

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

J. Kleczek

Hydromagnetika v kosmickém měřítku

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 5 (1960), No. 3, 293--308

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/137000>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1960

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

ASTRONOMIE

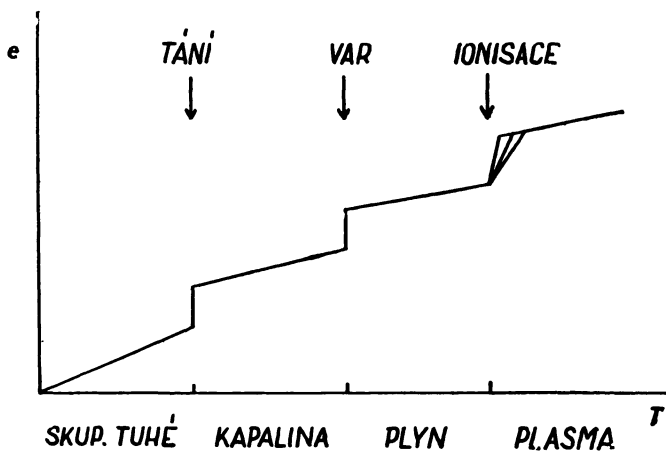
HYDROMAGNETIKA V KOSMICKÉM MĚŘÍTKU

J. KLECZEK

Astronomický ústav ČSAV, Ondřejov

V článku je vysvětlen pojem plasmu. Magnetické pole v plasmě podstatně mění její vlastnosti. Na několika příkladech je objasněno, jak hydromagnetika dochází k závěrům o vzájemných vztazích mezi plasmou a magnetickým polem. Další část článku ukazuje, že nejrozšířenějším skupenstvím ve vesmíru je plasma. Také magnetická pole nacházíme ve všech částech naší Galaxie. Hydromagnetika je proto nezbytnou metodou výzkumu vesmíru. V poslední části článku nalezneme české termíny pro nejdůležitější pojmy v hydromagnetice a seznam učebnic hydromagnetiky.

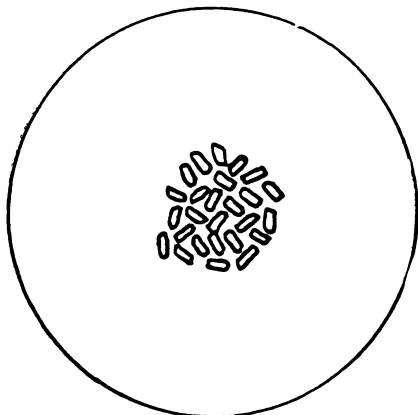
Začneme náš článek obvyklým „již staří Řekové...“ znali plasma. Tehdy jako plamen. A jejich rozdělení látek do čtyř skupenství (elementů) má i dnes plnou platnost: ke skupenství pevnému (zemi), kapalnému (vodě), plynnému (vzduchu) přibyla v docela nedávné době plasma (plamen).



Obr. 1. Skupenství látky je v tomto schématu znázorněno v závislosti na teplotě. Na ose pořadnic je vynesena tepelná energie obsažená v 1 g látky.

Plasma — čtvrté skupenství. Základním pojmem v hydromagnetice je ionizovaný plyn, plasma. Do stavu plasmu můžeme dostat jakoukoli látku, udělíme-li jí dostatečně vysokou teplotu. Při dostatečně nízkých teplotách je každá

látka pevná (tak kyslík je pevnou látkou při teplotách nižších než -219°C , helium při teplotách nižších než $-272,1^{\circ}\text{C}$, voda při teplotách nižších než 0 , wolfram při teplotách nižších než 3380°C). V pevném stavu (skupenství) jsou atomy látky pravidelně uspořádány. Tvoří krystalovou mřížku. V této mřížce mají atomy přesně vymezená místa a celkem velmi omezenou možnost pohybu. Vzdálenost mezi atomy v mřížce je řádově angström. (Např. Cu 3 \AA). Působení mezi sousedními atomy v mřížce je silné a stálé, působení na ostatní atomy značně klesá se vzdáleností. Zahříváním pevné látky se jednak zrychluje kmitavý pohyb atomů kolem jejich střední polohy v mřížce, jednak se zvětšuje vzdálenost mezi sousedními atomy (látka se roztahuje). Při teplotě tání se porušuje pravidelná struktura a látka přechází do skupenství kapalného (obr. 1).



Obr. 2. Stopy uspořádání molekul najdeme i v malých objemech kapaliny.

Objem se při zkapalnění příliš nemění a vzdálenost atomů v kapalině je tedy řádově angström. Také zde je působení stálé a jen na nejbližší atomy. Stopy uspořádání zůstávají v malých objemech kapaliny (obr. 2). Kapalina má řadu společných vlastností s pevnou látkou a proto oboje skupenství označujeme jedním slovem kondensát. Rozdíl mezi kapalinou a pevným skupenstvím je v uspořádání atomů: v pevné látce je podstatné — v kapalině je zcela bezvýznamné.

Mnohem větší změna nastává při přechodu kapaliny v plyn. Za pokojových podmínek je v 1 cm^3 plynu 10^{18} atomů (molekul). Vzdálenost mezi jednotlivými atomy

je tedy přibližně 10^{-6} cm , tj. stokrát větší než v kondensátu. Pohyb je chaotický a k vzájemnému působení mezi atomy (molekulami) dochází jen po krátké době jejich setkání.

Tak např. u vodíku při pokojových podmínkách je střední doba volného letu 10^{-10} sec a střední doba srážky (to jest doba, po níž na sebe molekuly působí) jen 10^{-13} sec . Během krátkého působení dochází k výměně energie mezi částicemi a ke změně směru letu. Kinetická energie částice ($kT \sim 10^{-16} \text{ erg/stupeň}$. $3 \cdot 10^3 \text{ stupňů} = 3 \cdot 10^{-14} \text{ ergů}$) je příliš malá, aby mohla budit atom k záření ve viditelné oblasti spektra (foton žlutého světla např. má energii $h \cdot \nu \sim 6 \cdot 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{sec} \cdot 6 \cdot 10^{14} \sim 4 \cdot 10^{-12} \text{ erg} \sim 2 \text{ eV}$).

Další zvyšování teploty vede k disociaci molekul, a posléze k ionisaci. Při teplotách $10^4 \text{ }^{\circ}\text{K}$ je kinetická energie mnoha částic dostatečná k vytržení elektronu z atomového obalu. Tím spíše dostačuje k vybuzení elektronu na vyšší energetickou hladinu (viz tab. 1).

