

# Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

---

Josef Veselka

Současný stav theorie elementárních částic

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 2 (1957), No. 3, 341--345

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/137226>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1957

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

## SOUČASNÝ STAV THEORIE ELEMENTÁRNÍCH ČÁSTIC\*)

V prvních desetiletích rozvoje kvantové teorie se elementární částice — elektrony a atomové jádro — braly jako něco prostě daného. Náboj, massa, magnetický moment těchto částic se zjišťovaly experimentem a nebyly předmětem theoretických úvah. Byly však objevovány další elementární částice, neutrony, mesony  $\pi$ , mesony  $\rho$ , neutrino a mnohé jiné (bezpečně prokázané teprve nedávno.) Velké množství těchto různých elementárních částic si vynutilo pronikavou změnu v přístupu k otázce. Především se ukázalo nutným vyložit pojem elementární částice jako takové, a dále se ukázala potřeba vybudovat teorii, která by umožňovala pochopit a čistě logicky vyvodit rozdělení mass, nábojů, spinových a magnetických momentů elementárních částic. Začneme s historickým přehledem pokusů z posledních desetiletí o matematickou formulaci zákonitostí, platných pro jednotlivé částice nebo pro určité skupiny částic.

Poměrně dávno se k pojmu elementární částice docházelo z kvantování jejího vlnového pole. To byl výchozí předpoklad. Již Einsteinovými pracemi bylo ukázáno, že světelná kvanta lze dostat kvantováním jednotlivých Fourierových složek maxwellovského pole. Brzy po vzniku kvantové mechaniky pak Jordan, Klein a Wigner dokázali, že postupné kvantování nerelativistických de Broglievých hmotných vln s ohledem na elektrostatické vzájemné působení vede přesně k Schrödingerově rovnici pro problém mnoha těles.

Tím byl dán program teorie: vypracování obecných matematických method kvantování polí, verifikace na zářeních a na hmotných polích a dále výklad stavby jiných polí a jejich elementárních částic.

Matematický aparát pro kvantování vlnových polí se zdál jednoduchý a jednoznačný, jeho použití na interakce elektronových polí s polem maxwellovským však vedlo k nekonečně velké energii elektronů a k jiným divergencím, což vylučovalo možnost fyzikální interpretace úplné soustavy rovnic. Jen omezením na nejnižší aproximace — s použitím metody perturbací — bylo možno dosáhnout fyzikálně použitelných řešení.

Tato prvá forma kvantové elektrodynamiky měla značné úspěchy. Diracova teorie vysvětlila rozptyl a absorpci světla atomy, samovolné vyzařování světla a rezonanční fluorescenci. Podařilo se předpovědět jevy, jako je polarisace vakua kolem elektrického náboje a rozptyl světla světlem. Matematicky vyjádřeno šlo o nelokální a nelineární odchylky od Maxwellových rovnic. Všechny tyto efekty byly potvrzeny experimentálně. Přes zdánlivou matematickou korektnost teorie však chyběl kvantové elektrodynamice bezpečný základ — pro zmíněné nekonečnosti, jež ji v poslední instanci činily neupotřebitelnou. Úsilí v tomto směru se soustředilo na výklad zvláštností matematického aparátu. Zvlášť pečlivě se zkoumala otázka, nejsou-li tyto nekonečnosti produktem teorie perturbací a nezmižily-li snad při přesném řešení. Pro odpověď však nebylo především matematických prostředků.

Interakce nově objevených neutronů a neutrina, mesonů  $\pi$  a jiných částic se starými elementárními částicemi se zkoumalý matematickými prostředky kvantové teorie vlnových polí. V tomto směru lze obzvláště vyzvednout teorii rozpadu  $\beta$ , navrženou v roce 1934 E. Fermim.

