

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Emanuel Klier; Jaroslav Štingl
Grafické vyšetření slunečního záření

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 5 (1960), No. 1, 75--83

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/137079>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1960

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

ASTRONOMIE

GRAFICKÉ VYŠETŘENÍ SLUNEČNÍHO ZATMĚNÍ

EMANUEL KLIER a JAROSLAV ŠTINGL

Oblastní lidová hvězdárna v Plzni.

V grafických metodách, užívaných pro vyšetření slunečního zatmění, je třeba provádět některé početní operace. V tomto článku podáme metodu ryze grafickou a její užití pro vyšetření slunečního zatmění ze dne 2. října 1959. Opíráme se při tom důsledně o zásady deskriptivní geometrie. Metoda je přehledná a názorná, takže eventuální chyby při postupu ohlásí se samy sebou. Dosažené výsledky jsou v dobrém souhlase s metodami početními.

Metoda Steinichova. V roce 1899 vypracoval nadšený astronom-amatér Karel Steinich, ředitel měšťanské školy v Praze, přibližnou metodu pro vyšetření slunečních zatmění. Je vylíčena v jeho zajímavé knize „Počátky zeměpisu hvězdářského“.

Zdůvodnění jeho metody vyžaduje řadu zjednodušujících předpokladů, čímž metoda poněkud ztrácí na přesnosti.

Naše čistě deskriptivní metoda je založena na základních rovnicích početní Besselovy metody. Odobnou metodu jsme v žádné nám dostupné literatuře nenalezli. Je zde uveřejněna poprvé.

Přehled úloh. Grafickou metodou vyšetříme tyto úkoly:

1. Najít čas a místo prvního a posledního dotyku na Zemi vůbec.
2. Najít křivky, spojující na Zemi ta místa, kde nastává první dotyk polostínu právě při východu Slunce, kde nastává maximum zatmění při východu Slunce a kde konec při východu Slunce.
3. Najít podobné křivky pro západ Slunce.
4. Určit severní a jižní hranici oblasti, kde zatmění nastává.
5. Vyšetření oblasti prstencového nebo úplného zatmění.
6. Najít instantánní křivky, tj. křivky, spojující na Zemi místa, kde současně, tj. v daném okamžiku, probíhá obrys polostínového kužele.
7. Vyšetřit průběh zatmění pro některé dané místo na Zemi, a to: a) první dotyk — čas a poziční úhel, b) maximum — čas a velikost, c) poslední dotyk — čas a poziční úhel.
8. Průběh zatmění pro nějakou menší oblast, např. pro Čechy.

Základní rovnice. Střed zemský E budiž počátkem souřadnicového systému. Osa z je rovnoběžná s osou stínového kužele a její kladný směr směřuje proti slunečním paprskům SL , přičemž S je střed Slunce a L střed Měsíce. Besselova rovina xy prochází středem Země E a stojí kolmo na z . Její průsečnice s rovníkovou rovinou budiž osou x , a to tak, že kladný směr osy x má rektascenzi o 90° větší než kladná část osy z . Rovina proložená osou z a severním pólem zemským protne rovinu xy v ose y , jejíž kladný směr má kladnou de-

klinaci. Osa stínového kužele protne rovinu xy v bodě C , pro jehož souřadnice x , y a pro souřadnici z středu Měsíce platí rovnice:

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{R} = \frac{\cos \delta_M \sin (\alpha_M - \alpha)}{\sin \pi_M} \\ \frac{y}{R} = \frac{1}{\sin \pi_M} [\sin (\delta_M - \delta) + \frac{1}{2} \sin \delta \cos \delta_M \sin^2 (\alpha_M - \alpha)] \\ \frac{z}{R} = \frac{1}{\sin \pi_M} [\cos (\delta_M - \delta) + \frac{1}{2} \cos \delta \cos \delta_M \sin^2 (\alpha_M - \alpha)] \\ \sin f_a = \left(\frac{R_M}{R} + \frac{R_S}{R} \right) \frac{\sin \pi_M \sin \pi_S}{\sin (\pi_M - \pi_S)} \\ \frac{u_a}{R} = \left(\frac{z}{R} \sin f_a + \frac{R_M}{R} \right) \sec f_a . \end{array} \right.$$

