

# Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

---

Jiří Marek

Stáří Země, určené z poměrného množství přirozených isotopů

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 1 (1956), No. 4, 385--396

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/137434>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1956

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

## STÁŘÍ ZEMĚ, URČENÉ Z POMĚRNÉHO MNOŽSTVÍ PŘIROZENÝCH ISOTOPŮ

Z přítomnosti radioaktivních látek na Zemi se usuzuje, v jakých podmínkách se nacházela před vznikem Země látka, z níž se naše planeta formovala. Odtud a z poměrného výskytu radioaktivních isotopů je vypočteno absolutní stáří Země. Dále se poukazuje na možnost zjištění slabé radioaktivity některých „stabilních“ prvků a určení jejich poločasů.

### Úvod

Do nedávné doby bylo stáří Země odhadováno na tři miliardy let. Práce v tomto oboru v poslední době vykonané však ukazují, že uvedený údaj je příliš malý. Nejznámější způsob určování stáří Země spočívá ve zjištění množství tak zvaného radiogenního olova, to jest olova, které vzniklo jako konečný produkt rozpadem některé z radioaktivních řad. Z poměrného množství tohoto olova a mateřského prvku lze pak vypočíst dobu potřebnou k vytvoření daného množství olova. Tato metoda udává ovšem stáří geologických útvarů, nikoli absolutní stáří Země (viz na příklad práci o nemožnosti přesně určit absolutní stáří smolince [1]). Otázkou stáří Země se mimo jiné zabývá nový vědní obor — radiogeologie, založený V. I. Vernadským.

V projevu V. I. Baranova na První konferenci o otázkách kosmogonie [2] je podán přehled předchozích prací, z nichž je zvláště uvedena metoda, kterou Houtermans a Holmes stanovili veličinu  $3 \cdot 10^9$  let, již první pokládá za stáří uranu, druhý za stáří Země. Baranov pak správně hodnotí tento výsledek jako sice dosti přesný, udávající však stáří pevné zemské kůry. Pevná zemská kůra mohla totiž vzniknout značně později než Země, dlouho po skončení synthese prvků. V dalším udává Baranov tři způsoby určení stáří Země pomocí isotopů  $Pb^{206}$  a  $Pb^{207}$ , vedoucí k přibližně stejným výsledkům ( $4,8 \cdot 10^9$ ,  $4,85 \cdot 10^9$  a  $4,92 \cdot 10^9$  let), což této metodě dodává zvláštní závažnosti.

V dalších radiogeologických pracích [3] bylo zkoumáno 32 olovených rud z různých míst a určeno stáří jednotlivých hornin od  $25 \cdot 10^8$  do  $1600 \cdot 10^8$  let. Uvádí se zde, že při určování absolutního stáří Země olovenou metodou je nutno vzít v úvahu, že v prvním stadiu vývoje Země nastalo gravitační přeskupování její látky. Při přesunu zemských mas se obsah uranu v povrchových vrstvách zvětšoval, kdežto obsah olova se zmenšoval. V práci [3] je uveden vzorec, v němž se zavádí koeficient zvětšení koncentrace uranu a koeficient zmenšení koncentrace olova. Maximální stáří není podle této práce větší než  $(5,0 \pm 0,5) \cdot 10^9$  let.

Jiný způsob určování stáří Země spočívá ve zjištění poměrného množství helia, vzniklého radioaktivním rozpadem (viz na příklad [4]), nebo v metodě argonové, vycházející z poměru  $A^{40}$  a mateřského isotopu  $K^{40}$  [2, 5, 6, 7]. Pro některé meteority dává tato metoda stáří  $2,5 \cdot 10^9$  let, kdežto heliová metoda vede k hodnotám podstatně nižším [8], z čehož lze soudit, že kamenné meteority nemohou udržet veškeré radiogenní helium.

Metoda-absolutního určení stáří Země, která nijak nezávisí na gravitační diferenciaci zemské látky, spočívá v tom, že určíme, jaký byl poměr množství dvou isotopů (z nichž alespoň jeden je nestabilní) v době, kdy se Země tvořila. Tento údaj pak srovnáme s dnešním poměrem jejich množství v daném prvku. Baranov ve svém projevu uvádí, že Rutherford odhadl hodnotu původního poměru množství isotopů  $U^{235}$  a  $U^{238}$ , který podle jeho předpokladu byl rovný jedné. Odtud by plynulo pro stáří Země  $6,05 \cdot 10^9$  let.

Baranov pak dále tvrdí, že tento poměr je příliš vysoký, a sám odvozuje jeho hodnotu takto: Poměr výskytu isotopu s lichou atomovou hmotou a se sudou atomovou hmotou nebývá větší než  $\frac{1}{2}$ . U prvků (stabilních) se sudým atomovým číslem  $Z$  je poměr výskytu

všech lichých a všech sudých isotopů v průměru 0,362, kdežto poměr výskytu sousedních isotopů (lichého a sudého) je v průměru 0,733. Baranov dále pokračuje, že je tedy možno s dostatečnou pravděpodobností předpokládat, že hledaný poměr se blíží hodnotě 0,5, což by odpovídalo stáří  $5,1 \cdot 10^9$  let.

V dalším bude o otázce stáří Země pojednáno s širšího hlediska. Učiní se jistý předpoklad o stavu látky, z níž Země vznikla, a odvodí se vzorec pro její stáří. Původní poměr množství obou isotopů uranu bude odvozen s přihlédnutím

1. k tomu, že uvedené isotopy  $U^{235}$  a  $U^{238}$  jsou od sebe vzdáleny o tři jednotky atomové hmoty,

2. k nepravidelnostem ve výskytu některých isotopů, jejichž zvýšené množství je důsledkem toho, že uvedené isotopy jsou konečným produktem některé (některých) z rozpadových řad,

3. k tomu, že nelze u nestabilních isotopů zanedbat jejich různou rychlost rozpadu, ovlivňující jejich původní množství [viz vzorec (2)].