V jednom z pozdějších výzkumů fermiové interakce se zavedla klasifikace zásadního významu. Interakce mezi elementárními částicemi, které se jednou srazí s určitou kinetickou energií (změřenou v těžištvém systému), může růst, nebo klesat anebo zůstávat

\*) Výtah z přednášky W. Heisenberga, konané dne 23. IX. 1955 na sjezdu fyziků ve Wiesbadenu; uveřejněno v *Naturwissenschaften*, seš. 24, 637 (1955). Výtah pořízen z ruského překladu W. Heisenberga, *Sovremennoje sostojanije teorije elementarnych častic*, UFN, sv. LX, č. 3, 1956. ř. V.

konstantní. Je-li interakce malá a jestliže přitom s rostoucí energií klesá nebo zůstává stálou, dává teorie perturbací i při velkých energiích konvergentní rozložení. V takových případech je při srážkách pravděpodobnější postupný vznik jednotlivých nových částic, než hromadný jejich vznik. Jestliže interakce s rostoucí energií roste, může při srážce dvou částic velkých energií vzniknout najednou několik nových částic. Pro popis takových dějů se však teorie perturbací zásadně nedá použít.

Interakce mezi elektrony a světelnými kvanty v kvantové elektrodynamice patří k první skupině interakcí, interakce mezi elektrony, neutrinem a nukleony patří podle Fermiho teorie rozpadu *beta* ke skupině druhé.

Možnost hromadného vzniku elementárních částic ve znatelném množství byla prokázána po první mnohem později, a to při zkoumání spršek mesonů *pi* a v nejposlednější době při výzkumu kaskád, tvořených paprsky *gama*. Ihned však bylo možno zjistit, že vazbová konstanta ve fermiovském vzájemném působení při rozpadu *beta* je velmi malá. Pro výklad fotonových a elektronových spršek v kosmickém záření se z počátku ukázala postačující kaskádní teorie, vypracovaná Bhabhou, Heitlerem, Oppenheimerem a Carlsonem. V této teorii se bere v úvahu jen elektrodynamická interakce.

V tomto stadiu přerušila výzkumy druhá světová válka, která koncentrovala úsilí na využití nukleární energie. Přes to bylo i během druhé světové války dosaženo několika výsledků, jež mají v dnešních theoretických bádáních určitou úlohu.

Divergence, jež po deset let nebylo možno odstranit, vedly k závěru, že pro aplikace na vlnová pole bude nutno změnit samu kvantovou teorii. Jak, to nebylo ovšem jasné. Bylo však důležité zjistit, co ze staré teorie bude pravděpodobně třeba ponechat, až k změnám dojde. Ukázalo se, že bude nutno ponechat, a to nezměněny, matice *S*, které popisují asymptotické chování vlnové funkce dosti daleko od místa srážek. Vlastnosti těchto matic byly důkladně studovány, zejména Mollerem, a z těchto studií vyšly základní závěry o obecné struktuře kvantové teorie elementárních částic. Bylo možno očekávat, že v budoucí matematické formulaci teorie elementárních částic nebude definováno lokální chování vlnové funkce, že však přesto bude možno získat unitární matici *S*.

V poslední době se nahromadilo mnoho experimentálních faktů o elementárních částicích. Také teorie prokročila vpřed. Již v 30. letech ukázala kvantová elektrodynamika, že *massa* a *náboj* elektronu, jež se dostaly z výchozích rovnic, se od konstant  $m_0$  a  $e_0$  v těchto rovnicích liší. Aplikace teorie perturbací vedly dokonce k nekonečně velkým hodnotám těchto veličin.

Již Kramers vyslovil myšlenku, že je třeba vyjít z neurčených hodnot  $m_0$  a  $e_0$  a požadovat, aby konečné hodnoty těchto veličin souhlasily s experimentem. Tuto renormalisaci konstant provedl důsledně Bethe ve své práci z roku 1947. V této práci zkoumal Bethe vliv intenzity záření na energetickou hladinu vodíkového atomu. Ukázalo se, že shora zmíněné divergence při renormalisaci náboje a *massy* nevznikají a že zpětné působení pole záření na elektrony vede bezprostředně k posunu energetických hladin elektronů vzhledem k hladinám, určeným Sommerfeldovou formulí. Experimentálně se tento fakt dávno tušil; bezpečně prokázán byl Lambem a Rutherfordem methodou velmi krátkých vln. To byl velký úspěch. Byly oživeny naděje, že renormalisací bude možné dát teorii ucelenou matematickou formu, v níž obecně nebude divergencí.