Přitom značí

R — lineární rovníkový poloměr Země v km, α_M , δ_M — geocentrická rektascense a deklinace Měsíce, α , δ — geoc. rektascense a deklinace úběžného bodu Z , π_M , π_S — ekvatoreální horiz. paralaxy Měsíce a Slunce, f_a — úhlové rozevření polostínu, u_a — poloměr polostínu v Besselově rovině v km, R_M , R_S — lineární poloměry Měsíce a Slunce v km.

Zjednodušující předpoklady. Pro naše účely uijeme tato zjednodušení:

1. Země je koule o poloměru $R = 6378,4$ km.
2. Směr EL je shodný se směrem Ez (líší se jen asi o $16''$). Pak α , δ jsou geocentrická rektascense a deklinace Slunce.
3. V rozmezí zemského poloměru zanedbáme konicitu polostínu a budeme jej považovat za válec o poloměru u_a .
4. Pohyb v rektascensi a deklinaci uvažujeme rovnoměrný.

Do rovnic (1) dosadíme některé známé hodnoty:

$$\frac{R_M}{R} = 0,2725, \quad \frac{R_S}{R} = 109,048, \quad \frac{R_M}{R} + \frac{R_S}{R} = 109,3205.$$

Dále vynecháme druhé členy v lomených závorkách jako zanedbatelné a předpokládáme, že paralaxy a úhlové poloměry jsou konstantní (během zatmění), jak udávají veškeré hvězdařské ročenky pro okamžik konjunkce. Rovnice pak budou znít:

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{ll} (a) \quad \frac{x}{R} = \frac{\sin (\alpha_M - \alpha_S)}{\sin \pi_M} \cos \delta_M, & (d) \quad \sin f_a = 190,3205 \frac{\sin \pi_M \sin \pi_S}{\sin (\pi_M - \pi_S)}, \\ (b) \quad \frac{y}{R} = \frac{\sin (\delta_M - \delta_S)}{\sin \pi_M}, & (e) \quad \frac{u_a}{R} = \left(\frac{z}{R} \sin f_a + 0,2725 \right) \sec f_a . \\ (c) \quad \frac{z}{R} = \frac{\cos (\delta_M - \delta_S)}{\sin \pi_M} \end{array} \right.$$

Derivováním podle času najdeme, považující $\cos \delta_M$ za konstantní,

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \frac{x}{R} = \frac{\cos(\alpha_M - \alpha_S)}{\sin \pi_M} \cos \delta_M \frac{d(\alpha_M - \alpha_S)}{dt}, \\ \frac{d}{dt} \frac{y}{R} = \frac{\cos(\delta_M - \delta_S)}{\sin \pi_M} \frac{d(\delta_M - \delta_S)}{dt}, \end{array} \right.$$

takže směrnice tečny relativní dráhy středu stínu je

$$(4) \quad k = \frac{dy}{dx} = \frac{\cos(\delta_M - \delta_S)}{\cos(\alpha_M - \alpha_S)} \frac{\frac{d(\delta_M - \delta_S)}{dt}}{\frac{d(\alpha_M - \alpha_S)}{dt}} \sec \delta_M.$$

Poněvadž k se mění v průběhu zatmění s časem jen nepatrně, můžeme je pokládat za konstantní, a tedy relativní dráhu za přímku, jejíž směrnice je k pro okamžik konjunkce v rektascenzi ($\alpha_M = \alpha_S$).

Zatmění Slunce dne 2. října 1959. Místo, abychom podali obecný výklad grafické metody, provedeme vyšetření průběhu zatmění dne 2. října 1959.