### Řešení problému

Prohlédneme-li tabulku isotopů všech prvků [9, 10], snadno zjistíme, že se v přírodě vyskytují — ať již ve větším nebo v nepatrném, avšak stále ještě zjistitelném množství — především všechny isotopy stabilní. Dále nalezneme, že v přírodě jsou i všechny isotopy radioaktivní, jejichž poločas je větší než  $10^8$  let. Nebereme přitom v úvahu ony radioaktivní isotopy, které vznikají rozpadem jiných radioaktivních prvků, tedy členy některé rozpadové řady.

Vedle těchto, tak zvaných „přirozených“ isotopů, nacházíme v tabulce nestálé isotopy s různými poločasy, od zlomku vteřiny až řádově do  $10^8$  let, jež se v přírodě nevyskytují ve zjistitelném množství (s výhradou uvedených členů rozpadových řad). Jsou známy jako tak zvané „umělé“ isotopy, které je možno připravit nukleárními reakcemi.

Ze skutečnosti, že se u nás vyskytují jen všechny a právě všechny isotopy, které se mohly od vzniku Země až po naše časy dochovat, to jest isotopy stálé a isotopy s poločasem delším  $10^8$  let, je možno soudit, že v původní látce, z níž se naše Země tvořila, byly obsaženy i všechny ostatní isotopy, tedy i ty, jež nyní označujeme za umělé. Tyto isotopy s krátkým poločasem ovšem již dávno vymřely. Je tedy přirozené soudit, že látka, z níž se naše Země formovala, musela být vyvržena (či přitažena Sluncem) z místa, v němž radioaktivní (i stabilní) isotopy stále vznikaly nukleárními reakcemi za působení rychlých nabitých částic. Při jejich neustálém vzniku a rozpadání bylo zde ustálené množství atomů těchto prvků v dynamické rovnováze. Protože zde neustále vznikaly nestálé isotopy, vyskytující se na Zemi (na příklad  $Lu^{176}$ ,  $U^{238}$  a p.), které by v opačném případě byly již dávno vymřely, není důvodu, proč by v tomto prostoru nevznikaly stále i všechny ostatní isotopy všech prvků, stabilní i radioaktivní. Jedině za tohoto předpokladu můžeme vysvětlit přítomnost a existenci radioaktivních prvků na Zemi.

Nukleární reakce, při nichž vznikají prvky s vyšším atomovým číslem  $Z$ , jsou vyvolávány u jader středních ( $25 < A < 80$ ) a těžkých kladně nabitými částicemi (protony, deuterony, částicemi alfa) s většími energiemi (do 50 MeV, mimo oblast resonancí). Probíhají zde reakce  $(p, n)$ ,  $(p, 2n)$ ,  $(d, n)$ ,  $(d, 2n)$ ,  $(d, 3n)$ ,  $(\alpha, n)$ ,  $(\alpha, 2n)$ ,  $(\alpha, p)$ ,  $(\alpha, np)$  [11].

Předpoklad, že těžké prvky vznikají v mezihvězdné hmotě za působení rychlých

nabitých částic, zejména protonů, je v souhlase nejen s nejnovějšími poznatky nukleární fyziky, ale je podepřen i pracemi kosmogonickými. Na příklad L. E. Gurevič [12] diskutuje o vzniku prvků v naší Galaxii: zaujímá odůvodněně zamítavé stanovisko k názoru, že by prvky byly vznikly v určitém již dávném stadiu vývoje Galaxie, a zabývá se druhou možností — pravděpodobností neustáleného vznikání těžkých jader. Dochází k výsledku, že tento proces nemůže probíhat v nitru normálních hvězd, nýbrž v mezihvězdném prostoru působením rychlých nabitých částic (i s většími energiemi, než jak bylo svrchu uvedeno). Konečně uvádí pravděpodobné hvězdné a mezihvězdné mechanismy, jež by mohly být zdroji těchto nabitých částic. (O přítomnosti radioaktivních izotopů v původní látce Země viz [13], kde je závěrem uvedeno, že není možno odtrhovat problém vzniku Země od problému vzniku prvků.)

O tom, že i u nás stále probíhají, byť i řídké, reakce, jejichž konečným produktem je prvek o vyšším atomovém čísle, svědčí přítomnost (přirozeného) plutonia  $\text{Pu}^{239}$  v uranových rudách, jak bylo zjištěno. I když je výskyt tohoto prvku nepatrný (v poměru 1:  $10^{14}$  v uranové rudě), není možné, aby toto plutonium bylo zbytkem původního množství. Při poločase  $T = 24000$  let by původní zásoba tohoto izotopu musela být nesmírně velká (větší než je látka celé Země).

Představme si, že látka byla v aktivačním prostoru velmi dlouhou dobu. Označme písmenem  $N$  počet atomů určitého radioaktivního izotopu, ohrožených v určitém rozsahu látky v daném okamžiku, znakem  $n$  počet atomů téhož izotopu, který vznikne nukleární reakcí v téže oblasti za určitou časovou jednotku, za níž zvolíme dobu jednoho roku. Vezměme v úvahu isotopy s velkým poločasem  $T$ , tedy s velmi malou pravděpodobností rozpadu  $\lambda$ . Číslo  $n$  pak nechť značí rychlost, s níž příslušné atomy vznikají, nikoli však jejich skutečný přírůstek za rok, protože v téže době se část radioaktivní látky rozpadne, a další část, zasažená rychlou částicí, se přemění nukleární reakcí rovněž v jiný prvek. Je-li  $\lambda$  pravděpodobnost, že určitý atom se rozpadne během jednoho roku a je-li  $k$  pravděpodobnost, že jádro tohoto izotopu bude během téže doby zasaženo rychlou nabitou částicí a tak přeměněno v jádro jiného prvku, platí pro přírůstek atomů za dobu  $dt$  diferenciální rovnice