Brzy bylo také ukázáno, že renormalisaci připouštějí všechny teorie, patřící k výše uvedené první skupině interakcí, a že teorie, patřící ke skupině druhé, renormalisací nepřípouštějí. Tak vznikla myšlenka dvou typů kvantové teorie pole: teorie normovatelné a teorie nenormovatelné. Normovatelné teorie likvidují divergences, v nenormo-

vatelných teoriích tyto zůstávají. Jen normovatelné teorie jsou matematicky bezesporné a jen těchto teorií lze použít v kvantové teorii elementárních částic (o níž stále jde). Proto teorie mesonů  $\pi^1$  (interakce mesonů  $\pi^1$  s nukleony) patří k první skupině, jak také ukazuje experiment: spin mesonů  $\pi^1$  je roven nule, je tedy v tomto případě renormalisace možná.

Avšak, ať se to vše zdá jakkoli svůdné, není to pravda. Normovatelné teorie nelze obecně formulovat matematicky v uzavřené formě tak, aby vyhovovaly požadavkům kvantové mechaniky a zároveň pozorováním elektromagnetických jevů velkých energií, k nimž dochází v kosmickém záření. Zde dává kvantová elektrodynamika nesprávné výsledky, zejména pokud jde o rostoucí vliv nenormovatelné interakce, jak se v nejposlednější době ukazuje.

V prvních letech po druhé světové válce se objevuje serie důležitých prací Tomonagy, Schwingera, Feynmana, Dysona a jiných, v nichž bylo zejména plně využito relativistické invariantnosti. Stueckelberg a Fierz dokázali dále, že teorie, v níž je definována matice  $S$  rozptýlené vlny a která vyhovuje ve známém smyslu podmínkám kvantové teorie, není, obecně vzato, deterministická ve smyslu speciální teorie relativity. Ukázalo se, že je třeba přihlížet k jistým dodatečným podmínkám, pokračovalo se v pokusech vybudovat tak zvanou nelokální teorii, v níž se uvažuje relativisticky invariantní vzájemné působení na dálku a j. Dosud však nebylo dosaženo výsledků, jež by dávaly bezpečnou naději na odstranění stávajících obtíží.

Také teorie mesonů  $\pi^1$  a interakce mesonů  $\pi^1$  s nukleony byly podrobeny revisi s hlediska nových method. Zde však nebylo tak uspokojivých výsledků. V teorii mesonů  $\pi^1$  je vazbová konstanta sama velmi velká, a i když teorie připouští renormalisaci, nelze v teorii perturbací použít první aproximace, což vede k tomu, že je třeba jiných aproximačních method. Připomeňme zde práce Wenzelovy a Tomonagovy. Jejich výsledky jsou však velmi vzdáleny od výsledků experimentálních. V žádném případě nelze ani hovořit o kvantitativním souhlasu, jako tomu bylo u posunu hladin jemné struktury v kvantové elektrodynamice.

Vážnější námítky proti neomezené aplikaci normovatelných teorií přišly však v posledních letech odjinud. Leeovi se podařilo vypracovat jeden případ normovatelné kvantové teorie pole, v níž integrace rovnic byla možná bez teorie perturbací, teorie sama však se velmi shodovala s kvantovou elektrodynamikou. Källén a Pauli ukázali rozborom této teorie, že renormalisací přestává být Hamiltonian výchozí soustavy hermitovským. To má za následek, že jako stacionární stavy této hamiltonovské funkce se objevují stavy, nazvané oběma autory virtuálními. Důsledkem je pak, že metrika hilbertovského prostoru přestává být kladnou a matice  $S$  unitární. Fysikálně to znamená, že je nutno připustit záporné pravděpodobnosti, což je logicky nesmyslné.

Vyložíme situaci trochu podrobněji.