Pro toto zatmění udává Berliner astronomisches Jahrbuch 1959:

doba konjunkce v rektascenzi	t_0	=	$12^h 12^m 16^s$, 6 SČ,
společná rektascense v konj.	$\alpha_M = \alpha_S$	=	$12^h 31^m 25^s, 11$,
hodinová změna rekt. Měsíce	$\Delta \alpha_M$	=	$2^m 17^s, 54$,
hodinová změna rekt. Slunce	$\Delta \alpha_S$	=	$9^s, 06$,
deklinace Měsíce	δ_M	=	$-2^\circ 57' 13,0''$,
deklinace Slunce	δ_S	=	$-3^\circ 23' 28,1''$,
hod. změna deklinace Měsíce	$\Delta \delta_M$	=	$-11' 07,0''$,
hod. změna deklinace Slunce	$\Delta \delta_S$	=	$-58,2''$,
ekvat. horiz. paralaxa Měsíce	π_M	=	$59' 38,8''$,
ekvat. horiz. paralaxa Slunce	π_S	=	$8,8''$,
zdánlivý poloměr Měsíce	r_M	=	$16' 14,4''$,
zdánlivý poloměr Slunce	r_S	=	$15' 58,8''$,

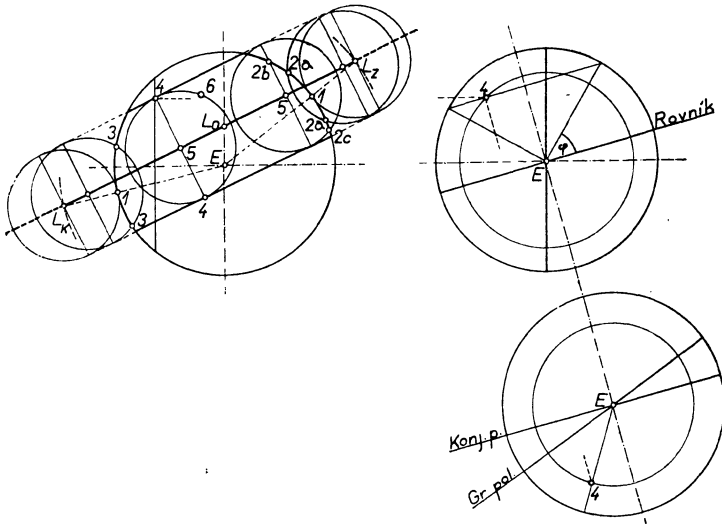
Základní myšlenka metody. Libovolným poloměrem, např. $R = 100$ mm, opišme kružnici o středu E , která zobrazuje obrys Země v nárysu. Osa z směřuje za nákresnu, ke Slunci. Kladná osa x směřuje vlevo, kladná osa y vzhůru. Hledíme tedy na neosvětlenou polokouli, západ je vpravo, východ vlevo. V okamžiku konjunkce, kdy $\alpha_M = \alpha_S$, je $x_0 = 0$ a y z rovnice (2b) dává $y_0 = +44,0$ mm. Tuto hodnotu nanese na konjunkční poledník, tj. na osu y do bodu L_0 . Tímto bodem vedeme přímku o směrnici, dané rovnicí (4), z níž dostáváme $k = 0,316$. Tato přímka je relativní dráhou středu Měsíce nebo středu stínu. Z rovnic (2) plyne poloměr polostínu $u_a = 54,17$ mm. Kružnice o středu E a poloměru $R + u_a = 154,17$ mm protne relativní dráhu v pozicích středu polostínu při prvním a posledním dotyku s povrchem Země, které nastanou v bodech označených v obr. 1 čísly 1. Přitom pravý (levý) bod značí začátek (konec) zatmění na Zemi.

