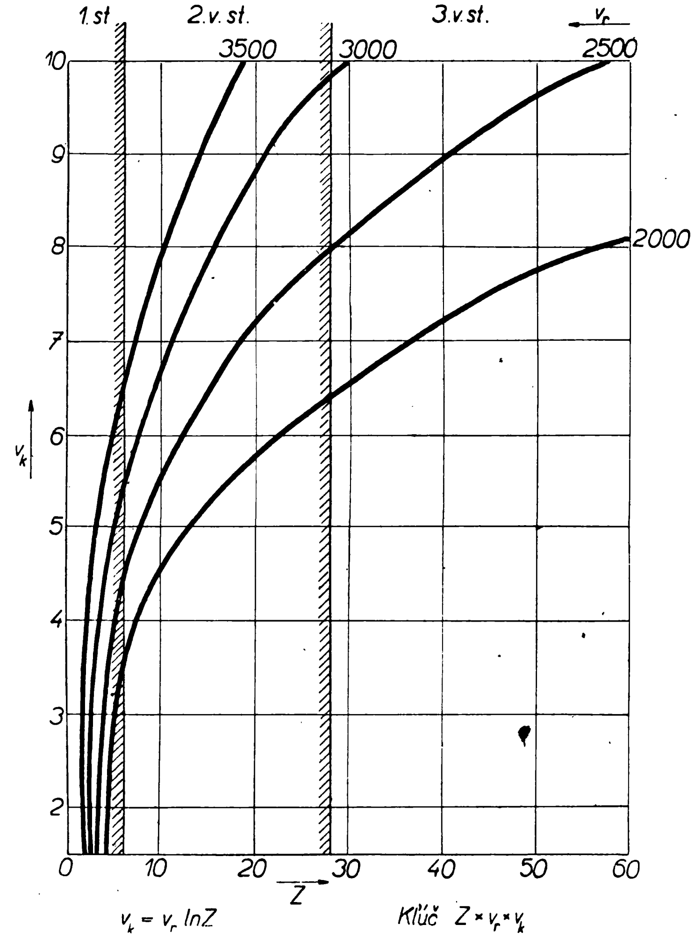
Čím sme objasnili fyzikálny zmysel lineárneho zákona.

b) exponenciálny zákon $f(t) = \mathrm{e}^{-\alpha t}$, α je konštanta. Absolútna hodnota reaktívnej sily:

$$F_r = \left|\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\right| v_r = m_0\,\mathrm{e}^{-\alpha t}\,\alpha v_r = \alpha m v_r$$

a zrýchlenie pôsobené reaktívnou silou je

$$a_r = \frac{F_r}{m} = \alpha v_r = \text{konšt}\,.$$



Obr. 2. Priesečníkový nomogram pre Ciolkovského vzorec $v_k = v_r \ln Z$. v_k je udaný v km $\sec^{-1}$, v_r m $\sec^{-1}$, Z má rozmer 1. 1. st. — oblasť použitia jednostupňovej rakety, 2. st. — dvojstupňovej, 3. v. st. — troj a viacstupňových rakiet.

Vyčíslenie dráhy v prípade a a b prenechávame čitateľovi. Taktiež sledovanie zaujímavého problému pohybu rakety zvisle nahor za prv uvedených predpokladov v homogénnom gravitačnom poli.

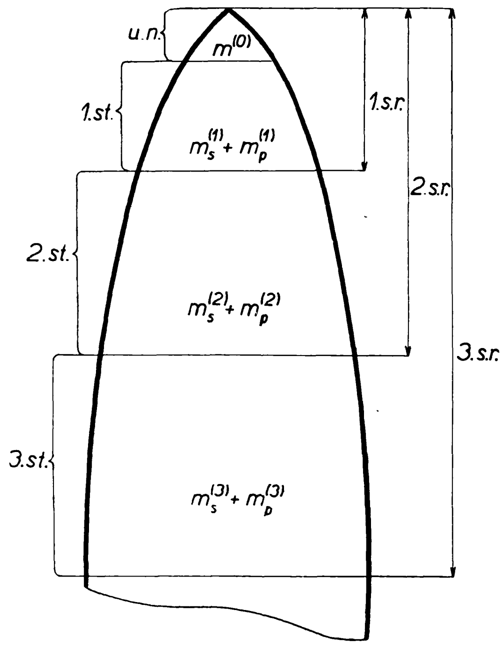
Pre exponenciálny zákon zmeny hmoty možno odvodiť tieto výsledky: hmotný bod bude sa pohybovať zvisle nahor so zrýchlením $a = \alpha v_r - g$. Symbol α a v_r už sme pred tým definovali, g je gravitačné zrýchlenie 9,81 m $\sec^{-2}$.