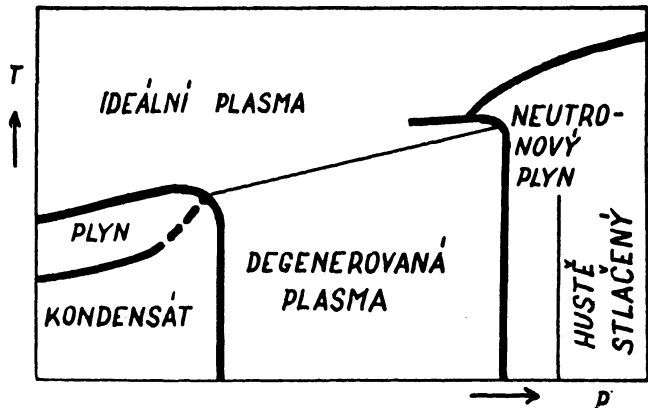
Ionisace plynu vytváří nabitě částice a ve vzájemném působení částic (kladných iontů a záporných elektronů) se uplatňují nové síly — elektrostatické. Z vlastností původního plynu zůstává za ionisaci chaotický neuspořádaný pohyb, kdežto jednotlivé částice na sebe trvale silně působí i na velké vzdálenosti. Charakteristickou vzdáleností pro působení (nebo zastínění částic) je Debyeův poloměr (vzdálenost stínění). V objemu menším než tato vzdálenost dochází k fluktuacím elektrostatického pole, ve větším objemu se ioniso-

Tabulka 1

| Skupenství | Tuhé | Kapalné | Plynné | Plasma |
|----------------------------|---|---|--|--------------------------------------|
| | Kondensát | | | |
| Teplota | nízká (nepříliš nad. absolut. nulou) | vyšší | vysoká | velmi vysoká (tisíce stupňů) |
| Uspořádání | pravidelné v mřížce | v podstatě ne- uspořádané, stopy uspořádání v docela malých oblastech | chaotický pohyb | chaotický pohyb |
| Vzdálenost atomů (molekul) | malá (řádově angströmy) | malá (řádově angströmy) | velká (sta angström v pokojových podmínkách) | velká (jako u plynu) |
| Vzájemné působení atomů | trvalé, silné ale jen mezi sousedními atomy | trvalé, silné ale jen mezi sousedními atomy | jen po velmi krátkou dobu srážky | trvalé, silné a na velkou vzdálenost |

vaný plyn chová navenek elektricky neutrálně. Pro takový ionisovaný plyn, který se projevuje jako neutrální a ne jako směs jednotlivých elektrických částic, zavedl v r. 1929 americký fyzik Irving Langmuir název plasma.

V nepříliš malém objemu se tedy směs kladných iontů a záporných elektronů jeví elektricky neutrální. Tento stav bývá nazýván „kvasineutralita“. Počet kladných nábojů je vykompensován přesně stejným počtem elektronů, takže navenek se náboje vyrovnávají. V rozsáhlé sluneční koruně by vyvolal na př. jediný elektron navíc velmi silné pole. Tato odchylka od kvasineutralnosti vyvolaná jediným elektronem by se okamžitě vyrovnala. Plasma je stálá vzhledem k menším vnějším poruchám



Obr. 3. Stavby látek za různých teplot a tlaků. Posuv doprava znamená, že látku podrobujeme vyšším tlakům, posuv nahoru odpovídá zahřívání. Z tohoto schematického stavového diagramu je patrné, že 1) kondensát je ve vesmíru omezen na docela úzkou oblast nízkých tlaků a nízkých teplot; 2) největší oblast teplot a tlaků odpovídá plasmě. Plasma je také nejrozšířenějším skupenstvím ve vesmíru. Zcela vpravo je oblast neutronového plynu, který se pro svou obrovskou hustotu a neutrálnost částic vymyká zákonům hydromagnetiky.

a má tendenci vracet se po takové poruše do původního stavu. Touto stálostí se opět plasma podobá skupenství pevnému. Ovšem, stálost v mřížce je působena silami s velmi malým dosahem, kdežto stabilita plasmy je dána elektrickými silami, působícími na velké vzdálenosti. Každá nabitá částice je proto pod vlivem mnoha jiných částic.

Ionisace nemusí být úplná a plasma může obsahovat neutrální atomy. Studium zcela ionisovaných plynů je však jednodušší, neboť působení mezi plasmou a neutrálními atomy úvahy značně komplikuje.

K ionisaci látky dochází nejen teplotou ale též tlakem. Obecně můžeme znázornit stavy látky za různých tlaků a teplot schématem na obr. 3.

Záření plasmy. Kinetická energie elektronů v plasmě dostačuje k buzení atomů (viz tab. 2). Geisslerovy trubice, horské slunce, neonové reklamy, obloukové světlo, plamen, zářivky — to jsou pozemské příklady na záření plasmy. Barva záření plasmy závisí na jejím chemickém složení a stupni ionisace. Při teplotě $\sim 10\,000^\circ\text{C}$ září např. sluneční plyny (protuberance, chromosféra) tmavě červeně, díky intenzivní vodíkové čáře H_α . Táž látka o stejném chemickém složení však ve sluneční koruně září zeleně, červeně nebo žlutě, podle teploty.

Tabulka 2

Budící a ionizační potenciály několika prvků.

| Atom | Nejnižší budící potenciál (eV) | První ionizační potenciál (eV) | Druhý ionizační potenciál (eV) |
|------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| H | 10,2 | 13,6 | — |
| He | 19,8 | 24,6 | 54,4 |
| Ar | 11,5 | 15,7 | 27,6 |
| Kr | 9,9 | 14,0 | 26,5 |
| X | 8,3 | 12,1 | 21,2 |
| Na | 2,12 | 5,14 | 47,3 |
| Hg | 4,86 | 10,4 | 18,8 |

Chemické vlastnosti prvků se silně v plasmě mění. Uvedme jako příklad této „chemie vysokých teplot“, že atomy inertních plynů se stávají vysoce aktivními. Jsou známy sloučeniny helia s rtutí, molekula He_2 atd. Birkelandova metoda spalování vzduchu za vysoké teploty v elektrickém oblouku ($\text{N}_2 + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{NO}$) je známým příkladem aktivace normálně neaktivního dusíku.

Elektrická vodivost plasmy je její nejdůležitější vlastností a důvodem vzniku nového vědního oboru — hydromagnetiky. Volné elektrony v plasmě jsou příčinou její vysoké vodivosti. Také touto vlastností se plasma podobá dobrým vodičům — kovům a liší se tak od plynů, které jsou naopak dobrými izolátory.

Procesy v plasmě jsou mnohem pestřejší než v plynu. Mimo srážky částic, při nichž si částice předávají energii a mění směr pohybu, existuje v plasmě navíc ionisace, rekombinace, buzení a vyzařování fotonů.

Hydromagnetika

Plasma je velmi dobrým vodičem elektřiny a podléhá proto působení magnetického pole. Plasma v magnetickém poli se chová jednak podle zákonů hydrodynamiky, jednak jako vodič podléhá zákonům elektromagnetického pole. Z tohoto vzájemného překrývání dvou zcela odlišných vědních oborů vyrůstá hydromagnetika. (Mimo název hydromagnetika — *hydromagnetics* — najdeme v literatuře i názvy jiné, např.: *magnetohydrodynamics*, *magnetoaerodynamics*, *magnetofluidmechanics*, v ruštině pak магнитогидродинамика, магнитная газодинамика, магнитная гидродинамика). V češtině se zatím užívalo názvů dvou: magnetohydrodynamika a hydromagnetika. Druhý název je kratší a vzhledem k principu ekonomie, který je důležitým zákonem jazyka, bychom se měli přidržet názvu druhého: hydromagnetika.