Složky dráhy proběhnuté za hodinu určíme z rovnic (3) a z nich buď poččetně nebo graficky určíme dráhu proběhnutou za hodinu, a to $\frac{\Delta s}{\Delta t} = 0,565 R$. Z výkresu změříme od

bodu L_0 (od konjunkce) pro začátek $s_z = 1,348 R$ a pro konec $s_k = 1,615 R$, z čehož plyne čas prvního a posledního dotyku

$$t_r = t_0 - \frac{s_z}{\Delta s/\Delta t} = 12^h 12^m 3 - 2^h 23^m,0 = 9^h 49^m,3 \text{ SČ},$$

$$t_k = t_0 + \frac{s_k}{\Delta s/\Delta t} = 12^h 12^m,3 + 2^h 51^m,4 = 15^h 03^m,7 \text{ SČ},$$



Obr. 1

což je ve výborném souhlase s Jahrbuchem, kde je

$$t_z = 9^h 49^m,1 \text{ SČ}, \quad t_k = 15^h 03^m,7 \text{ SČ}.$$

Známe tak na relativní dráze tři časové údaje, z nichž si na ní lahko sestrojíme měřítko času.

Oblast, omezená v nárysu rovnoběžkami s relativní drahou ve vzdálenosti u_s severně a jižně (jakožto hranicemi) a částmi obrysu Země (které jsou hranicí mezi osvětlenou a neosvětlenou polokoulí), je oblastí, kde se celé zatmění odehrává — ovšem v nárysu.

V této oblasti jsou zahrnuty jednotlivé fáze zatmění na neotáčející se Zemi. Úlohou grafické metody je najít obraz průběhu zatmění na rotující Zemi. K tomu nám poslouží časová stupnice na relativní dráze, poloha Greenwichského poledníku v okamžiku konjunkce a redukce poledníku vyšetřovaného místa na okamžik konjunkce (viz dále).

Vedle nárysu nakresleme stranorys. Svislý průměr bude stínovou hranicí zleva osvětlené Země. Osu zemskou a rovník narýsujeme podle udané deklinace Slunce tak, že je-li δ_s kladné (záporné), bude rovník skloněn o σ_s pod (nad) vodorovnou přímkou na osvětlené, tj. levé polokouli. V našem případě je $\delta_s = -3^\circ 23' 28,1''$.

Obrys Země promítneme do roviny rovníkové (kreslíme do zvláštního obrázku) a nazveme stručně půdorysem. Konjunkční poledník ve stranorysu jeví se jako obrys zemský, v půdorysu je vyznačen přímkou rovnoběžnou se stranorysem rovníku. (Uvažujeme jeho část na osvětlené polokouli.)

V okamžiku konjunktce t_0 SČ mají všechna místa na konjunkčním poledníku pravé poledne. Čas střední udává každá hvězdářská ročenka v denní efemeridě Slunce. V našem případě mají místa na konjunkčním poledníku středního času $S = 11^h49^m,5$ SČ.

Místa na Greenwichském poledníku mají čas t_0 . Je proto Greenwichský poledník v okamžiku konjunktce odchýlen od konjunkčního poledníku o úhel příslušný časovému rozdílu $t_0 - S$ směrem zemské rotace. Při letošním zatmění je

$$t_0 - S = 12^h12^m,3 - 11^h49^m,5 = 22^m,8 = 5^{\circ}42'.$$

Nanesením tohoto úhlu dostáváme v půdorysu polohu Greenwichského poledníku v okamžiku konjunktce a shledáváme, že konj. pol. má $5^{\circ}42'$ západní délky, jak vyznačeno v obr. 1.

Přistoupíme nyní k vlastnímu vyšetření. Jednotlivé úkoly uvedené v seznamu úloh (viz výše) jsou očíslovány a souhlasně s nimi i příslušné body v obr. 1.*

1. První a poslední dotyk

Dotyky nastaly na stínové hranici. Budou tedy jejich stranorisy opět na stínové hranici. Těmito body procházejí stranorisy příslušných geografických rovnoběžek. Stačí tedy změřit úhloměrem jejich zeměpisnou šířku.