$$dN = n \cdot dt - (k + \lambda) N \cdot dt.$$

Předpokládejme, že pravděpodobnost  $k$  závisí na atomovém čísle  $Z$ ; kladně nabitě částice musí překonávat odpudivé síly kladných nábojů v jádře (při poměrně vysokých energiích částic mimo oblast resonancí). Rovnici upravíme na tvar

$$\frac{dN}{dt} + (k + \lambda) N = n.$$

Řešení této rovnice je

$$N = \frac{n}{k + \lambda} + C \cdot e^{-(k + \lambda)t}, \quad (1)$$

kde  $C$  je integrační konstanta. Je-li látka ozařována částicemi značně dlouhou dobu, blíží se druhý člen pravé strany rovnice nule, a můžeme položit

$$N = \frac{n}{k + \lambda}. \quad (2)$$

Počet atomů téhož izotopu nezávisí na čase: nastala dynamická rovnováha, počet nově vzniklých atomů je rovný počtu atomů v téže době rozpadlých (předpokládáme, že  $n$  je pro určitý izotop veličinou stálou.)

Množství atomů určitého isotopu je za tohoto stavu úměrné rychlosti, s jakou tyto atomy vznikají, u nestabilních isotopů pak vedle toho přistupuje závislost na rozpadové konstantě.

Sledujme nyní množství dvou radioaktivních isotopů téhož prvku od okamžiku, v němž ono množství látky přestane být vystaveno ozařování. Prvý isotop obsahuje  $\frac{n_1}{k + \lambda_1}$  atomů, druhý  $\frac{n_2}{k + \lambda_2}$  atomů. Po  $x$  letech, kdy již látka není podrobena nukleárním reakcím, vyvolaným částicemi (alespoň ne v takové míře, aby účinek na stav látky byl pozorovatelný, třeba i až po dlouhé době), zmenší se radioaktivním rozpadem jejich zásoba na množství

$$\frac{n_1}{k + \lambda_1} \cdot e^{-x \lambda_1}, \quad \frac{n_2}{k + \lambda_2} \cdot e^{-x \lambda_2}.$$

První isotop budiž  ${}_{92}\text{U}^{235}$ , druhý  ${}_{92}\text{U}^{238}$ . Oba vyhovují požadavku velmi dlouhého poločasu a oba se vyskytují v přirozeném uranu ve známém poměru. Je-li  $p_1$  procentuální množství isotopu  $\text{U}^{235}$  v přirozeném uranu, a  $p_2$  procentuální množství  $\text{U}^{238}$ , můžeme psát

$$\frac{n_1}{k + \lambda_1} \cdot e^{-x \lambda_1} = p_1 \frac{M}{100} \cdot \frac{A}{\alpha_1}, \quad \frac{n_2}{k + \lambda_2} \cdot e^{-x \lambda_2} = p_2 \frac{M}{100} \cdot \frac{A}{\alpha_2}. \quad (3)$$

Zde značí  $M$  celkovou zásobu uranu na Zemi,  $x$  dobu, jež uplynula od kondensace látky a vytvoření kompaktního tělesa (od vzniku Země) po dnešní dobu,  $A$  Avogadrovo číslo a  $\alpha_1$  a  $\alpha_2$  příslušné atomové hmoty. Množství  $M$  udané v gramech bylo nutno přepočítat na množství atomů. Dělením rovnic (3) dostaneme

$$\frac{k + \lambda_1}{k + \lambda_2} \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdot e^{x(\lambda_1 - \lambda_2)} = \frac{p_2 \alpha_1}{p_1 \alpha_2}. \quad (4)$$

Předpokládejme, že u těchto isotopů je veličina  $k$  řádově menší než příslušné  $\lambda$ . Později uvidíme, že tento předpoklad je oprávněný. V prvním přiblížení nahradíme tedy poměr  $\frac{k + \lambda_1}{k + \lambda_2}$  poměrem jen nepatrně se lišícím  $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ , což bude mít na výsledek, udaný v miliardách let, jen nepatrný vliv.

### Stanovení poměru množství isotopů a numerický výpočet

Řešme zatím zjednodušenou rovnici

$$e^{x(\lambda_1 - \lambda_2)} = \frac{n_1 \alpha_1}{n_2 \alpha_2} \cdot \frac{p_2 \lambda_2}{p_1 \lambda_1},$$

případně (dosadí-li se za  $\lambda_1$  resp.  $\lambda_2$  výrazy  $\frac{\lg 2}{T_1}$  resp.  $\frac{\lg 2}{T_2}$ ) rovnicí

$$e^{x \cdot \frac{T_2 - T_1}{T_1 T_2} \lg 2} = \frac{n_1 \alpha_1}{n_2 \alpha_2} \cdot \frac{p_2 T_1}{p_1 T_2}. \quad (5)$$

Zde známe  $p_1 = 0,720$ ,  $p_2 = 99,274$ ,  $T_1 = 7,1 \cdot 10^8$  a.,  $T_2 = 4,5 \cdot 10^9$  a.,  $\alpha_1 = 235$ ,  $\alpha_2 = 238$ . Zbývá ještě určit poměr  $\frac{n_1}{n_2}$ .

Uvažme nejprve, v jakém poměru se v přírodě vyskytují atomy stabilních izotopů téhož prvku. Zásoba stabilního izotopu  $N$  je rovněž podrobena bombardování s pravděpodobností zásahu  $k$ , a zároveň je obnovována příslušnou rychlostí  $n$ . Platí zde tedy rovnice (3), v nichž je třeba položit  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ . Kromě toho označme pro rozlišení poměrná hmotová množství příslušných izotopů písmeny  $P_1$  a  $P_2$ . Jsou to veličiny stálé, nezávislé na době  $x$ .