Ďalej sa dá odvodiť, že maximálnu výšku raketa dosiahne pri čo možno najrýchlejšom spálení pohonných hmôt. V tomto prípade vystúpi do popredia veľké zrýchlenie, preto treba riešiť aj prípad kedy je maximálna aktívna časť dráhy. Jednoduchým výpočtom plynie, že v tomto prípade pri $v_0 = 0$ musí byť splnený vzťah $a_r = \alpha v_r = 2g$. Maximálna výška je ale len polovičná ako pri okamžitom spálení pohonných hmôt.

n-stupňové rakety

Ak telesu udelíme pri povrchu Zeme vodorovnú rýchlosť 7912 m/sec a nejestvovala by atmosféra Zeme, obiehalo by toto teleso po kruhovej pohybovej čiare okolo Zeme. Táto rýchlosť sa nazýva prvou kozmickou rýchlosťou.

Ak teleso nadobudne rýchlosť pri zemskom povrchu 11 190 m/sec (druhá kozmická rýchlosť) bude schopné vzdialiť sa od neho do nekonečne veľkej vzdialenosti (gravitáciu Slnka neuvažujeme). Odpor vzduchu podľa Pobedonosceva [10] možno uvažovať pri vypustení umelých družíc ako doplňkovú rýchlosť potrebnú udeliť družici naviac. Táto rýchlosť dosahuje 10—15% rýchlosti bez uvažovania odporu vzduchu. Teda miesto 8 km/sec musíme uvažovať rýchlosť 9 km/sec, ale možno použiť výsledky prv získané pre vákuum.



Obr. 3. Schéma n-stupňovej rakety; *u. n.* — užitočný náklad, 1. st. — prvý stupeň, 2. st. — druhý stupeň, 3. st. — tretí stupeň, $m_0^{(0)}$ — hmota užitočného nákladu, $m_s^{(1)}$ — „suchá hmota" 1. st., $m_s^{(2)}$ — „suchá hmota" 2. st., $m_s^{(3)}$ — „suchá hmota" 3. st., $m_p^{(1)}$ — hmota paliva 1. st., $m_p^{(2)}$ — hmota paliva 2. st., $m_p^{(3)}$ — hmota paliva 3. st. 1. s. r. — prvá subraketa, 2. s. r. — druhá subraketa, 3. s. r. — tretia subraketa.

Najreálnejším moderným lietajúcim aparátom, ktorý umožňuje dosiahnúť rýchlosť 9 km/sec, je raketa.

Moderné raketové motory majú výtokovú rýchlosť okolo 2500 m/sec. Pre dosiahnutie rýchlosti 9 km/sec musí byť Ciolkovského číslo $Z = 40$ ako to vyplýva zo vzťahu (6) alebo ako to vidíme na obr. 2. Dosiaľ ale podarilo sa konštrukčne dosiahnúť pri jednostupňovej rakete len $Z = 6$. Z toho vyplýva, že pri vypustení umelých družíc a pri medziplanetárnych letoch musíme prejsť ku konštrukcii stupňovitej — skladanej rakety.

Na obr. 2. vidíme dnešné reálne možnosti použitia rakiet s rozličným počtom stupňov.

Pri výpočte charakteristík stupňovitých rakiet budeme postupovať podľa schémy, ktorá je znázornená na obr. 3.

Užitočný náklad sú prístroje alebo ľudia, nosná konštrukcia a obal, ktorý ich drží a chráni za letu. Označíme jeho hmotu $m^{(0)}$.

Stupeň rakety je palivo, ktoré sa spotrebuje počas činnosti daného stupňa a to čo sa oddelí od rakety na príslušnom stupni (motor, armatúra, riadiace prístroje, nádrže s palivom a ich obal). Subraketa je spojenie užitočného nákladu a stupňov rakety. Jeden stupeň je činný a všetky ostatné stupne, ktoré letia s užitočným nákladom celej rakety treba považovať za užitočný náklad príslušnej subrakety, hmota i-tej subrakety je $m^{(i)}$.