Zeměpisnou délku určíme takto: Nakresleme půdorys rovnoběžky bodu, v němž nastal první dotyk a jím procházející příslušný poledník. To je jeho poloha v okamžiku prvního dotyku t_2 , tedy $t_0 - t_2$ před konjunktí. V době konjunktce by byl tento poledník o úhel příslušný tomuto časovému intervalu posunut k východu. Toto otáčení nebudeme však provádět, abychom výkres neučinili nepřehledným, nýbrž změříme úhel poledníku od Greenwichského poledníku a časový rozdíl $t_0 - t_2$, převedený na míru úhlovou, od něho odečteme. Výsledek je hledaná zeměpisná délka λ místa prvního dotyku. Tímto postupem redukovali jsme polohu poledníku v čase t_2 na okamžik konjunktce t_0 , pro nějž máme Greenwichský poledník nakreslen.

Úplně obdobně bychom zjistili místo posledního dotyku. Je třeba jen dbát, abychom úhly odpovídající dobám před (po) konjunktí odečítali (přičítali) k t_0 .

V našem vyšetření dostali jsme pro první a poslední dotyk (body 1 v obr. 1):

$$Z : t_z = 9^h49^m,3, \varphi_z = 33^{\circ},5, \lambda_z = 58^{\circ}; \quad K : t_k = 15^h03^m,7, \varphi_k = -2^{\circ}, \lambda_k = 318^{\circ}5.$$

Jahrbuch uvádí:

$$Z : t_z = 9^h49^m,1, \varphi_z = 33^{\circ}32', \lambda_z = 57^{\circ}40'; \quad K : t_k = 15^h03^m,7, \\ \varphi_k = -1^{\circ}44', \lambda_k = 318^{\circ}27'.$$

2. Zatmění při východu

a) Při dalším pohybu „zařezává se“ polostín do povrchu Země. Tak v čase t (na stupnici) všechny body na oblouku polostínu uvnitř nárysu Země mají začátek zatmění. Body na stínové hranici odpovídají místům, kde zatmění začíná při východu Slunce. Abychom vyšetřili geografické souřadnice těchto bodů, můžeme postupovat ke zvolenému času jako v prvním případě, nebo zvolíme určitou zeměpisnou šířku (např. $\varphi = 20^{\circ}$), z jejího stranorisy odvodíme nárys na stínovém rozhraní. Tímto bodem proložená polostínová kružnice

*) Pro množství konstrukcí nebylo možno v tomto místě reprodukovat originály obrazů, v nichž jsme vyšetření provedli, neboť by se staly značně nepřehlednými. Uvádíme proto obrázky 1 a 3 jen jako vzory. Z téhož důvodu situace na nich také neodpovídá údajům Hvězdářské ročenky. Obrázek 2 plně souhlasí s vyšetřeným zatměním.

určuje svým středem příslušný čas a z něho principem redukce na okamžik konjunkce dostaneme zeměpisnou délku.

b) Bod, ve kterém relativní dráha protíná stínovou hranici je bodem, v němž nastává maximum při východu Slunce. Je to současně bod, v němž nastává začátek úplného nebo kruhového zatmění. Čas odečítáme na stupnici, ze stranorysu určíme zeměpisnou šířku, z půdorysu a redukcí na okamžik konjunkce najdeme zeměpisnou délku.

Průměr polostínu kolmý k relativní dráze protíná v dalších okamžicích stínovou hranici v bodech, k nimž popsaným způsobem vyhledáme časy a zeměpisné souřadnice. Jsou to body, pro něž nastává maximum při východu, až poslední body odpovídají průsečíku severní a jižní hranice se stínovou hranicí. Jsou to zároveň první body severní, resp. jižní hranice.

c) V dalším čase protíná druhá polovina polostínové kružnice stínové rozhraní v bodech, jež náleží čáře bodů, v nichž zatmění končí při východu a průsečík relativní dráhy se stínovou hranicí je posledním takovým bodem.

Vyšetřili jsme tyto body:

Pro $\varphi =$	+ 20°	+ 50°
Začátek při východu	$\lambda = 61^\circ$	$\lambda = 58^\circ$
Maximum při východu	71°,5	73°.
Konec při východu	82°	87°.

3. Zatmění při západu

Průsečíky polostínu a jeho průměru s druhou polovinou stínového rozhraní dají obdobně místa začátku, maxima a konce zatmění při západu.