Pro dva stabilní izotopy téhož prvku platí

$$\frac{n_1}{k} = P_1 \frac{M}{100} \cdot \frac{A}{\alpha_1}, \quad \frac{n_2}{k} = P_2 \frac{M}{100} \cdot \frac{A}{\alpha_2}.$$

Odtud

$$\frac{n_2 \alpha_2}{n_1 \alpha_1} = \frac{P_2}{P_1}. \quad (6)$$

Poměrné váhové množství stabilního izotopu v přirozeném prvku je úměrné součinu z rychlosti  $n$  a z atomové hmoty. Poměr  $\frac{P_1}{P_2}$  vyčteme z tabulky stálých izotopů [9, 10].

Sledujme rozložení četnosti izotopů, tak zvaný výskyt, u středních a těžkých prvků se sudým číslem  $Z$ . Na příklad prvek  ${}_{48}\text{Cd}$  se vyskytuje v přírodě v těchto izotopech (stálých):

Sudé atomové hmoty

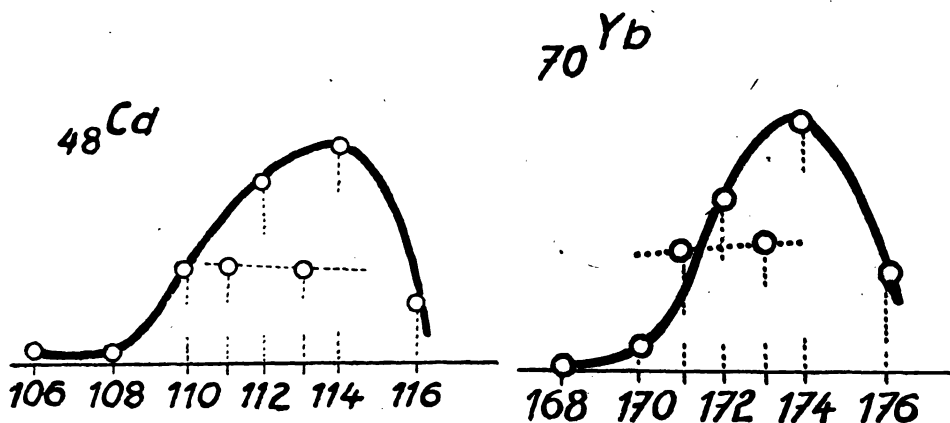
$\alpha = 106, P = 1,4,$   
 $\alpha = 108, P = 1,0,$   
 $\alpha = 110, P = 12,8,$   
 $\alpha = 112, P = 24,2,$   
 $\alpha = 114, P = 28,0,$   
 $\alpha = 116, P = 7,3,$

Liché atomové hmoty:

$\alpha = 111, P = 13,0,$   
 $\alpha = 113, P = 12,3.$

Naneseme-li na osu úseček atomové hmoty a na osu pořadnic poměrnou četnost příslušného izotopu  $P$ , dostaneme křivku, znázorněnou na obr. 1.

Plná křivka, spojující hodnoty příslušné sudým atomovým vahám, má maximum v okolí  $\alpha = 114$ . Čárkovaná křivka spojuje hodnoty příslušné atomovým hmotám lichým.



Obr. 1

Obr. 2

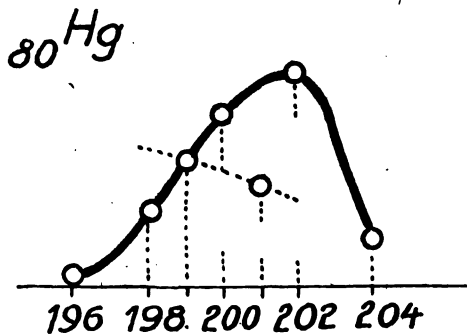
Podobnou křivku dostáváme pro další prvky se sudým číslem  $Z$ , pokud se nevyskytují zvláštní okolnosti, které by ji skreslovaly. Uvádíme jako příklad křivku výskytu prvků Yb (obr. 2) a Hg (obr. 3). Maximum plné křivky se posouvá s rostoucím  $Z$  k vyšším atomovým hmotám. Pro lehké prvky má úsečku  $2Z$ , pro Cd již  $2,37 \cdot Z$ , pro Yb  $2,48 \cdot Z$ , pro Hg  $2,53 \cdot Z$ .  $Z$  úměrnosti posuvu snadno zjistíme, že tato křivka, vyjadřující závislost rychlosti  $n$ , ovšem bez ohledu na radioaktivitu prvku, má pro prvek  $Z = 92$  maximum v bodě o úsečce přibližně 236. Je tedy isotop  $U^{238}$  položen v okolí maxima křivky, jež spadá v jeho těsné sousedství. Uran 238 pak má analogické postavení jako na obrázcích  $Cd^{116}$ ,  $Yb^{176}$ , nebo  $Hg^{204}$ . Tomu, že  $U^{238}$  je v okolí maxima křivky výskytu, nasvědčuje i to, že  $U^{237}$  při svém rozpadu vysílá záporné částice beta, což činí pouze isotopy s atomovou hmotou vyšší, než je atomová hmotota isotopu maximálního výskytu (u křivek bez anomálie).

Sledujme nyní, v jakém poměru  $\frac{P_1}{P_2}$  jsou množství isotopu téhož prvku se sudým  $Z$ , zvolíme-li za první isotop ten, který je o jednu jednotku lehčí než isotop v okolí maxima, za druhý pak ten isotop, který je o dvě jednotky hmotnější než isotop maximálního výskytu. U prvku Cd jsou to isotopy  $Cd^{113}$  a  $Cd^{116}$ , u uranu právě isotopy  $U^{235}$  a  $U^{238}$ .