Význam symbolov na obr. 3 je tento: $m_p^{(i)}$ hmota paliva, ktoré sa spotrebuje na i-tom stupni, $m_s^{(i)}$ „suchá hmota" i-tého stupňa — všetko to, čo na danom stupni sa oddeľuje od rakety za letu.

Medzi tymito veličinami platia vzťahy:

$$m^{(1)} = m^{(0)} + m_s^{(1)} + m_p^{(1)},$$
$$m^{(2)} = m^{(1)} + m_s^{(2)} + m_p^{(2)},$$
$$m^{(n)} = m^{(n-1)} + m_s^{(n)} + m_p^{(n)};$$

n je počet stupňov rakety.

Vzájomné vzťahy medzi týmito veličinami sú:

a) „pomerná" hmota i-tej subrakety je pomer plnej počiatočnej hmoty subrakety k hmote jej užitočného nákladu t. j.:

$$p_1 = \frac{m^{(1)}}{m^{(0)}}, \quad p_2 = \frac{m^{(2)}}{m^{(1)}}, \quad p_n = \frac{m^{(n)}}{m^{(n-1)}}.$$

Plná „pomerná" hmota n-stupňovej rakety je pomer celkovej hmoty n-stupňovej rakety k užitočnému nákladu:

$$P = \frac{m^{(n)}}{m^{(o)}} = \frac{m^{(1)}}{m^{(0)}} \cdot \frac{m^{(2)}}{m^{(1)}} \cdots \frac{m^{(n)}}{m^{(n-1)}} = p_1 \cdot p_2 \cdots p_n. \tag{8}$$

b) „konštrukčná charakteristika" jednotlivých stupňov je pomer celkovej hmoty stupňa k hmote stupňa po spotrebovaní paliva t. j.: $s_1 = \dfrac{m_s^{(1)} + m_p^{(1)}}{m_s^{(1)}}$,

$$s_2 = \frac{m_s^{(2)} + m_p^{(2)}}{m_s^{(2)}}, \quad s_n = \frac{m_s^{(n)} + m_p^{(n)}}{m_s^{(n)}}.$$

c) Ciolkovského číslo i-tého stupňa je pomer celkovej hmoty subrakety k jej hmote po spotrebovaní paliva t. j.

$$Z_1 = \frac{m^{(1)}}{m^{(1)} - m_p^{(1)}}, \quad Z_2 = \frac{m^{(2)}}{m^{(2)} - m_p^{(2)}}, \quad Z_n = \frac{m^{(n)}}{m^{(n)} - m_p^{(n)}}.$$

Odvoďme teraz výslednú rýchlosť n-stupňovej rakety. Počiatočná rýchlosť nech je $v_0 = 0$. Po skončení aktívnej časti n-tej subrakety výsledná rýchlosť podľa (6) je $v_k^{(n)} = v_r^{(n)} \ln Z$.

Táto rýchlosť je počiatočná rýchlosť pre $n - 1$ stupeň. Použitím vzťahu (5) dostaneme tento vzťah pre výslednú rýchlosť $n - 1$ subrakety:

$$v_k^{(n-1)} = v_r^{(n)} \ln Z_n + v_r^{(n-1)} \ln Z_{n-1}.$$

Opakujúc tento postup obdržíme vzťah pre výslednú rýchlosť užitočného nákladu:

$$v_k = \sum_{i=1}^{n} v_r^{(i)} \ln Z_i.$$

Tabul'ka
Charakteristiky rakety na vypustenie umelej družice o hmote 300 kg.

	Výtoková rýchlosť [m/sec]	s	z	p	Užitočný náklad [t]	Palivo [t]	„Suchá" hmota [t]	Celková hmota [t]	Dosiahnuteľná rýchlosť [m/sec]
1. stupeň	2400	4,70	2,55	4,39	0,30	0,80	0,22	1,32	2250
2. stupeň	2400	4,70	2,55	4,39	1,32	3,52	0,95	5,75	4500
3. stupeň	2400	4,70	2,55	4,39	5,79	15,79	4,42	26,00	6750
4. stupeň	2400	4,70	2,55	4,39	26,00	67,49	18,11	111,60	9000
Celá raketa	2400	4,70	42,50	372,00	0,30	87,60	23,70	111,60	9000