Dostali jsme:

Pro $\varphi =$	+ 20°	+ 50°.
Začátek při západu	$\lambda = 287^\circ 5$	$\lambda = 289^\circ$.
Maximum při západu	301°5	294°.
Konec při západu	315°	298°5

4. Severní a jižní hranice

Zvolíme několik posic polostínové kružnice. Její střed udává čas. Z nárysů bodů dotyků se severní a jižní hranicí odvodíme stranorysy tak, že vedeme bodem dotyku rovinu svislou, která protne Zemi v kružnici, jejíž stranorys snadno narýsujeme. Na něm pak je stranorys bodu dotyku, jím prochází nárys rovnoběžky, čímž určíme zeměpisnou šířku, z půdorysu a redukcí na okamžik konjunkce zeměpisnou délku.

Body severní hranice:

$\varphi =$	86°5,	$\lambda = 336^\circ,5$ začátek hranice,
	64°	327°	
	56°5	291° konec hranice.

Body jižní hranice:

$\varphi =$	+ 10°,5	$\lambda = 72^\circ$ začátek hranice,
	+ 6°	45°	
	- 10°,5	10°,5	
	- 22°	343°	
	- 24°	304° konec hranice.

5. Úplné (případně prstencové) zatmění

Průměr plného stínu je zhruba úměrný rozdílu úhlových průměrů Slunce a Měsíce. Jeho průměr v rovině xy je nejvýše několik desítek km. V použitém měřítku nelze znázornit tak úzký pruh, v němž úplné zatmění probíhá, spokojíme se tedy s průběhem středu oblasti úplného zatmění, tj. s průběhem podél relativní dráhy středu stínu.

Z nárysů středů polostínové kružnice odvodíme opět popsáním způsobem stranorisy, půdorysy, zem. šířky a délky.

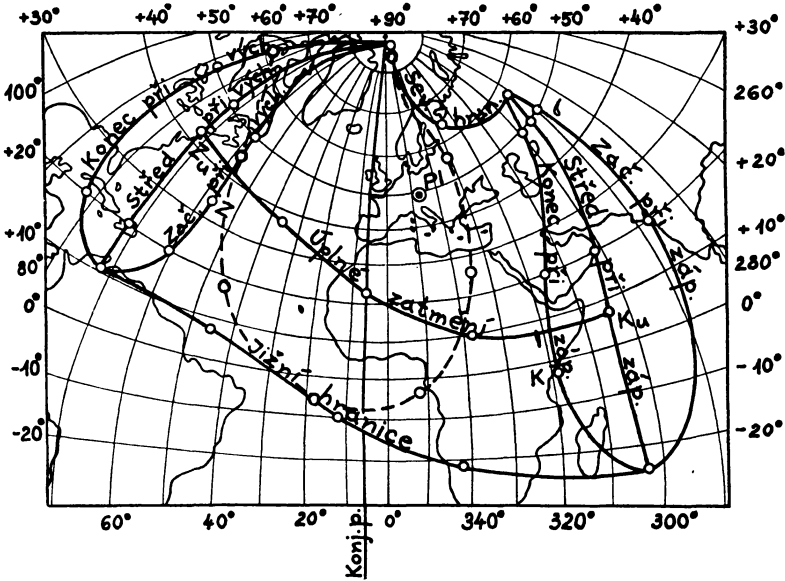
Začátek úpl. zatmění: $10^{\text{h}}50^{\text{m}}2$, $\varphi = 42^{\circ}5$, $\lambda = 72^{\circ}$.

Další body: $36^{\circ}5$, 37° ,
 23° , 6° ,
 $10^{\circ}5$, 339° .

Konec úpl. zatmění: $14^{\text{h}}02^{\text{m}}7$, $\varphi = +7,5^{\circ}$, $\lambda = +304^{\circ}0$.