Pohyb plasmu v magnetickém poli není problémem novým. Tak před více jak dvaceti roky publikoval J. Hartman práci *Theory of Laminar Flow of an Electrically Conductive Liquid in a Homogeneous Magnetic Field*. Stojí za zmínku, že A. Einstein navrhoval kdysi ledničku, v níž by chladicí kapalina byla elektricky vodivá a byla by uváděna v pohyb magnetickým polem. V posledních letech vzrostl zájem o hydromagnetiku díky objevům magnetických polí v nejrůznějších částech vesmíru a díky několika symposiím, která se aplikací hydromagnetiky na vesmír zabývala. Zájem techniků a široké veřejnosti o problémy hydromagnetiky silně vzrostl díky termonukleárním reakcím, uskutečněným před nedávnou dobou v laboratořích. Tak vystoupila do popředí praktická stránka hydromagnetiky, která umožňuje člověku dosáhnout nevyčerpatelných zdrojů energie. Vždyť spálením vodíku (v helium) z vody co by se vešla do krabičky od zápalek se získá energie asi 170 tisíc kWh.

O hydromagnetiku se v poslední době začínají zajímat rovněž odborníci v astronautice, neboť motory kosmických raket budou patrně pracovat na principech hydromagnetiky.

Matematická teorie hydromagnetiky je poměrně složitá. Její fyzikální základy jsou však poměrně jednoduché a v dalším se o nich zmíníme.

Jeden z principů hydromagnetiky je znám jako princip generátoru: Ve vodiči, který se pohybuje napříč k magnetickým siločarám se indukují elektrické pole. Jeho intenzita \mathbf{E} je úměrná rychlosti pohybu vodiče \mathbf{v} a magnetickému poli \mathbf{H} . Směr indukovaného elektrického pole je kolmý na oba vektory. Tedy

$$(1) \quad \mathbf{E} = \mathbf{v} \times \mathbf{H} .$$

Druhého principu užívá konstruktér při elektromotorech: Jestliže vodičem, který se nachází v magnetickém poli \mathbf{H} , protéká proud o hustotě \mathbf{j} , působí na jeden cm^3 vodiče síla \mathbf{F} , určená vztahem

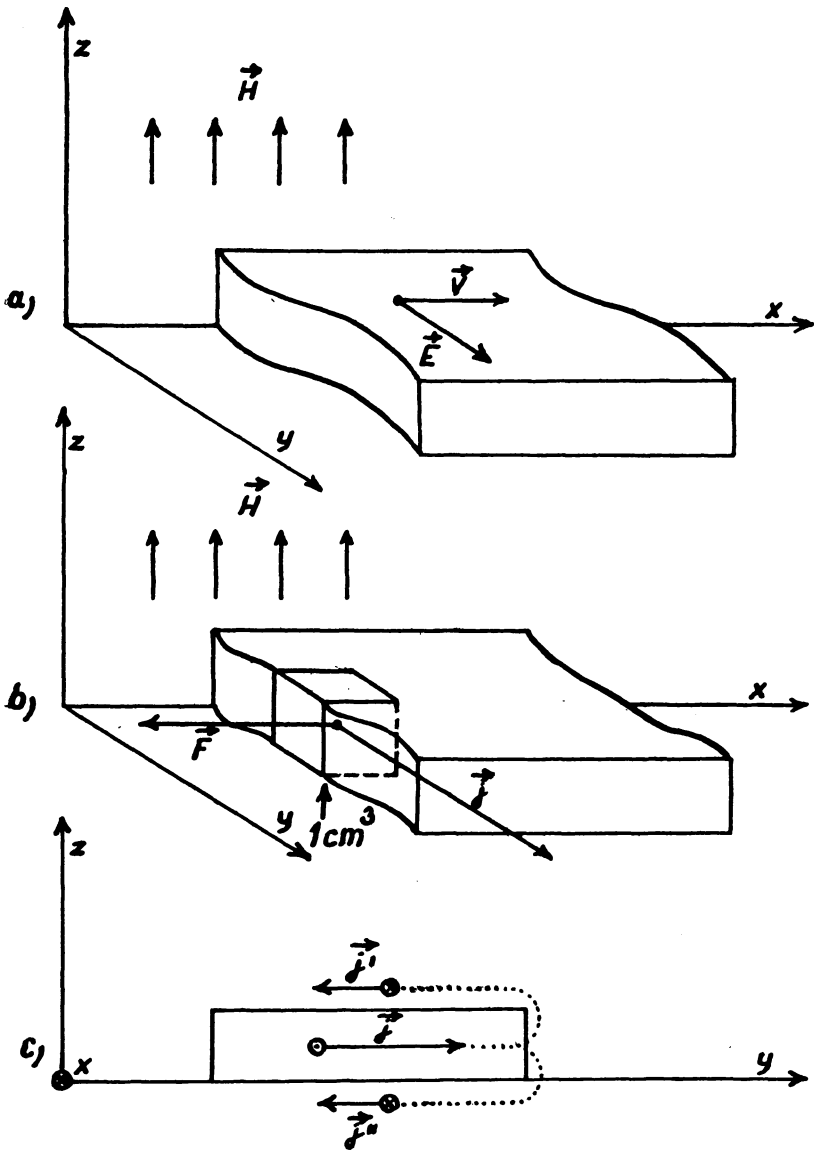
$$(2) \quad \mathbf{F} = \mathbf{j} \times \mathbf{H} .$$

Třetím vztahem je Ohmův zákon: Elektrické pole \mathbf{E} vyvolává ve vodiči proud o hustotě

$$(3) \quad \mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} ,$$

kde σ je elektrická vodivost vodiče.

Vztahy (1), (2) a (3) vyjadřují jen část zákonů, jimiž se řídí plasma v magnetickém poli. Uvedeme je později všechny, avšak již uvedené tři vztahy dovolují zajímavou aplikaci: a) Alfvénovy vlny a b) efekt zúžení („pinch effect“).