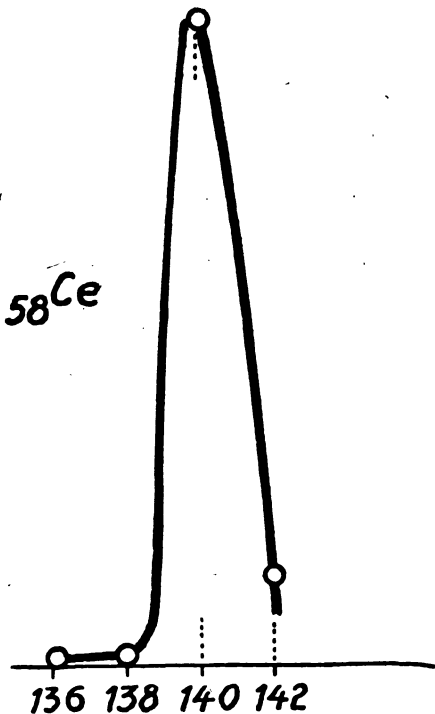
Takto definovaný poměr (vezmeme-li v úvahu jen těžší prvky) je: pro prvek  ${}_{74}W$  0,58, pro Cd 1,69 ( $Cd^{113}$  je však zplodinou nestálého  $Ag^{113}$ , případně  $In^{113}(?)$  zároveň s  $Sn^{113}(?)$  — čímž je tento poměr zvětšen), pro Gd je hodnota poměru 0,79 ( $Gd^{157} \leftarrow \leftarrow Eu^{157}$ ). Všechny tyto a další hodnoty jsou počítány podle údajů v [9]. Vyskytují se i větší hodnoty. V takových případech je však vždy lehčí isotop (lichý) zplodinou dvou i více nestálých isobarů, čímž je poměr zvětšen podobně jako u Cd a Gd (viz níže). Na příklad u prvku  ${}_{44}Ru$  je 0,93 (Pd, Rh, Tc, Mo), u  ${}_{42}Mo$  1,04 (Ru, Tc, Nb, Zr) atd.

Je patrné, že v normálním případě má tento poměr hodnotu velmi přibližně 0,6 (Baranovova střední hodnota 0,5 je pochopitelně menší než střední poměr výskytu isotopu s lichou atomovou hmotou v sousedství maxima a isotopu se sudou atomovou hmotou, jenž je více od maxima vzdálen).

Můžeme tedy připustit, že i pro uran, v případě, že se u něj nevyskytne nějaká po-



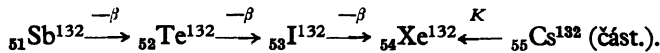
Obr. 3



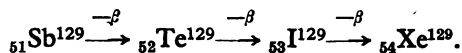
Obr. 4







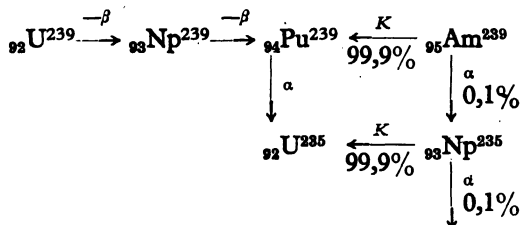
Ještě zajímavější je pro nás případ  $\text{Xe}^{129}$ :



Tento isotop s lichou atomovou hmotou je vyznačen na obraze kroužkem. Poměr  $p_{129} : p_{132}$  je přibližně rovný jedné. Řada isotopů s atomovými čísly 129 je blíže maxim příslušných jim křivek než isotopy 132, a proto je zvýšení výskytu isotopů 129 podstatně větší. Protože je poměr  $p_{129} : p_{132}$  asi 2,2krát větší, než je obvyklý průměr (střední poměr výskytu isotopu o 3 jednotky lehčího, než je maximum a isotopu s maximálním výskytem je totiž roven 1: 2,2), a protože i  $\text{Xe}^{132}$  je ve zvýšeném množství, je isotop  $\text{Xe}^{129}$  tedy celkem asi 4,4krát četnější, než jak bychom očekávali.

Podobné anomalie lze najít i u jiných křivek; v některých případech je křivka jen mírně deformována.

Uran  $\text{U}^{235}$  je produktem několika radioaktivních prvků podle schématu



Srovnáním s předešlými případy a s ohledem na to, že isotopy  $\text{Am}^{239}$  a  $\text{Np}^{235}$  jsou poměrně dále položeny od maxima křivky, která jim odpovídá, je třeba přisoudit uranu  $\text{U}^{235}$  rychlost  $n$  čtyři až pětkrát větší, než jaká by mu příslušela v normálním případě (viz poznámku v dalším odstavci). Tato hodnota je přiměřená ve srovnání s  $\text{Xe}^{129}$ , a udává, uvážíme-li, že naopak  $\text{U}^{238}$  není produktem žádného známého isotopu a že bude srovnáván výskyt těchto dvou isotopů, zvýšení poměru  $P_1 : P_2$ .

Poznámka. Za dynamické rovnováhy je totiž počet vzniklých a zaniklých atomů téhož isotopu v časové jednotce stejný, a vzhledem k poměrně malým poločasům isotopů, jejichž konečným produktem je  $\text{U}^{235}$ , valná většina jejich atomů zaniká radioaktivním rozpadem, čímž přispívá k zvýšení rychlosti  $n$  tohoto uranu o rychlost vzniku jednotlivých isotopů. Celkové množství  $N$  jednotlivých isotopů, obsažené v původní zemské látce v době vzniku Země nepadá ovšem již v úvahu právě pro velmi malé poločasy, z nichž poněkud delší má pouze  $\text{Pu}^{239}$  (24 000 let). Hodnoty  $\frac{n}{\lambda}$  těchto isotopů jsou ve srovnání s  $\frac{n}{\lambda}$  isotopu  $\text{U}^{235}$  řádově velmi malé. (O přítomnosti transuranů v dřívější době na Zemi viz [13]).

V důsledku toho střední poměr  $P_1 : P_2$  uranu  $\text{U}^{235}$  a  $\text{U}^{238}$  není 0,6, nýbrž v mezích od 2,4 do 3,0.

