Matematický časopis

Ladislav Mišík

Recenzie

Matematický časopis, Vol. 17 (1967), No. 3, 247--248

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/126937

RECENZIE

R. G. Bartle: THE ELEMENTS OF REAL ANALYSIS, John Wiley & Sons, New York—London—Sydney 1964, strán 447.

Kniha predstavuje text prednášok o elementárnej reálnej analýze, ktoré autor pokusne predniesol v roku 1955 na univerzite v Illinois. Látka knihy je rozdelená do 7 kapitol a úvodu. Kapitoly sú ďalej rozdelené na tri až štyri články.

Úvod obsahuje pojem množiny, algebry množín, pojem funkcie a s tým súvisiace základné pojmy, pojem konečných, spočítateľných a nekonečných množín.

Prvá kapitola obsahuje pojem telesa a ako príklady na telesá sú uvedené teleso racionálnych čísel, teleso reálnych čísel a teleso komplexných čísel. Za tým nasledujú niektoré jednoduché vlastnosti telies. Ďalej je stať o usporiadaných telesách. V poslednom článku tejto kapitoly sa predpokladá existencia úplného usporiadaného telesa a toto teleso bude sa nazývať telesom reálnych čísel. Okrem toho sú tu ešte pojmy suprema a infima, niektoré ich vlastnosti, pojem Dedekindovho rezu a definícia Cantorovej množiny.

Kým prvá kapitola bola venovaná algebraickej štruktúre reálnych čísel, druhá kapitola sa zaoberá topologickými vlastnosťami reálnych čísel. Začína sa definíciou R^p, čo je p-rozmerný kartézsky súčin množiny reálnych čísel, ďalej algebrou vektorov v R^p a skalárnym súčinom vektorov. Z toho sa odvodzuje norma a vzdialenosť vektorov v R^p. Druhý článok tejto kapitoly obsahuje pojmy otvorenej a uzavretej množiny v R^p, pojem okolia, pojem intervalov v R^p a pojem súvislej množiny a niektoré dôležité tvrdenia o nich. Nachádza sa tu aj veta o do seba zapadajúcich intervaloch a Bolzanova-Weierstrassova veta o hromadných bodoch ohraničených nekonečných množín v R^p. Ďalej je definícia kompaktnej množiny v R^p a rôzne druhy viet o kompaktných množinách, ako napr. Heineova-Borelova pokrývacia veta, Cantorova veta o do seba zapadajúcich uzavretých množinách a Lebesgueova veta. Tu je aj Baireova veta o kategóriách. Kapitola končí krátkym článkom o telese komplexných čísel.

Tretia kapitola sa zaoberá konvergenciou. Začína sa článkom, kde sa definuje postupnosť, limita postupnosti vektorov v R^p a sú tu základné vety o nej. Druhý článok sa týka kritérií konvergencie postupnosti v R^p; medzi nimi sa uvádza kritérium pre monotónne postupnosti reálnych čísel a Bolzanovo-Cauchyho kritérium. Ďalej sa vyšetrujú postupnosti funkcií, definujú sa bodová a rovnomerná konvergencia. V súvislosti s rovnomernou konvergenciou sa zavádza priestor všetkých ohraničených funkcií zobrazujúcich R^p do R^q pri obvyklej norme. Kapitola sa končí článkom o niektorých zovšeobecneniach a aplikáciách, a to: o limes superior a limes inferior postupnosti čísel, o Landauových symboloch O a o, o Cesàrovej sumácii, o postupnostiach s dvoma indexmi a o ich iterovaných limitách a o ich dvojnej limite.

Štvrtá kapitola je venovaná spojitosti. Začína sa definíciou funkcie spojitej v bode a dokazujú sa základné vety o funkciách spojitých v bode. V prvom článku sa dokazuje aj tvrdenie o spojitosti v každom bode lineárnej transformácie z R^p do R^q. Ďalej sú vety o funkciách spojitých na celom obore definície. Sú to: nutné a postačujúce podmienky vyjadrené pomocou pojmov otvorenej a uzavretej množiny, aby funkcia bola spojitá na svojom obore definície, vety o obraze súvislej a kompaktnej množiny pri spojitej funkcii, veta o maxime a minime, veta o rovnomernej spojitosti funkcie spojitej na kompaktnej množine a veta o pevnom bode pre kontrakcie. Ďalší článok sa týka postupnosti spojitých funkcií, pričom sa tu nachádza Bernsteinova veta, Weierstrassova a Stoneova-Weierstrassova veta. V tomto článku je tiež Tietzeho veta o rozširovaní spojitej funkcie a Arzelova-Ascoliho veta o kompaktných množinách v priestore spojitých funkcií z R^p do R^q definovaných na kompaktnej podmnožine priestoru R^p. Posledný článok tejto kapitoly je venovaný limite funkcie.

Piata kapitola má nadpis „Derivovanie". Začína sa článkom o derivácii reálnej funkcie reálnej premennej a okrem Rolleovej vety a vety o strednej hodnote obsahuje aplikácie vety o strednej hodnote. Nasledujúci článok sa zaoberá deriváciou funkcií definovaných v R^p. Definuje sa najprv derivácia v smere a ako špeciálny prípad parciálne derivácie, potom derivácia funkcie ako jej diferenciál, vyššie derivácie a nakoniec nasledujú rôzne vety, ako napr. existenčného rázu, alebo veta o strednej hodnote, veta o zámene poradia derivovania a Taylorova veta. Kapitola sa končí článkom, v ktorom je veta o tvorení inverznej funkcie v okolí bodu, veta o implicitných funkciách a aplikácie diferenciálneho počtu na vyšetrovanie extrémov a viazaných extrémov funkcií.

Šiesta kapitola sa týka otázok integrácie. Začína sa článkom s obvyklou definíciou Riemannovho-Stieltjesovho integrálu funkcie jednej reálnej premennej a príslušnými vetami. Článok sa končí Rieszovou vetou o reprezentácii ohraničených lineárnych funkcionálov definovaných na priestore všetkých na uzavretom intervale spojitých funkcií pomocou Riemannovho-Stieltjesovho integrálu. Nasleduje článok obsahujúci vetu o strednej hodnote integrálneho počtu, vetu o substitúcii, Taylorovu vetu so zvyškom v tvare integrálu a integrály závislé od parametra. Potom nasleduje definícia množných integrálov so základnými vetami o nich. Posledný článok kapitoly je pomerne dlhý a obsahuje nevlastné integrály, vety o ich existencii, vyšetrovanie postupnosti nevlastných integrálov a nevlastné integrály závislé od parametrov.

Posledná kapitola sa zaoberá nekonečnými radmi. Prvý jej článok obsahuje základné pojmy a niektoré základné vety o konvergencii nekonečných radov. Druhý článok obsahuje rozmanité kritériá na vyšetrovanie konvergencie nekonečných radov. Kapitola sa končí článkom o radoch, ktorých členy sú funkcie, špeciálne sa uvádzajú mocninové rady. Článok končí Tauberovou vetou, ktorá je obrátením Abelovej vety.

Celkove možno povedať, že kniha je veľmi zaujímavá výberom a spracovaním látky. Autor sa usiluje vyložiť základy analýzy z hľadiska charakterizovaného čím väčším priblížením sa k myšlienkam funkcionálnej analýzy. Nakoniec poznamenávame, že za každým článkom nasledujú cvičenia, ktoré obsahujú veľa úloh. Niektoré z týchto úloh dopĺňajú a rozširujú látku vysvetleného textu. Na konci knihy sú výsledky vybraných úloh.

Ladislav Mišík, Bratislava