Ak $v_r^{(1)} = v_r^{(2)} \ldots = v_r^{(n)} = v_r$ t. j. výtoková rýchlosť každého stupňa je rovnaká:

$$v_k = v_r \ln (Z_1 \,.\, Z_2 \ldots Z_{n-1} \,.\, Z_n) = v_r \ln Z\,,$$

kde sme označili $Z = Z_1 \,.\, Z_2 \ldots Z_{n-1} \,.\, Z_n$. Z predošlého plynie

$$Z = e^{\frac{v_k}{v_r}}\,. \tag{9}$$

Medzi p_i, s_i a z_i platí identita

$$\frac{Z_i - 1}{Z_i} = \frac{s_i - 1}{s_i} \,.\, \frac{p_i - 1}{p_i}\,,$$

o platnosti ktorej môžeme sa presvedčiť, ak do nej dosadíme za p_i, s_i a z_i príslušné výrazy.

Pre jednoduchosť predpokladajme, že konštrukčná charakteristika s_i a Ciolkovského číslo Z_i pre všetky stupne sú rovnaké, t. j.

$$s_1 = s_2 = \ldots = s_{n-1} = s_n = s\,,$$
$$Z_1 = Z_2 = \ldots = Z_{n-1} = Z_n = Z\,,$$

z čoho plynie aj rovnosť „pomerných" hmôt

$$p_1 = p_2 = \ldots = p_{n-1} = p_n = p$$

a ďalej

$$z^n = Z\,, \quad p^n = P\,.$$

Vychádzajúc z prv uvedenej identity a definície príslušných veličín možno odvodiť následujúce vzťahy pomerne jednoduchou algebraickou úpravou príslušných výrazov:

$$P = Z \left(\frac{s-1}{s-z}\right)^n, \tag{10}$$

$$m_s^{(1)} = m^{(0)} \frac{p-1}{s}\,, \tag{11}$$

$$\sum_{i=1}^{n} m_p^{(i)} = m^{(n)} \,.\, \frac{s-1}{s} \,.\, \frac{P-1}{P}\,. \tag{12}$$

Napríklad treba vypočítať charakterístiky štvorstupňovej rakety, ktorá má udeliť umelej družici o hmote $m_0 = 300$ kg rýchlosť 9000 m/sec. Táto rýchlosť ako sme už prv spomenuli umožňuje prekonať odpor atmosféry a zabezpečí kruhovú pohybovú čiaru družice vo výške asi 200 km nad zemským povrchom.

Výtoková rýchlosť na všetkých stupňoch je rovnaká:

$$v_r^{(1)} = v_r^{(2)} = v_r^{(3)} = v_r^{(4)} = v_r = 2\,400 \text{ m/sec}$$

a tiež $s = 4{,}70$ pre všetky stupne je rovnaké. Výsledky výpočtov na základe predchádzajúcich vzorcov sú uvedené v tabuľke.

Tu vypočítame údaje podľa Pobedonosceva [11] sú prijatelné a reálne, lebo pri výpočte sa použili len také charakteristiky, ktoré sa už dnes pri raketách dosiahli a také motory, ktoré pracujú na chemické pohonné hmoty.

Záver

Rozvoj raketovej techniky je možný len ak sa bude ďaliej rozvíjať jej teoretický základ — mechanika telesa s premennou hmotou. Ďalší rozvoj raketovej techniky a ostatných príbuzných disciplín umožní ľudstvu uskutočnit svoj dávny sen — medziplanetárne lety.

Literatúra:

[1] Kosmoděmjanskij A. A.: *Kurs těoretičeskoj mechaniki*, GUPI, Moskva 1955, 460.
[2] Pobedonoscev J. A.: *Umelé družice Zeme*, Práca, Bratislava 1958.
[3] Pírko Z.: *Dnešní stav reaktivní techniky*, Rozhledy matematicko-přírodovědecké 29 (1949/50).
[4] Gilzin K. A.: *Raketové motory*, Tech. věd. vyd., Praha 1952.
[5] *Bolšaja sovetskaja enciklopedija*, vtoroje izdanije, heslo *Reaktivnyj dvigatěl* 36. t. 142. str., heslo *Raketa* 35. t. 665 str. a heslo *Mežplanětnyje soobščenija* 27. t. 51 str.
[6] Šternfeld A. A.: *Mežplanětnyje polety*, GITTL, Moskva 1956.
[7] J. V.: Pokroky mat., fys. a astr., III (1958), 387.
[8] pozri [1], str. 474.
[9] pozri [2], str. 99.
[10] pozri [2], str. 98.
[11] pozri [2], str. 115.