Dosadíme-li takto nalezené hodnoty do (7), dostaneme

$$x = 4,8 \cdot 10^9 \text{ až } 5,1 \cdot 10^9 \text{ a.}$$

Výsledek můžeme psát ve tvaru  $x = (4,95 \pm 0,15) \cdot 10^9 \text{ a.}$

Původní látka obsahovala tedy podle toho uran bohatší na lehčí isotop než dnes. Poměr  $U^{235} : U^{238}$  byl  $P_1 T_1 : P_2 T_2$  v mezích 0,38 až 0,47, čili 28 až 32%  $U^{235}$  (nepočítáno s ostatními isotopy uranu).

### Zhodnocení výsledku

Vznik Země spadá zřejmě do doby před pěti miliardami let. Výpočet, provedený za předpokladu, že poměr množství  $U^{235}$  a  $U^{238}$  je čtyři až pětkrát větší, než by měl být za normálních okolností, je s ohledem na danou úlohu dostatečně přesný. Kdybychom totiž připustili zvýšení tohoto poměru na osmi až desetinásobek normální hodnoty, dostali bychom pro dobu  $x$  výsledky 5,3, resp. 5,35 miliard let, tedy stále ne mnoho více než pro čtyři až pětinašobek. Přitom osmi až desetinásobné zvýšení je značné a málo pravděpodobné.

Pravděpodobnost údajů, že  $x = 7 \cdot 10^9$  a. (jak se někde uvádí), je s tohoto hlediska velmi malá. Pro uvedený poměr by pak vycházel násobek dvacetčtyřikrát větší než normální, což je nemyslitelné. S rostoucím poměrem stoupá  $x$  velmi zvolna (pro stonásobek vychází pouze  $8,7 \cdot 10^9$  a.); aby se tedy doba  $x$  podstatně zvýšila nad horní mez  $5,1 \cdot 10^9$ , bylo by nutno, aby poměr  $P_1 : P_2$  vzrostl na hodnotu zcela neodůvodněnou.

Předcházející výpočty byly ovšem provedeny za předpokladu, že pravděpodobnost  $k$  je ve srovnání s  $\lambda$  velmi malá. Tuto skutečnost je třeba ještě ověřit.

### Pravděpodobná hodnota veličiny $k$

Protože se v přírodě vyskytují i radioaktivní isotopy lehčích prvků, jež nejsou členy žádné rozpadové řady, pokusíme se jich použít pro stanovení pravděpodobnosti  $k$ .

Uvažujme radioaktivní a stabilní isotop téhož prvku. Veličiny příslušející prvnímu isotopu budeme označovat indexem 1, veličiny příslušející druhému isotopu indexem 2. Platí rovnice

$$\frac{n_1}{k + \lambda_1} \cdot e^{-x \lambda_1} = p_1 \frac{M}{100} \cdot \frac{A}{\alpha_1}, \quad \frac{n_2}{k} = P_2 \frac{M}{100} \cdot \frac{A}{\alpha_2}.$$

Podíl obou rovnic je

$$\frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{k + \lambda_1}{k} \cdot e^{x \lambda_1} = \frac{P_2}{p_1} \cdot \frac{\alpha_1}{\alpha_2},$$

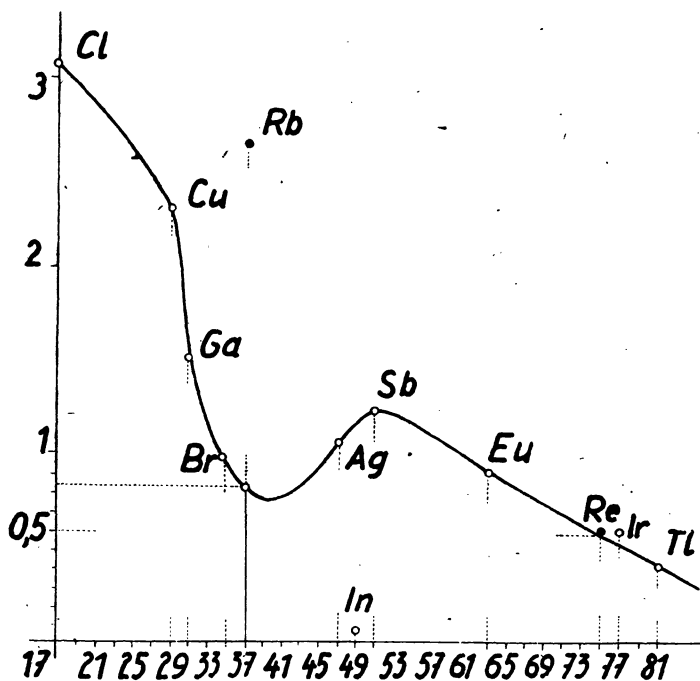
odkud

$$k = \frac{\frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{p_1}{P_2} e^{x \lambda_1}}{1 - \frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{p_1}{P_2} e^{x \lambda_1}} \cdot \lambda_1.$$

Některé přirozené radioaktivní prvky s lehčími jádry jsou prvky s lichým atomovým číslem. Věnujme nejprve pozornost všem prvkům s lichým  $Z$  (stabilním i nestabilním), u nichž se v přírodě vyskytují dva isotopy, oba s lichou atomovou hmotou  $A$ . Na příklad prvek  $_{17}\text{Cl}$  je složen z isotopu  $\text{Cl}^{35}$  (75,4%) a  $\text{Cl}^{37}$  (24,6%). Označme poměr množství lehčího a těžšího (to jest zde  $P_{35} : P_{37}$ ) znakem  $q$ . Pro chlor vychází  $q = 3,07$ . Najdeme-li hodnoty  $q$  pro všechny příslušné prvky až po  $_{81}\text{Tl}$ , vidíme, že tento poměr v podstatě klesá se stoupajícím  $Z$ , nehledíme-li k odchylnému průběhu v intervalu od  $A = 29$  až po 53. V diagramu 6 jsou na osu  $x$  nanášena atomová čísla, na osu  $y$  hodnoty  $q$ . Kroužky jsou označeny hodnoty pro radioaktivní prvky  $_{37}\text{Rb}$  a  $_{75}\text{Re}$ . Zvláště nápadná odchylka od předpokládané hodnoty  $q$  stabilních prvků jeví se u  $_{49}\text{In}$ , u něhož je patrný nedostatek lehčího isotopu ( $\text{In}^{113}$ ). Protože v přírodě existují dva isobary s hmotou

$A = 113$ , liší se v atomovém čísle o jedničku ( ${}_{48}\text{Cd}^{113}$  a  ${}_{49}\text{In}^{113}$ ), je jeden z nich radioaktivní a diagram prokazuje poměrně značnou pravděpodobnost nestálosti isotopu  $\text{In}^{113}$ .