Ve výchozích rovnicích kvantové elektrodynamiky budiž náboj  $e_0$ . Abychom se vyhnuli divergencím, zavedme maximální impuls odřezání  $P$  (s předpokladem, že nakonec se provede limitní přechod  $P \rightarrow \infty$ ). Pak vztah mezi skutečným nábojem elektronu  $e$  a veličinou  $e_0$  lze udát ve tvaru

$$e^2 = \frac{e_0^2}{1 + e_0^2 F(P, e_0^2)},$$

kde  $F > 0$ . Podle Pauliho a Källéna a také podle posledních prací Landaua a Thirringa lze patrně  $F$  zdola omezit:

$$F(P, e_0^2) > \text{konst} \cdot \lg P$$

pro všechna  $e_0^2$ . To znamená, že  $e^2 \rightarrow 0$  při  $P \rightarrow \infty$  pro všechna konečná  $e_0$ , tedy každému výchozímu náboji  $e_0$  odpovídá skutečný náboj nula, není tedy žádného elektromagnetického vzájemného působení. Zavedeme-li  $e$  libovolně, pak pro konečná  $P$ , větší než jistá hodnota, se  $e_0^2$  stává záporným, tedy vazbová konstanta  $e_0$  imaginární a hamiltonovská funkce nehermitovskou. Hodnoty  $e_0^2 < 0$  vedou k shora zmíněným virtuálním stavům. Jejich energie je za vypočtených předpokladů velmi vysoká —  $\lg(E/mc^2) \approx 137$ . Při malých energiích jsou tyto stavy bezvýznamné a při konečném nevelkém  $P$  tyto stavy vůbec odpadají. Kvantová elektrodynamika nemůže být tedy učiněna uzavřenou, relativisticky invariantní matematickou teorií, nezavede-li se nějaké pravidlo odřezání.

To vše má fundamentální význam zejména pro teorie se silnou vazbou, na příklad pro interakce mesonů  $\pi$  s nukleony. Zde se v souhlase s teorií ukazují virtuální stavy v oblasti energií dosažitelných experimentálně — energií řádově 1 BeV. V teorii mesonů  $\pi$  lze dosáhnout fyzikálně interpretovatelných výsledků jen zavedením poměrně malého impulsu odřezání, čímž se teorie změní tak pronikavě, že velmi hrubě odpovídá skutečnosti při malých energiích, při větších energiích je však od ní na míle vzdálena.

Ukazuje se tedy, že renormalisace nestačí, aby se z kvantové teorie pole mohla učinit matematicky uzavřená teorie; aby mohla být bezpečným základem pro teorii elementárních částic, bude třeba zásadních změn.

Nedostatečnost staré kvantové elektrodynamiky prokazují také experimentální práce v oblasti kaskádních dějů velkých energií v kosmickém záření. Byly pozorovány spršky s nečekaně velkým počtem dvojic, vyvolané elektrony, častý hromadný vznik částic vyvolaný paprsky  $\gamma$  — až 20 kvant při jedné srážce, výskyt částic, chovajících se jako elektrony, avšak emitujících při velkých energiích mnohem intenzivněji, než jak by odpovídalo staré kvantové elektrodynamice. Zde jsou možné dva výklady: buď jde o elektrony, pak však při velkých energiích řádu 10 BeV kvantová elektrodynamika není správná, nebo jde o jiné částice než elektrony, na příklad o částice s jednotkovým spinem, které jak známo při velkých energiích emitují intenzivněji než elektrony. I tu se však mlčky předpokládá existence nenormalisovaného elektromagnetického vzájemného působení. Experimentální materiály zatím neumožňují v této otázce rozhodnout.

Všimněme si ještě tohoto základního rysu celé situace:

Normovatelné teorie se ve své původní formě týkaly zcela určité skupiny elementárních částic, elektronů, fotonů, nukleonů nebo mesonů  $\pi$ . Jak lze odtud dojít k teorii, která by vysvětlovala rozdělení mass u všech ostatních elementárních částic? Vyslovovaly se velmi mlhavé naděje, že nakonec bude možno zahrnout massy a interakce všech elementárních částic v jednu gigantickou Hamiltonovu funkci a dokázat, že příslušnou rovnici bude lze renormalisovat jen pro určité hodnoty mass a vazbových konstant, a že bude mít konvergentní řešení, tím pak že bude určeno také reálné rozdělení ostatních mass a ostatní vlastnosti. Jestliže si věc rozvážíme, vidíme, že takový program by k realisaci vyžadoval přímo zázračný matematický aparát.