Obr. 4. a) Pohyb plazmy v magnetickém poli vyvolává elektrické pole. Směr elektrického vektoru \mathbf{E} je kolmý na rychlost, s kterou se plazma pohybuje (\mathbf{v}) a na vnější magnetické pole \mathbf{H} . b) Elektrické pole uvede do pohybu elektricky nabitě částice plazmy: kladné ionty putují ve směru el. vektoru \mathbf{E} , elektrony se pohybují ve směru opačném. Pohyblivost nabitých částic určuje vodivost plazmy. Množství náboje prošlého za 1 vteřinu jedním cm^2 nazýváme hustotou elektrického proudu \mathbf{j} . Elektrický proud v magnetickém poli vyvolává sílu \mathbf{F} , která je kolmá k proudu \mathbf{j} k magnetickému poli. V plasmě je působitě síly \mathbf{F} rozloženo do objemu 1 cm^3 . Jak patrně z obrázku, síla \mathbf{F} se snaží zabrzdit pohyb plazmy, neboť působí opačným směrem k rychlosti \mathbf{v} . c) Proud se uzavírá sousední vrstvy, které byly původně v klidu. Hustota \mathbf{j} se štěpí na \mathbf{j}' a \mathbf{j}'' , které však mají opačný směr než \mathbf{j} . Proto také síly vyvolané \mathbf{j}' a \mathbf{j}'' mají opačný směr než síla \mathbf{F} . To znamená, že obě sousední vrstvy jsou urychlovány ve směru osy x . Tuto úvahu můžeme opakovat na další vrstvy a zjistíme, že původní rozruch \mathbf{v} se šíří podél osy $+z$ a $-z$ jako vlnivý pohyb. Nazýváme jej hydromagnetickými vlnami (též Alfvénovými vlnami).

a) *Alfvénovy vlny* (hydromagnetické vlny). Představme si vrstvu plazmy, kterou uvedeme do pohybu podél osy x . Magnetické pole \mathbf{H} má směr osy z a je tedy kolmé na rychlost plazmy \mathbf{v} . Podle (1) se indukuje v plasmě elektrické pole \mathbf{E} , jak vyznačeno na obrázku 4. Vodivost plazmy umožňuje elektrický proud o hustotě (3). Elektrický proud se uzavírá ve vrstvě přímo sousedící s plasmou v pohybu a má opačný směr. Podle (2) je horní vrstva urychlována ve směru osy x , kdežto spodní vrstva je ve svém pohybu brzděna silou (2), působící v opačném směru (záporné osy x). Protože se proud uzavírá také spodem, urychluje se ve směru osy x též spodní vrstva. Původní rozruch, který jsme vrstvě plazmy udělili, se šíří nahoru i dolů podél magnetických siločar. Rychlost těchto tzv. Alfvénových vln je

$$(4) \quad c_A = \frac{H}{\sqrt{4\pi\rho}},$$

a má v hydromagnetice obdobnou úlohu jako zvuková rychlost v aerodynamice. Při hustotě ρ a rychlosti plazmy v je její dynamický tlak $\frac{\rho v^2}{2}$. Tlak magnetického pole je $\frac{H^2}{8\pi}$. Poměr obou tlaků pak je

$$\frac{4\pi\rho v^2}{H^2}.$$

Tento poměr lze tedy interpretovat jako magnetické Machovo číslo M_{mag} :

$$(5) \quad \frac{4\pi\rho v^2}{H^2} = \frac{v^2}{c_A^2} = M_{\text{mag}}^2.$$

b) *Efekt zúžení* (anglicky „pinch effect“, rusky „пинч-эффект“). V slovníku najdeme, že slovo „pinch“ znamená v angličtině sevření, stisknutí, stlačení. K takové činnosti je zapotřebí síly. U plazmy je to síla vlastního magnetického pole. Podle Maxwellovy rovnice $\text{rot } \mathbf{H} = 4\pi\mathbf{j}$ je elektrický proud doprovázen magnetickým polem, jehož siločáry obklopují proudovodič v koncentrických kružnicích.

Vyjdeme z tohoto jednoduchého modelu (obr. 5): Válcové plasma o průměru R , bez vnějšího magnetického pole. Plasmou protéká proud o hustotě j . Magnetické pole uvnitř plazmy má intenzitu

$$(6) \quad H = 2\pi jr,$$

kdežto vně válce je

$$(7) \quad H = \frac{2\pi R^2 j}{r}.$$

Podle vztahu (2) působí na element plazmy ve vzdálenosti r od osy válce síla $2\pi j^2 r dr$ (viz obr. 5c). Tato síla působí zúžení válce a tím i vzrůst tlaku plazmy do té míry, že se vyrovnávají obě síly:

$$(8) \quad 2\pi j^2 r dr = - dp,$$

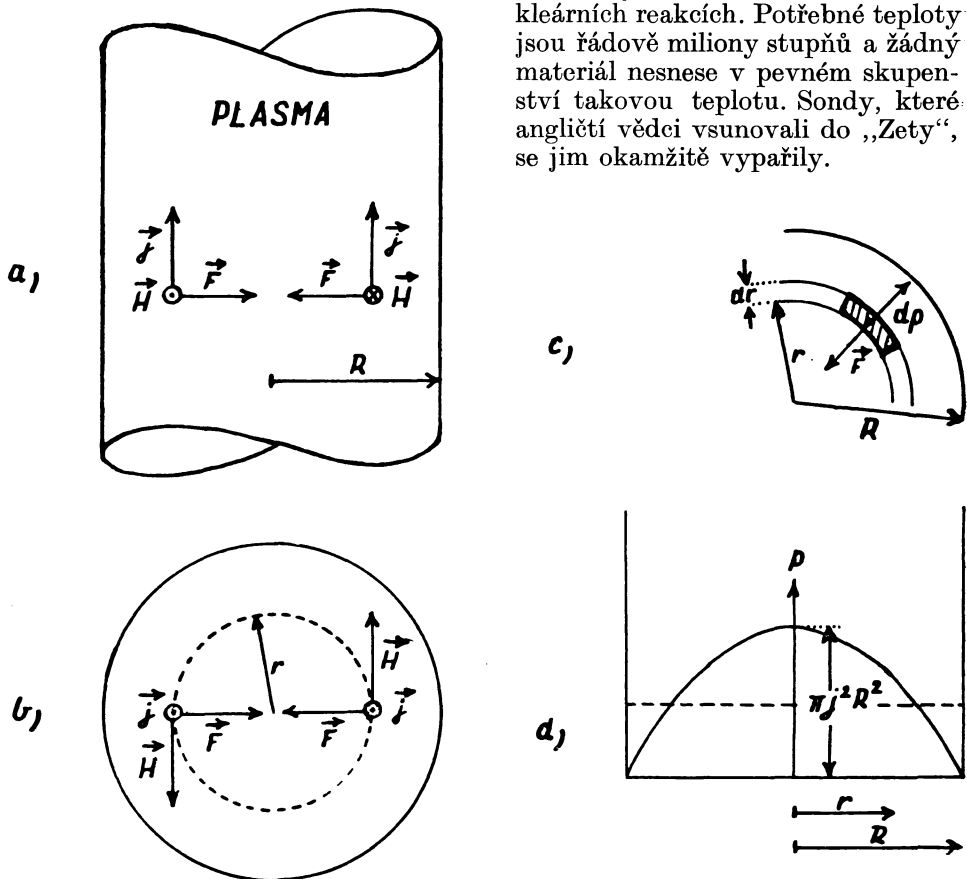
odtud

$$(9) \quad \frac{dp}{dr} = -2\pi j^2 r$$

a integrací

$$(10) \quad p = \pi j^2 (R^2 - r^2).$$

Je tedy největší tlak v plasmě v ose válce a mizí zcela na jeho okrajích. Tímto způsobem může být horká plazma izolována od stěn nádoby. Proto má efekt-zúžení významnou roli v termonu-kleárních reakcích. Potřebné teploty jsou řádově miliony stupňů a žádný materiál nesnese v pevném skupen-ství takovou teplotu. Sondy, které angličtí vědci vsunovali do „Zety“, se jim okamžitě vypařily.