Stejně se projevuje nepravidelnost hodnot  $q$  u prvků, u nichž je radioaktivní rozpad již dlouho znám (Rb, Re), a u kterých je nestálý vždy těžší z obou isotopů ( $\text{Rb}^{87}$ ,  $\text{Re}^{187}$ ). Úbytkem tohoto isotopu se poměr  $q$  zvyšuje, jak skutečně na diagramu pozorujeme. Je tedy možno u uvedených prvků s poměrně velkou pravděpodobností určit poměr  $P_1:P_2$ .



Obr. 6

Prvek  ${}_{37}\text{Rb}$  má isotopy  $\text{Rb}^{85}$  s výskytem 72,8% a  $\text{Rb}^{87}$  s výskytem 27,2% a s radioaktivitou beta o poločasu  $T_1 = 6,3 \cdot 10^{10}$  a. Označíme-li veličiny, příslušné radioaktivnímu isotopu indexem 1, dostaneme  $\frac{p_1}{P_2} = \frac{27,2}{72,8}$ , a podle diagramu (silně vytažená pořadnice u atomového čísla 37)  $\frac{P_2}{P_1} = 0,84$ . Je tedy

$$\frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{p_1}{P_2} e^{x\lambda_1} = 0,33159 \quad \text{a} \quad {}_{37}k = 5,46 \cdot 10^{-12}.$$

Za  $x$  byla dosazena zaokrouhlená hodnota  $5 \cdot 10^9$  a.

Předpokládejme v prvním přiblížení, že pravděpodobnost  $k$  úměrně klesá se stoupajícím  $Z$ , s nímž zároveň roste potenciální val. Pro  ${}_{92}\text{U}$  je pak  ${}_{92}k = 2,20 \cdot 10^{-12}$ , a proto jsou rozpadové konstanty  $\lambda_1$  a  $\lambda_2$  obou isotopů  $\text{U}$  značně větší: výpočet doby  $x$  z úplného vzorce (4) s ohledem na pravděpodobnost  $k$  se podstatně neliší od výsledku, který jsme dostali při jejím zanedbání, jak se snadno můžeme přesvědčit. Rozdíl (zvýšení hodnoty

$x$ ) je rovný pouze jedné jednotce na druhém desetinném místě u čísla, vyjadřujícího  $x$  v miliardách let, což zde nemá praktický význam.

Ověřit můžeme výsledky pomocí prvku  ${}_{75}\text{Re}$ . První, radioaktivní izotop je  $\text{Re}^{187}$  (61,8%) s poločasem  $T_1 = 5,8 \cdot 10^{12}$  let, druhý izotop je  $\text{Re}^{185}$  (38,2%).

Je zde výhodné určit, zda se poměr  $P_2 : P_1$  shoduje s hodnotou vyčtenou z diagramu 6, neboť je pravděpodobné, že velmi dlouhý poločas  $T_1$  není zcela přesně určen, a dále hlavně proto, že při kontrole výpočtu doby  $x$  by velmi malé rozdíly při odhadu  $P_2 : P_1$  podle diagramu měly za následek značné rozdíly v době  $x$ . Poměr  $P_2 : P_1$  nelze z diagramu stanovit s potřebnou zde přesností.

Z diagramu je patrné, že hodnota  $P_2 : P_1$  má ležet v okolí hodnoty 0,59.

Zde je

$$\lambda_1 = 0,12 \cdot 10^{-12}, \quad {}_{75}k = 2,69 \cdot 10^{-12}.$$

Odtud vyplývá

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{k}{k + \lambda_1} \cdot \frac{P_2}{p_1} e^{-x \lambda_1} = \frac{2,69}{2,81} \cdot \frac{38,2}{61,8} e^{-0,000598},$$

to jest

$$\frac{P_2}{P_1} = 0,591,$$

což se velmi dobře shoduje s předpokládanou hodnotou podle diagramu.

Tento výsledek potvrzuje předpoklad, že pro prvky o vyšším  $Z$  pravděpodobnost  $k$  klesá. Kdybychom totiž pro  $\text{Re}$  dosadili  $k = 5,46 \cdot 10^{-12}$  (předpokládajíc při nejmenším, že hodnota  $k$  neklesá se stoupajícím  $Z$ ), vyšlo by  $P_2 : P_1 = 0,605$ , což je za těchto okolností hodnota značně již odlišná od hodnoty diagramu, blížíci se poměru  $P_2 : p_1$ . Výsledek by byl ještě více neudržitelný, kdybychom pro  $\text{Re}$  volili hodnotu ještě větší (to jest kdybychom připustili, že  $k$  s rostoucím  $Z$  roste). V podstatě je patřno,

1. že vliv veličiny  $k$  na vypočtené stáří Země srovnáváním izotopů uranu je zanedbatelný,

2. že pokles pravděpodobnosti  $k$  s rostoucím  $Z$  potvrzuje názor, že při budování těžkých prvků v mezihvězdné hmotě byly nejvýznamnější činiteli rychlé nabitě částice. Jestliže měly určitou úlohu při této syntéze i sekundární částice — neutrony, byla tato jejich úloha jistě zcela podřadná.