Hlavní úkol výzkumů v teorii elementárních částic nutno formulovat takto:

Teorie elementárních částic musí operovat se základními rovnicemi pro hmotu vůbec, nikoli jen pro jednotlivé elementární částice. Z těchto rovnic musí vyplývat existence elementárních částic ve formě na příklad charakteristických řešení. Elementární částice mají tedy v takové teorii analogickou úlohu, jakou mají stacionární stavy ve složitém atomárním systému v kvantové mechanice, nikoli takovou úlohu, jakou mají ve staré teorii elektrony. Elementární částice musí zde dále vystupovat se všemi svými interakcemi. Představy volných částic bez interakcí ztratí smysl. Zkoumání se bude muset

soustředit zejména na vázané stavy, neboť ve správně vybudované teorii vystupují elementární částice samy jako vázané stavy.

První kroky v tomto směru již učinili japonští fyzikové, zejména Nishina. Hlavní neshoda je však v tom, že je třeba zformulovat nějakou kvantovou teorii pole, která by neměla divergencí a jiných matematických sporů, a která by sloužila za příklad.

V této souvislosti stojí za zmínku předběžné práce autora a spolupracovníků. V práci se vychází z obvyklé vlnové rovnice

$$\gamma_\nu \frac{\partial \psi}{\partial x_\nu} + l^2 \psi (\psi + \bar{\psi}) = 0,$$

kde  $\psi$  je vlnové pole hmoty, ne však pole jakýchkoli elementárních částic. Pravidla pro kvantování jsou zde změněna ve srovnání s pravidly obvyklé kvantové teorie pole tak, že je nemožná renormalisace. To má za následek, že vedle obvyklého hilbertovského prostoru se zde objevuje „druhý hilbertovský prostor“, neboli „Hilbertův prostor částic“ se stavy, jež se fyzikálně nerealizují. Tento druhý prostor má význam jen pro virtuální mezistavy a vede k tomu, že funkce  $\delta$  v distribuční funkci na světelném kuželi, jež je příčinou všech divergencí, vymizí. Jako vstupní nebo výstupní vlny se stavy druhého Hilbertova prostoru neprojevují. Tento prostor úzce souvisí s prostorem Källénových-Pauliových virtuálních stavů v normovatelné teorii. Jeho stavy činí metriku Hilbertova obecného prostoru neurčenou a vedou formálně k záporným pravděpodobnostem, nejsou však matematicky identické s virtuálními stavy Källéna a Pauliho a i jinak se od těchto liší. Nepůjdeme do podrobností, uvedeme jen, že rozdíly vedou k tomu,

1. že v matici  $S$  nedochází k přechodu od normálních stavů k stavům virtuálním,
2. a že pro normální stavy zůstává matice  $S$  unitární.

Záporné pravděpodobnosti nemají pro matici  $S$  význam a nemají vliv na fyzikální interpretaci. To znamená, při nejmenším v každé konečné aproximaci, že teorie kvalitativně odpovídá našim dnešním poznatkům o elementárních částicích.

Nelze ovšem říci, že tato teorie je matematicky beze zbytku konsistentní, neboť není ještě dokázáno, že postupné aproximace vedou ke konečné limitní hodnotě. Při nižších aproximacích však spektrum elementárních částic, získané z tak zvané obvyklé rovnice, podivuhodně souhlasí se spektrem elementárních částic, které dává experiment.

Zmínili jsme se zde o této teorii jen proto, že ona může dát jistou představu o základech teorie elementárních částic.

Závěrem lze říci:

Normovatelné teorie typu kvantové elektrodynamiky mohou být velmi užitečné pro přibližný popis určité skupiny elementárních částic a jejich interakcí. Pro vypracování obecné teorie elementárních částic jsou nevhodné.

K vypracování obecné teorie elementárních částic je třeba dalšího rozvoje známých metod pro kvantování polí.

Budoucí matematický aparát musí dát hodnoty pro massu, pro srážky pak unitární, relativisticky invariantní matici  $S$ .

V rozvoji kvantové teorie pole bude mít pravděpodobně podstatnou úlohu rozšíření pojmu Hilbertova prostoru ve shora uvedeném smyslu. Je možné, že takové rozšíření umožní — při zachování unitárnosti matice  $S$  — vzdát se lokálního popisu vlnové funkce, což by v zásadě stačilo k výkladu experimentálních faktů. Můžeme mít naději, že časem dostaneme z jednoduché základní rovnice všechny elementární částice jako její charakteristická řešení.

Josef Veselka