Obr. 5. a) Plasmou ve válci protéká proud j , který vytváří vlastní magnetické pole. Jeho siločáry jsou soustředné kružnice kolmé k proudu a se středem v ose válce. b) Pohled ve směru osy. c) Stlačení plasmu vlastním polem pokračuje potud, pokud tlak plasmu nevyrovná sílu F . Obrázek znázorňuje působení obou antagonických sil na elementární vrstvu plasmu o tloušťce dr . d) Konečné rozdělení tlaku ve válci. Přibližně stejně je rozdělena i hustota plasmu. Plazma je tedy stlačena do úzké oblasti kolem osy válce. Odtud název zúžení plasmu.

Přehled základních rovnic hydromagnetiky. Je to především skupina rovnic pro elektromagnetické pole (rovnice Maxwellovy):

$$(11) \quad \text{I a)} \quad \text{rot } \mathbf{H} = 4\pi \mathbf{j},$$

$$(12) \quad \text{b)} \quad \text{div } \mathbf{j} = 0 ,$$

$$(13) \quad \text{c)} \quad \text{rot } \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} ,$$

$$(14) \quad \text{d)} \quad \text{div } \mathbf{H} = 0 ,$$

$$(15) \quad \text{e)} \quad \mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{H}) .$$

Druhá skupina rovnic je z hydrodynamiky a vyjadřuje vektorově proudění plasmy:

$$(16) \quad \text{II a)} \quad \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = - \text{grad } p + \rho \mathbf{g} + \mathbf{j} \times \mathbf{H} ,$$

kde ρ je hustota plasmy a \mathbf{g} je vektor gravitačního urychlení. Operátor $\frac{d}{dt}$ na levé straně rovnice zastupuje výraz $\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \text{ grad}$, p je tlak plasmy a \mathbf{v} je rychlost proudění. Měli bychom ještě na pravou stranu rovnice II/a přidat člen pro vnitřní tření, avšak v astrofysikálních aplikacích je toto zpravidla zanedbatelné. Druhá důležitá rovnice hydrodynamická je rovnice kontinuity:

$$\text{IIb)} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{v}) = 0 . \quad (17)$$

Pro úplnost ještě rovnici, která spadá do termodynamiky:

$$\text{IIIa)} \quad \rho \frac{dQ}{dt} = \frac{p d\rho}{\rho dt} + \rho \varepsilon - \text{div } \mathbf{F} + (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{H}) \mathbf{j} , \quad (18)$$

v níž Q je teplo jednoho gramu plasmy, ε je energie uvolněná termonukleárními reakcemi v 1 gramu plasmy a \mathbf{F} je tepelný tok. (Měli bychom tedy vlastně užívat názvu hydrotermodynamika.)

Ze základních rovnic odvodíme dva velmi důležité poznatky pro hydro-magnetiku a zvláště pro její aplikace v astrofysice.

1. Jestliže je plasma v klidu vzhledem k magnetickému poli, potom siločáry pozvolna „prosakují“ plasmou a magnetické pole se pozvolna rozpadává.
2. Při veliké vodivosti plasmy je spojení mezi plasmou a magnetickým polem velmi těsné. Často se užívá výraz „magnetické siločáry jsou zamrzlé do plasmy“.

1. Do rovnice (13), to jest $\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\text{rot } \mathbf{E}$ dosadíme za \mathbf{E} z (15) $\mathbf{E} = \left(\frac{\mathbf{j}}{\sigma} - \mathbf{v} \times \mathbf{H} \right)$ a dostaneme $\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \text{rot}(\mathbf{v} \times \mathbf{H}) - \text{rot} \frac{\mathbf{j}}{\sigma}$. Za \mathbf{j} však dosadíme z (11) $\mathbf{j} = \frac{1}{4\pi} \text{rot } \mathbf{H}$ takže $\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \text{rot}(\mathbf{v} \times \mathbf{H}) - \frac{1}{4\pi\sigma} \text{rot rot } \mathbf{H}$. Avšak $\text{rot rot} = \text{grad div} - \nabla^2$. Poněvadž podle (14) je $\text{grad div } \mathbf{H} = 0$, dostáváme konečný vztah pro změny magnetického pole ve tvaru:

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \text{rot}(\mathbf{v} \times \mathbf{H}) + \frac{1}{4\pi\sigma} \nabla^2 \mathbf{H} . \quad (19)$$

Pro případ, že je plasma v klidu ($\mathbf{v} = \mathbf{0}$), je první člen pravé strany nulový a rovnice (19) má tvar:

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \frac{1}{4\pi\sigma} \nabla^2 \mathbf{H}, \quad (20)$$

což je rovnice difuze, která vyjadřuje, že nepravidelnosti v rozložení \mathbf{H} se s časem vyrovnávají a mizí. V hrubém přiblížení lze rovnici (20) přepsat do tvaru

$$\frac{H}{t_0} = \frac{1}{4\pi\sigma} \frac{H}{L^2}, \quad (21)$$

kde L je rozměr plasmy a t_0 je doba, za níž se nepravidelnosti vyrovnávají, to je pole zmizí. Pro dobu rozpadu magnetického pole v plasmě tedy z (21) plyne:

$$t_0 = 4\pi\sigma L^2. \quad (22)$$

Uvedme numerický příklad (Gurevič, Lebedinskij, Cowling): Jakou má životní dobu malá sluneční skvrna o průměru 3 tisíce kilometrů? Vodivost té sluneční vrstvy, kdy se skvrny vyskytují, je $3 \cdot 10^{-8}$ em jednotek. Dosazením do (22) plyne:

$$t_0 = 12 \cdot 3 \cdot 10^{-8} \cdot 9 \cdot 10^{16} \sim 10^{10} \text{ sec} \sim 10^3 \text{ roků}.$$

To je velmi důležitý poznatek: magnetické pole skvrny existuje řádově tisíc roků. Kdykoliv se vynoří z nitra na povrch Slunce, je doprovázeno optickým jevem, kterému říkáme skvrna, a se vši pravděpodobností je příčinou všech nestacionárních jevů na Slunci, které označujeme jako sluneční činnost.

Podobně pro celkové magnetické pole *Slunce*, které je hluboko ve slunečním nitru, kde je ionisace dokonalá a plasma ještě vodivější než na povrchu ($\sigma = 10^{-4}$ em jednotek), dostaneme pro rozpad $t_0 \sim 10^{10}$ roků (při $L = 2 \cdot 10^{10}$ cm). To jsou výsledky pro plasma v klidu.

