

# Matematicko-fyzikálny časopis

---

Július Krempaský

Koncentrácia voľných nosičov náboja v nehomogénnom polovodiči s jedným typom vodivosti

*Matematicko-fyzikálny časopis*, Vol. 9 (1959), No. 1, 19--28

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/126932>

## Terms of use:

© Mathematical Institute of the Slovak Academy of Sciences, 1959

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

## KONCENTRÁCIA VOENÝCH NOSIČOV NÁBOJA V NEHOMOGÉNNOM POLOVODIČI S JEDNÝM TYPOM VODIVOSTI

JÚLIUS KREMPASKÝ, Bratislava

### Úvod

Teoretickí fyzici v svojich prácach spravidla vždy požadujú prísne homogénne vzorky polovodičov, hoci pri bežných spôsoboch výroby možno túto požiadavku len veľmi ťažko splniť. Polovodičové vzorky typu  $n$  alebo typu  $p$  pripravené faháním monokryštálu z taveniny alebo zónovou tavbou bývajú znečistené tak, že v ich vnútri existuje spojitý gradient koncentrácie atómov nečistoty (alebo prímiesi).

Gradient koncentrácie nečistoty (alebo prímiesi) zapríčiňuje, že vo vzorke vznikne aj gradient iných fyzikálnych veličín, ktorými polovodič charakterizujeme: napr. vodivosti, odporu atď. Samozrejme, že gradient týchto veličín závisí od gradienta nečistoty, no jeho priebeh všeobecne je od neho odlišný, pretože sa na vytvorení ustáleného stavu vo vzorke značnou mierou podieľa difúzia elektrónov a dier z miest o väčšej koncentrácii do miest s menšou koncentraciou. V ustálenom stave je vzorka polovodiča charakterizovaná koncentraciou elektrónov a dier, ktoré nezodpovedajú koncentraciám atómov nečistoty v tepelnej rovnováhe v homogénnej vzorke, pretože tepelne rovnovážny stav porušila difúzia. Tieto nové ustálené koncentrácie nazývame nerovnovážne koncentrácie<sup>1)</sup> a práve ony určujú gradienty všetkých ostatných charakteristických veličín polovodiča. Poznať tieto nerovnovážne koncentrácie je preto základným problémom.

Z iného hľadiska je výpočet nerovnovážnych koncentrácií dôležitý napr. vo vzorkách vedome nehomogénne znečistených za účelom, aby sa v nich realizovali rôzne efekty, napr. usmerňovací alebo fotovoltaiický efekt, ktorý študoval Taue [1]. Teoretický rozbor týchto efektov predpokladá znalosť týchto ustálených hodnôt koncentrácií nositeľov náboja.

<sup>1)</sup> Názvami „rovnovážna“ a „nerovnovážna“ koncentrácia označujeme koncentráciu pred, resp. po difúzii, preto vo všeobecnosti nemajú taký význam ako v termodynamike.

## 1. Formulácia problému

V tejto práci sa budeme zaoberať len prípadom polovodiča s jedným typom vodivosti. Budeme teda predpokladať takú koncentráciu donorových, resp. akceptorových hladín, aby vlastná vodivosť materiálu bola oproti prímiesnej vodivosti zanedbateľne malá. Výsledky budeme preto môcť aplikovať hlavne na polovodiče so širším zakázaným pásmom. Avšak aj v germániu pri izbových teplotách pri koncentrácii atómov nečistoty  $N = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  je už vlastná vodivosť tisíckrát a v kremíku dokonca  $10^9$ -krát menšia ako prímiesná vodivosť.

Nech naša vzorka je napr. typu  $n$  (pre vzorky typu  $p$  boli by úvahy úplne analogické) a nech je nehomogénne znečistená v smere osi  $X$ . Podľa [2] a [3] sa koncentrácia atómov prímiesí v bežne zónovou tavbou pripravených vzorkách dá v podstate vyjadriť vzťahom

$$N(x) = N_0 e^{ax},$$

kde exponent  $a$  je podiel tzv. segregáčnej konštanty a dĺžky zóny. Podľa údajov [4] a [5] majú segregáčne konštanty nečistôt v germániu a v kremíku hodnoty okolo jednotky a menšie, takže budeme môcť požadovať, aby odchýlky od rovnovážnej koncentrácie neprevýšili samotné rovnovážne koncentrácie nositeľov náboja. Dokážeme si však, že tento predpoklad je splniteľný i pri oveľa väčších nehomogenitách.