6. Instantánní křivky

Jsou to jakési vrstvevnice, podle nichž se stín zařezává do povrchu Země. Pro zcela libovolnou pozici polostínu odpovídají body na levé polovině polostínové kružnice bodům,



Obr. 2

v nichž zatmění počíná — na pravé polovině končí — ve zvoleném okamžiku, z něhož obdobně jako v odst. 4 určíme zeměpisné souřadnice.

Vyšetřili jsme tyto body:

Začátek ve 12^{h} SČ: $\varphi = +85^{\circ}$, $\lambda = 340^{\circ}$,
 $+65^{\circ}$ 331° ,
 $+26^{\circ}$ 335° ,
 -3° 352° .

Začátek i konec ve 12^{h} SČ: $\varphi = -6^{\circ}$ $\lambda = 18^{\circ}$.

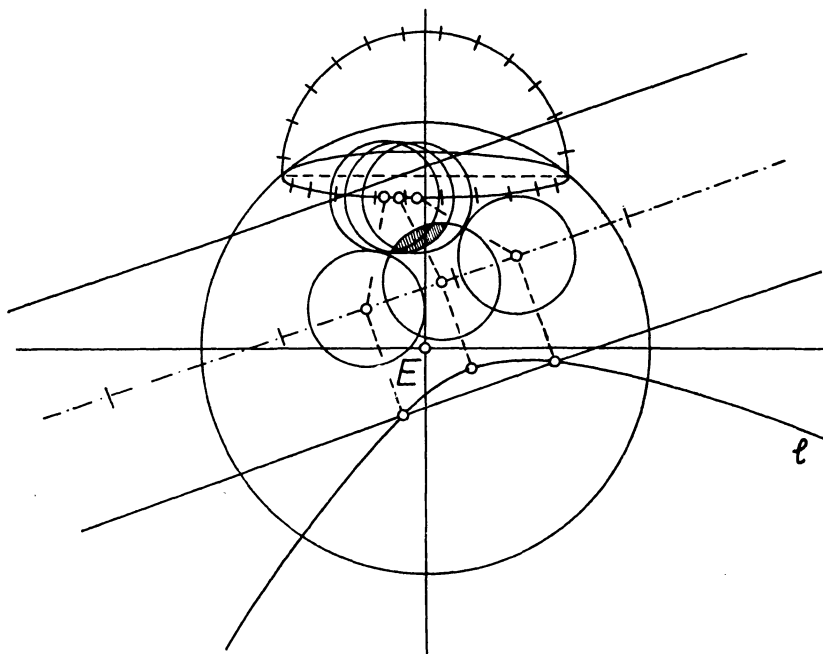
Konec ve 12^h SČ:

$$\begin{array}{r} \varphi = + 18^\circ \quad \lambda = 45^\circ, \\ \quad \quad \quad + 45^\circ \quad \quad 58^\circ, \\ \quad \quad \quad + 62^\circ \quad \quad 86^\circ 5. \end{array}$$

Do připravené geografické sítě vyneseme veškeré vyšetřené body a dostaneme tak obr. 2, jakožto jakési časové rozvinutí nárysu z obr. 1.

7. Zatmění v Plzni

Pro vyšetření zatmění v daném místě zvolili jsme jako příklad Plzeň. Souřadnice Obl. lid. hvězdárny jsou $\varphi = 49^\circ 44_2 \doteq 49^\circ,7$, $\lambda = -13^\circ 24' \doteq -13^\circ,0 = 53^m,6 \doteq 0,^h9$. Podle pravidel o promítání bodů na kouli a podle obrazců 1, sestrojíme v nárysu elipsu jakožto průmět uvažované rovnoběžky.



Obr. 5

Rozdělení rovnoběžky na časové intervaly řešíme ve sklopení takto: Bod, který je průsečíkem rovnoběžky se stínovou hranicí na osvětlené polokouli ve stranorysu (stranorys a půdorys k obr.3**) si čtenář zhotoví podle obr. 1b,c), má pravé poledne, tj. střední čas, jak jsme dříve uvedli, 11^h49^m,5 \doteq 11^h8. Tomu odpovídá s ohledem na zeměpisnou délku Plzně 11^h8 - 0^h,9 = 10^h,9 SČ. Od tohoto bodu sestrojíme časovou stupnici podél sklopené rovnoběžky a ze sklopení odvodíme nárysné stupnice.