2. Druhý mezní případ nastane, je-li plasma v pohybu a elektrická vodivost veliká (což je zpravidla v astrofyzikálních poměrech splněno). Potom rovnice (19) má zjednodušený tvar

$$(23) \quad \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \text{rot}(\mathbf{v} \times \mathbf{H}).$$

Tato rovnice vyjadřuje, že siločáry se pohybují s plasmou, že jsou do ní „zamrzlé“. Důkaz provedeme takto:

Zvolme v plasmě určitou plochu S , jejíž obvod je s . Celkový magnetický tok plochou S je

$$(24) \quad \iint \mathbf{H} \, d\mathbf{S}.$$

Jestliže plocha S je unášena plasmou, do níž jsou siločáry zamrzlé, potom žádná siločára neopustí plochu S a celkový magnetický tok plochou S zůstává konstantní:

$$(25) \quad \frac{d}{dt} \iint \mathbf{H} \, d\mathbf{S} = 0.$$

Změna toku plochou S je výsledkem dvojí změny: především se mění \mathbf{H} v bodech S :

$$(26) \quad \iint \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} d\mathbf{S}.$$

Za druhé se mění křivka s . Element křivky $d\mathbf{s}$ opíše za vteřinu plochu $\mathbf{v} \times d\mathbf{s}$ a změní při tom celkový magnetický tok plochou S o $\mathbf{H} \cdot (\mathbf{v} \times d\mathbf{s})$. Integrací přes celou křivku s zjistíme změnu celkového magnetického toku, způsobenou změnami křivky:

$$(27) \quad \int \mathbf{H}(\mathbf{v} \times d\mathbf{s}) = \int (\mathbf{H} \times \mathbf{v}) \cdot d\mathbf{S}.$$

Avšak podle Stokesova teorému je

$$(28) \quad \int (\mathbf{H} \times \mathbf{v}) \cdot d\mathbf{S} = \iint \text{rot}(\mathbf{H} \times \mathbf{v}) d\mathbf{S}.$$

Je tedy celková změna toku plochou S rovna součtu (26) a (28):

$$\iint \left[\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \text{rot}(\mathbf{H} \times \mathbf{v}) \right] d\mathbf{S} = \iint \left[\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \text{rot}(\mathbf{v} \times \mathbf{H}) \right] d\mathbf{S}.$$

Jestliže pak tok je konstantní, je

$$\iint \left[\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \text{rot}(\mathbf{v} \times \mathbf{H}) \right] d\mathbf{S} = 0.$$

To platí pro jakoukoli plochu, takže podmínku, aby magnetický tok zůstal konstantní, můžeme vyjádřit

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \text{rot}(\mathbf{v} \times \mathbf{H}) = 0,$$

což je rovnice (23).

Osud plasmy a magnetického pole je tedy těsně spjat. Který z obou partnerů rozhoduje, to závisí na velikosti výrazů $\frac{\rho v^2}{2}$ a $\frac{H^2}{8\pi}$.

Vlny v plasmě. V plasmě mohou být především vlny analogické vlnám zvukovým. Protože kmitající částice nesou elektrický náboj, jsou zvukové vlny v plasmě doprovázeny elektrickým polem, elektrickým proudem a magnetickým polem, které pohyb částic zpětně ovlivňují. Podélnými jsou tyto vlny jen tehdy, když složka magnetického pole kolmá k šíření je nulová (to jest, když se vlny šíří podél siločar) nebo v plasmě vnější magnetické pole vůbec není. Zvukovým vlnám v plasmě říkáme vlny prostorového náboje. Jestliže jde o vlnění pouze v elektronové složce plasmy, hovoříme o kmitech plasmy. Jestliže se však zúčastní kmitavého pohybu celá plasma včetně iontů, hovoří se o vlnách pseudozvukových.

Plasmou se šíří také vlny elektromagnetické. Jestliže je složka magnetického pole kolmá k šíření nulová, potom jsou elektromagnetické vlny transversální. Pro elektromagnetické vlny je plasma celkem nepodstatná, kdežto pro vlny prostorového náboje je nepostradatelná, neboť je jejich nositelem.

Jestliže příčné magnetické pole není nulové, dochází k složitějším jevům. Vlny elektromagnetické mají podélnou složku a jsou vázány s vlnami prostorového náboje. Vlny s dostatečně nízkou frekvencí nazýváme vlnami hydro-magnetickými (nebo Alfvénovými).

Plasma ve vesmíru

Kdybychom v našem stavovém diagramu vztyčili třetí osu a v jejím směru vynášeli množství hmoty, které přísluší tomu kterému stavu, zjistili bychom, že zdaleka nejrozšířenějším skupenstvím ve vesmíru je plasma. Plynů by bylo daleko méně a kondensát by byl zcela zanedbatelný.

Příklady plasmy ve vesmíru:

Ionosféra Země. UV konec spektra slunečního záření ionisuje vysoké vrstvy zemské atmosféry. Maxima této ionisace bývají označována jako ionosferické vrstvy *D*, *E*, *F*. Díky ionosféře můžeme poslouchat rozhlas na krátkých vlnách.

Oblasti pronikavého záření kolem Země (Allenovy pásy, zemská magnetosféra). Poslední výzkumy meziplanetárního prostoru kolem Země zjistily kolem Země oblasti intenzivního korpuskulárního záření. Tyto oblasti jsou

Tabulka 3

Oblast korpuskulárního záření Země.

| | Vnitřní pás | Vnější pás |
|------------------|--|---|
| Objev | Amer. sat. 1958 α a 1958 γ | Sputnik 3 |
| Částice | energetické protony + elektrony | elektrony + ionty slunečního původu |
| Energie | 40 – 400 MeV | 100 keV |
| Původ | rozpad neutronů, které jsou tvořeny kosmickým zářením v atmosféře Země | korpuskulární záření Slunce, urychlované v oblasti Země |
| Rozloha | výška 1 000 – 6 000 km, oblast rovníku | výška 10 000 – 50 000 km zasahuje k magnetickým pólům |
| Změny v čase | konstantní | proměnný v závislosti na sluneční činnosti |
| Intensita záření | několik roentgenů za hodinu (maximální přípustná intensita v atomových zařízeních je 0,3 roentgeny za týden) | malá |

osově symetrické, osou symetrie je zemská magnetická osa. Ta však je posunuta vzhledem ke středu Země, takže spodní hranice oblasti pronikavého záření je na západní polokouli 500 km vysoko, kdežto na východní polokouli je až ve výškách kolem 1.500 km nad povrchem zemským. Ostatní informace o těchto oblastech se čtenář doví z tabulky 3:*) Zmiňujeme se o nich proto, že jsou nejzajímavějším výsledkem Mezinárodního geofyzikálního roku a spadají do oblasti hydromagnetiky.

Ionosféra Měsíce. Podle výsledků druhé sovětské rakety má také Měsíc ionosféru.

Zodiakální světlo. Nejrůznější práce ukazují, že meziplanetární prostor je zaplněn plasmou, jejíž hustota poblíž zemské dráhy činí asi 600 kladných iontů (a stejně tolik elektronů) v jednom cm^3 .

Protisvit. Podle akademika Fesenkova je protisvit dlouhým ohonem Země, ionisovaným do značné části UV zářením Slunce.

Sluneční korona se prostírá do velkých vzdáleností v meziplanetárním prostoru a přechází do zodiakálního světla. V nedávné době byly vysloveny názory, že Země obíhá ještě uvnitř sluneční korony.