Postupu zde uvedeného je možno použít i k výpočtu rozpadové konstanty některých izotopů. Na příklad  ${}_{49}\text{In}^{113}$  (izotop první, výskyt 4,5%) a  $\text{In}^{115}$  (izotop druhý, výskyt 95,5%). Podle diagramu 6 je  $P_1 : P_2 = 1,18$ , pravděpodobnost  ${}_{49}k = 4,12 \cdot 10^{-12}$ . Pak

$$\frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{P_2}{p_1} k = 1,03 \cdot 10^{-10},$$

a tedy

$$(4,12 \cdot 10^{-12} + \lambda_1) \cdot e^{x \lambda_1} = 1,03 \cdot 10^{-10}.$$

Tato rovnice má kořen  $\lambda_1 = 6,9 \cdot 10^{-11}$ , neboli  $T_1 = 1 \cdot 10^{10}$  a. Výsledek je ovšem nutno přijímat s výhradou, že nepůsobí rušivě anomálie ve výskytu příslušných izotopů (případně isomery obou izotopů), a za předpokladu, že  $\text{In}^{115}$  je stálý, nebo radioaktivní s velmi dlouhým poločasem (jeho poločas se udává hodnotou  $(6 \pm 2) \cdot 10^{14}$  a., viz [14]). Bylo by záhodno všimnout si ještě izotopu  ${}_{62}\text{Sm}^{150}$ , u něhož se projevuje nápadně malý výskyt ve srovnání s okolními izotopy  $\text{Sm}$  se sudou atomovou hmotou (srovnáním hmot vypočtených podle poloempirického vzorce (10) není zde vyloučen rozpad alfa na izotop  ${}_{60}\text{Nd}^{146}$ ).

## Závěr

Z uvedené metody výpočtu vyplývá, že celkové stáří Země je velmi blízké hodnotě  $5 \cdot 10^9$  let. Závažný je zde i pohled na otázku, jak vznikla naše Země, zda byla její látka vyvržena Sluncem, či zda byla Sluncem uchváćena při průchodu Slunce protoplanetárním oblakem. Při tom je třeba si uvědomit, že v nitru normální hvězdy nemohou vznikat těžší jádra. Za teploty 20 milionů stupňů K je průměrná energie částic jen 2 KeV. Těžší prvky v podobných hvězdách musely vzniknout již v dřívějších dobách, a není zde tedy obnovována zásoba radioaktivních prvků.

Všechny úvahy zde byly provedeny za předpokladu ustáleného stavu při tvoření prvků. Tento předpoklad je potvrzen pravidelným rozložením výskytu isotopů i u těžkých stabilních jader. Proto byl zanedbán druhý člen pravé strany rovnice (1). Pro stabilní isotopy lze tedy psát

$$C \cdot e^{-kt} \rightarrow 0,$$

což vede k podmínce, že součin  $k \cdot t$  musí mít značně velkou hodnotu ( $t$  je doba, po kterou byla látka vystavena bombardování rychlými nabitými částicemi, než se sformovala v kompaktní těleso). Protože se pravděpodobnost  $k$  pro těžší jádra blíží hodnotě  $10^{-12}$ , vyplývá odtud, že doba  $t$  byla značně delší než  $10^{12}$  let, což přesahuje dobu trvání Slunce.

Za uvedených předpokladů je nutno se přiklonit k druhé domněnce, vysvětlující vznik Země z mezihvězdného oblaku, uchváćeného Sluncem.

## Literatura

- [1] A. J. Tugarinov, *O dostovernosti opredělenija absolutnogo vozrasta uranovyx miněralov po otnošeniju izotopov svınca*, Dokl. SSSR, sv. 99, č. 6, 1954.
- [2] *Trudy pervogo soveščanija po voprosam kosmogonii (16.—19. IV. 1951)*, Izd. AN SSSR, Moskva 1951 (Vystuplenije V. I. Baranova).
- [3] A. P. Vinogradov, J. K. Zadorožnij, S. I. Zykov, *Izotopnyj sostav svincov i vozrast Zemli*, Dokl. AN SSSR, sv. 85, č. 5, 1952.
- [4] E. K. Gerlink, T. B. Pekarskaja, *Uslovija naděžnosti heliovogo metoda opredělenija geologičeskogo vozrasta*, Izv. AN SSSR, ser. geolog., č. 1, 1954.
- [5] Ch. I. Amirchanov, I. G. Gurevič, S. S. Sardarov, *Mass-spektrometričeskij uskorenij metod opredělenija absolutnogo vozrasta geologičeskich obrazovanij po radioaktivnomu raspadu  $K^{40}$  v  $Ar^{40}$* , Izv. AN SSSR, ser. geolog., č. 4, 1954.
- [6] V. A. Magnickij, *Osnovy fiziki Zemli*, Moskva 1953.
- [7] Ch. I. Amirchanov, I. G. Gurevič, L. L. Šamin, *Mass-spektroskopičeskij metod izmerenija količestva radiogennogo argona v geologičeskich obrazovanijach dlja opredělenija ich absolutnogo vozrasta*, ŽTF, sv. 25, č. 3, 1955.
- [8] Burkser, Kotlovkaja, *Geologičeskij žurnal*, sv. 13, č. 3, 1953.
- [9] *Fysikálně chemické tabulky*, Praha 1953.
- [10] E. V. Špolskij, *Atomová fysika II*, Praha 1954 (překlad z ruštiny).
- [11] John M. Blatt, Victor F. Weisskopf, *Theoretical Nuclear Physics*, New York—Londýn 1952, kapitola IX.
- [12] *Trudy trietěgo soveščanija po voprosam kosmogonii*, Izd. AN SSSR, Moskva 1954.
- [13] G. V. Vojtkevič, *Geochimičeskije i geologičeskije značenije radioaktivnosti*, Izv. AN SSSR, ser. geolog., č. 3, 1953.
- [14] E. A. Martell, W. F. Libby, *Phys. Rev.*, sv. 80, 977, 1950.