Abychom vyšetřili fáze zatmění v jednotlivých okamžicích, sestrojíme graf, znázorňující vzdálenost středů Měsíce a Slunce jako funkci času: V nárysu odměříme několik vzdáleností l těchto bodů a nanese je jako pořadnice kolmo k časové stupnici na relativní

***) Viz pozn.*).

dráze. V bodech, kde poloměr polostínu je roven l , tj. kde jižní tečna protíná naši křivku l , nastává první či poslední dotyk v čase odečteném na stupnici. Minimu křivky odpovídá okamžik maximálního zatmění.

Poloměr polostínu je velmi přibližně úměrný součtu úhlových poloměrů Slunce a Měsíce, rozdělme jej proto v tomto poměru a příslušnými poloměry opišme kružnice zobrazující Slunce a Měsíc. Vidíme ihned jednotlivé fáze zatmění, na stupnicích příslušné časy a můžeme změřit i příslušné tětivy. Odměřením zjistíme také velikost zatmění v procentech průměru slunečního.

Posiční úhly (měřené proti ručičkám hodinovým) prvního a posledního dotyku vzhledem k severnímu okraji Slunce γ^s jeví se v nárysu sevřené svislou přímkou a příslušnou spojnicí l . Vzhledem k nejvyššímu bodu Slunce jsou γ^s úhly sevřené spojnicí Plzně se středem Země E a spojnicí l .

Tak jsme našli pro Plzeň tyto údaje (ve druhém sloupci jsou udány pro srovnání hodnoty získané počtelně):

Začátek pro Plzeň:	11 ^h 28 ^m 1 SČ	11 ^h 28 ^m 1 SČ.
Maximum pro Plzeň:	12 20,0	12 19,8.
Konec pro Plzeň:	13 10,4	13 10,4.
Max. fáze	24,5%	24,3%.
Pos. úhel začátku:	$\gamma_z^s = 245^\circ$	$\gamma_z^s = 244^\circ 8$.
Pos. úhel konce:	$\gamma_k^s = 162^\circ 5$	$\gamma_k^s = 162^\circ 4$.

Souhlas je proto tak pěkný, že jsme pro vyšetření průběhu zatmění v Plzni použili výkresu, ve kterém by poloměr Země činil 500 mm. (V témže výkresu byly proměřeny tětivy pro každých 5^m během zatmění. Byly uveřejněny v 9. čísle časopisu Říše hvězd 1959, v krátké zprávě nadepsané Grafické vyšetření slun. zatmění ze dne 2. října 1959 pro Plzeň.)

8. Průběh zatmění pro menší oblast

Opakujeme-li postup vylíčený v předešlém odstavci jednak pro určité φ a různá λ , jednak pro určité λ a různá φ , můžeme odvodit např. pro Československo soustavu čar, jak je uvádí Ročenka.

Poznámka. Popsanou grafickou metodu lze upravit i pro vyšetření měsíčních zatmění, zákrytů i přechodů.

Použitá literatura

- Dr. L. de Ball, *Lehrbuch der sphärischen Astronomie*, 1912.
 Michajlov, *Téorie zatmění*, 1954.
 Minařík, *Zatmění měsíce a slunce, řešeno použitím metody grafické*, 1896.
 K. Steinich, *Počátky zeměpisu hvězdářského*, 1900 (druhé vydání 1905).
 Ing. V. Borecký, *Ke čtyřicetiletému výročí vydání knihy Steinichovy Počátky zeměpisu hvězdářského* (Říše hvězd XXI, 1940).
 K. Steinich, *Zatmění slunce viditelná v Čechách od r. 1914 do r. 1999* (článek uveřejněný ve Věstníku akademie cis. Frant. Josefa pro vědy, slovesnost a umění, roč. XXI).