Slunce a hvězdy mají ve svých nitrech velmi vysoké teploty, za nichž jsou atomy vysoce ionisovány. Protože atmosférické vrstvy s malou ionisací představují pranepatrnou část celkové hmoty Slunce (hvězdy), můžeme spolehlivě říci, že hvězdy jsou obrovské shluky plasmatu.

Mlhoviny v okolí žhavých hvězd jsou ionisovány. Tak např. v planetárních mlhovinách se vyskytují čáry O III, He II ba i čtyřikrát ionisovaného neonu Ne V.

Mezihvězdný plyn je v okolí žhavých hvězd ionisován do velkých vzdáleností. Tak např. O hvězdy svým UV zářením ionisují mezihvězdný vodík v okruhu sta světelných let.

Z tohoto velmi stručného přehledu vidíme, že podstatná část vesmíru je z plasmy.

Magnetická pole ve Vesmíru.

Magnetické pole Země: sahá daleko do meziplanetárního prostoru. Zachycují se v něm protony a elektrony vzniklé rozpadem neutronů a tvoří nižší pás. Elektrony a ionty ze Slunce se zachycují ve vyšším pásu.

Magnetické pole Měsíce: podle měření druhé sovětské kosmické rakety by mělo být menší než 60γ . Lépe řečeno: magnetometr s touto citlivostí žádné pole nezjistil. Je však možné, že přístroj byl při dopadu na Měsíc orientován takovým způsobem vzhledem k siločarám, že by nezaznamenal ani silnější pole.

Meziplanetární magnetické pole: Na jeho velikost lze usuzovat jednak ze studia kosmického záření, jednak z pohybů v kometárních ohonech; řádově 10^{-6} gauss. Přes toto celkové magnetické pole se překládají magnetická pole jednotlivých těles sluneční soustavy. Proudů korpuskulí vyvrhované ze Slunce s sebou unášejí část magnetického pole slunečního. Tato neuspořádaná pole jsou zanášena do oblastí meziplanetárního prostoru za drahou naší Země. Tam

*) Viz také článek prof. V. Petržílky, v tomto časopise, V (1960), č. 1.

intenzita dosahuje asi 10^{-5} gauss. Existenci místních magnetických polí vynášených za Slunce dokazují také rádiová vzplanutí IV. typu.

Magnetické pole na Slunci. Jeho intenzita ba i existence byly předmětem mnoha diskusí a vědeckých prací. Koncem minulého století upozornil M. Bigelow, že tvar vláken sluneční korony připomíná siločáry zmagnetované koule. Usoudil, že Slunce má magnetické pole. Moderní magnetografy skutečně celkové magnetické pole Slunce dokazují. Jeho intenzita je řádově gauss a zdá se, podle posledních Babcockových měření, že mění svou polaritu během slunečního cyklu. Slunce je tedy magnetická proměnná hvězda, s velmi malými změnami a dlouhou periodou.

Lokální magnetická pole na Slunci mají rozměry 10^4 — 10^5 km v průměru. Nejsilnější magnetická intenzita lokálních polí je ve slunečních skvrnách. Koronální kondensace a protuberance jsou jen optické obrysy magnetických polí, zaujímajících rozsáhlé prostory nad slunečním povrchem. Lokální magnetická pole se mění v čase a často dochází ke katastrofickým změnám, při nichž jsou velké mraky plynů (miliony tun) vyvrhovány rychlostmi několika set až tisíc km/sec proti silné gravitaci sluneční.

Magnetické hvězdy: Víc jak deset let se Babcock na Mt. Wilsonu zabýval studiem magnetických polí u A hvězd, jasnějších než 8^m . Z několika set vybral 21 hvězd s ostrými čarami, u nichž mohl měřit Zeemanův efekt. Čáry rozšířené Dopplerovým efektem jsou nevhodné pro studium magnetických polí. Úzké čáry mají jen ty hvězdy, jejichž rotace je velmi pomalá, nebo jejichž osa rotace přibližně souhlasí se zorným paprskem. Z vybraných 21 hvězd jen dvě neukazovaly magnetické pole. Je třeba zdůraznit, že pole musí být silné, především podélné, a jedna polarita musí převažovat.

Žádná magnetická hvězda z dosud studovaných neukazuje konstantní magnetické pole. Některé ukazují nepravidelné výkyvy intenzity bez převrácení polarity, u jiných nepravidelně proměnných se občas polarita mění. Jsou však i hvězdy s periodicky proměnným magnetickým polem. U některých dochází k záměně polarity přibližně jednou za týden.

Pokud jde o původ magnetismu hvězd, jsou možné dva výklady: podle jednoho vzniklo magnetické pole ve hvězdě jako důsledek dvou jevů: rychlé rotace a konvekce v horních vrstvách hvězdného nitra. Rychlá rotace je charakteristická pro horké hvězdy, kdežto konvektivní vrstvy jsou u chladnějších hvězd. U hvězd typu A je obojí. Proto se Babcock zaměřil především na hvězdy tohoto typu. Magnetické variace však ukazují i hvězdy jiné, např. červení obři typu Mp (VV Cep, WY Gem). Podle druhé teorie získala hvězda magnetické pole při svém zrodu. Při kondensaci mezihvězdného oblaku v prahvězdu strhl kondensující materiál s sebou mezihvězdné magnetické pole. Magnetické pole ve hvězdě pak setrvává prakticky po celý její život. Pro Slunce jsme vypočetli jeho rozpadovou dobu na 10^{10} roků.

Magnetické pole má podstatnou úlohu i v nestacionárních hvězdách různých typů. Jedním z hlavních problémů, které bude řešit nový krymský dalekohled, je právě otázka magnetických polí v nestacionárních hvězdách (např. T Tauri, novy, supernovy).

Mezihvězdné magnetické pole. V rozsáhlých prostorách mezi hvězdami se projevují účinky celkového magnetického pole Galaxie. Přímému měření se toto mezihvězdné pole vymyká, neboť určování intenzity pomocí Zeemanova efektu je dnes možné až od jednoho gaussu, tedy od polí asi milionkrát

silnějších než je mezihvězdné pole. Důkazy jeho existence jsou nepřímé. Pozorované detaily mezihvězdných oblaků, rozpínání obalů nov a supernov, zrychlování kosmického záření a polarisace světla hvězd a mlhovin, to vše je v těsné souvislosti s mezihvězdným polem. Těmto otázkám bylo věnováno několik speciálních konferencí (Cambridge 1953, Quanaajuato 1955, Stockholm 1956, Cambridge Mass. USA 1957).

Z tohoto velmi zběžného přehledu vidíme, že magnetické pole existuje v každém koutku naší Galaxie. Hydromagnetika nám skýtá zcela nové pohledy na vesmír.

Literatura:

Učebnice a články vhodné pro začátečníky:

- H. Alfven: *Cosmical Electrodynamics*, Oxford 1950.
 X. Альфвен: *Космическая электродинамика*, Москва 1952.
 T. G. Cowling: *Magnetohydrodynamics*, New York 1957.
 Lyman Spitzer, Jr.: *Physics of Fully Ionized Gases*, New York 1956.
 Л. Шницер: *Физика полностью ионизованного газа*.
 G. P. Kuiper: *The Sun (The Solar System I)*, Chicago 1953, (V ní je úánek o aplikacích hydromagnetiky na sluneční jevy). Vyšlo též v ruském překladě: Г. П. Кайпер: *Солнце*.

Symposia a přehledné články o hydromagnetice:

- J. M. Burgers and H. C. van de Hulst: *Problems of Cosmical Electrodynamics*, Ohio 1951.
 H. C. van de Hulst and J. M. Burgers: *Gas Dynamics of Cosmical Clouds*, Amsterdam 1955.
 B. Lehnert: *Electromagnetic Phenomena in Cosmical Physics*, Cambridge 1958.
 Rolf K. M. Landshoff: *Magnetohydrodynamics*, Stanford University, California 1958.
Магнитная Гидродинамика (Материалы симпозиума) Атомиздат Москва 1958.
Магнитная гидродинамика, Проблемы современной физики 7 (1957).

Speciálním otázkám je věnováno velmi mnoho článků v nejrůznějších časopisech, především:

Астрономический журнал, Astrophysical Journal, Monthly Notices R. Astr. Soc., Phys. Review, Proc. Roy. Soc. A, Rev. Mod. Physics.

Cizojazyčné termíny:

V naší mateřštině není podrobnějšího díla o hydromagnetice. Jsme odkázáni na literaturu cizojazyčnou. Uvádíme několik důležitějších termínů v hlavních světových jazycích, které mohou pomoci při četbě cizojazyčného textu. (Úplnější seznam termínů z hydromagnetiky obsahuje 17. část odborného slovníku, který vyjde pravděpodobně v NČSAV začátkem r. 1961 pod názvem *Astronomical Dictionary in Six Languages*). První výraz je český, druhý ruský, třetí anglický, čtvrtý německý, pátý francouzský a poslední italský. Zkratky m, f, n označují gramatický rod.

- difúze *f* magnetických siločar — диффузия *f* магнитных силовых линий, скольжение *n* магнитных с. л. — diffusion of magnetic field lines, slip of magnetic field lines — *Diffusion f der magnetischen Feldlinien, Schlupf m der magnetischen Feldlinien* — diffusion *f* des lignes de force magnétique; glissement *m* de lignes de force — diffusione *f* delle linee di forza magnetiche
 efekt *m* zúžení — pinch-эффект *m* — pinch effect — *Pincheffekt m*, — effet *m* de pincement — effetto *m* di strozzamento, pinch effect
 cyklotronová frekvence *f* — циклотронная частота *f*, gyroчастота *f* — gyro-frequency, cyclotron frequency — *Gyrationsfrequenz f, Zyklotronfrequenz f* — gyro-frequence *f*, fréquence *f* de cyclotron — girofrequenza *f*, frequenza *f* di ciclone
 frekvence *f* plasmu — плазменная частота *f* — plasma frequency — *Plasmafrequenz f* — fréquence *f* de plasma — frequenza *f* di plasma
 korálková nestabilita *f* — неустойчивость *f* по отношению к перепускам — sausage instability — *Würstchen-Instabilität f* — instabilité *f* en forme de saucisse — instabilità *f* a salsiccia
 magnetická past *f*, magnetická nádoba *f* — магнитная ловушка *f* магнитная бутылка *f* — magnetic trap, magnetic bottle — *magnetische Flasche f* — bouteille *f* magnétique, piège *m* magnétique — botiglia *f* magnetica

- plasma *f*, *n* zúžená (é) vlastním magnetickým polem — плазма *f* сжатая
 собственным магн. полем — self-pinch plasma — *durch den eigenen Strom zusammen-*
geschnürt Plasma *n* — plasma *m* pincé par le champ propre — plasma *m* autostrozzato
 plyn *m* zcela ionizovaný — полностью ионизованный газ *m* — fully ionized
 gas — *vollständig ionisiertes Gas n* — gaz *m* totalement ionisé — gas *m* completamente
 ionizzato
 pole *n* magnetické — магнитное поле *n* — magnetic field — *Magnetfeld n*, *magne-*
tisches Feld n — champ *m* magnétique — campo *m* magnetico
 pole vnější — внешнее поле *n* — external field — *äußeres Feld n* — champ *m* externe
 — campo *m* esterno
 pole vlastní — собственное поле *n* — self-field — *Eigenfeld n* — champ *m* propre —
 campo *m* proprio
 gyroměr *m* gyrační — Ларморов радиус *m*, радиус *m* вращения, радиус *m* жирации —
 radius of gyration — *Gyrationradius m* — rayon *m* de giration — raggio *m* di girazione
 stlačení *n* magnetické — магнитное сжатие *n* — magnetic compression — *magne-*
tische Kompression f — compression *f* magnétique — compressione *f* magnetica
 unášení *n* — дрейф *m* — drift, drift motion — *Driftbewegung f* — *dérive f*, mouvement
m de dérive — deriva *f* spostamento *m*
 vazba *f* mezi plazmou a neutrálním plynem — взаимодействие *n* плазмы и ней-
 трального газа — coupling between plasma and neutral gas — *Kopplung f* zwischen
Plasma und Neutralgas — *couplage m* entre le plasma et le gaz neutre — *accoppiamento*
m fra plasma e gas neutro
 vlny *fpl* hydromagnetické, vlny Alfvénovy — магнитогиродинамические
 волны *f* волны Альфена — magneto-hydrodynamic waves, hydromagnetic waves —
magneto-hydrodynamische Wellen fpl — ondes magnétohydrodynamiques — onde idro-
 magnetiche, onde magneto-idrodinamiche
 zahřívání *n* elektromagnetické — электромагнитное нагревание *n* electromagnetic
 heating — *elektromagnetische Heizung f* — chauffage *m* électromagnétique — *riscal-*
damento m elettromagnetico
 zamrzlý do siločar — замороженный в силовые линии, с приклепанными силовыми
 линиями — frozen in field lines — *mit eingefrorenen Feldlinien* — gélé dans les lignes de
 force magnétique — congelato nelle linee del campo

ROVNICE MAGNETODYNAMIKY PLASMATU

A. HRUŠKA

Astronomický ústav ČSAV, Praha

1. Úvod

V předcházejícím článku dr. Kleczka byly probírány některé základní vlastnosti plasmatu a bylo stručně analysováno jeho chování v magnetickém poli. Zde se budeme podrobně zabývat odvozením základních rovnic dynamiky a magnetodynamiky plasmatu. Dříve než přistoupíme k řešení naší úlohy, prodiskutujeme chování jednotlivých nabitých částic v silovém poli buzeném ostatními částicemi. Analýza mikropole v plasmatu je v tomto článku základem pro odvození makroskopických rovnic.

Budeme se zabývat ionizovaným plynem, který se z termodynamického hlediska liší jen málo od plynu ideálního, tj. takového plynu, jehož částice na sebe navzájem nepůsobí. Aby se plyn lišil málo od plynu ideálního, k tomu je nutné, aby vzájemné silové působení částic bylo nepatrné. To znamená, že