Hraničné podmienky na styku polovodiča s iným prostredím sú neobvyčajne zložité [6]. Aby sa zložitou matematickým výpočtu s rešpektovaním týchto podmienok nezmenšila jednoduchá interpretácia výsledkov, budeme predpokladať, že naša vzorka je nehomogénna len v intervale  $0, l$  a naľavo i napravo od tejto oblasti má koncentrácia prímiesí konštantnú hodnotu. Znečistenie nech je teda určené týmito vzťahmi:

$$\begin{aligned} x < -\infty, 0 & \quad N(x) = N_0, \\ 0, l & \quad N(x) = N_0 e^{ax}, \\ x > l, +\infty & \quad N(x) = N_0 e^{al} = N(l). \end{aligned} \quad (1.1)$$

Pretože aktivačná energia elektrónov na donorových hladinách málokedy presahuje niekoľko stotín eV, sú za normálnych teplôt tak v germániu, ako aj v kremíku všetky donorové hladiny ionizované. Keby nebolo difúzie, bola by v každom bode vzorky koncentrácia voľných elektrónov určená funkciami (1.1). Voľné elektróny difundujú však zo znečistenejšej oblasti do oblasti s menšou koncentráciou nečistoty zanechávajúc po sebe kladný náboj iónov. Vo vzorke tečie preto prúd o hustote (pozri napr. [8])

$$\mathbf{i} = enu \mathbf{E} + ukT \text{ grad } n, \quad (1.2)$$

kde  $n$  je koncentrácia voľných elektrónov,

$u$  je pohyblivosť elektrónov.

- $e$  je náboj elektrónu,
- $\mathbf{E}$  je intenzita elektrostatického poľa vo vzorke,
- $k$  je Boltzmanova konštanta,
- $T$  je absolútna teplota Kelvinova.

Stacionárny stav bez vonkajšieho napätia, t. j. pri nulovom prúde vo vzorke je zrejme charakterizovaný podmienkami

$$\mathbf{i} = \mathbf{0}$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} = \frac{e}{\varepsilon} (n_0 - n), \quad (1,3)$$

kde  $\rho$  je priestorový náboj,  $n_0$  je koncentrácia ionizovaných donorových hladín a  $\varepsilon$  dielektrická konštanta prostredia.

Ak predpokladáme jednorozmerný problém (v reze  $y, z$  je vzorka homogénna), dostaneme na základe (1,2) a (1,3) pre nerovnovážnu koncentráciu elektrónov túto diferenciálnu rovnicu:

$$\frac{d^2}{dx^2} \ln n + \frac{e^2}{\varepsilon k T} (n_0 - n) = 0. \quad (1,4)$$

Jej riešenie budeme hľadať v tvare

$$n = n_0 z. \quad (1,5)$$

Za predpokladu, že odchýlky od rovnovážnej koncentrácie nebudú presahovať samotné rovnovážne koncentrácie, môžeme pre  $z$  písať

$$z = e^y = 1 + y. \quad (1,6)$$

Na základe (1,4), (1,5) a (1,6) pri uvážení, že  $\frac{d^2}{dx^2} \ln n_0 = 0$ , dostaneme pre  $y$  nasledujúcu diferenciálnu rovnicu:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - c^2 N_0 e^{ax} y = 0; \quad c = \sqrt{\frac{e^2}{\varepsilon k T}}. \quad (1,7)$$

## 2. Hraničné podmienky a riešenie rovnice (1,7)

Rovnicu (1,7) budeme riešiť v troch oblastiach vyznačených funkciami (1,1). Pri riešení vystúpi preto 6 neurčitých konštánt, pre ktoré potrebujeme 6 podmienok. Predovšetkým budeme požadovať splnenie prirodzených podmienok v nekonečnu, t. j.

$$\text{pre } x \rightarrow -\infty \quad n_{\text{I}} = n_{\text{I}}^0; \quad y_{\text{I}} = 0, \quad (2,1a)$$

$$\text{pre } x \rightarrow +\infty \quad n_{\text{III}} = n_{\text{III}}^0; \quad y_{\text{III}} = 0. \quad (2,1b)$$

Na rozhraní II. a III. oblasti budeme predpokladať spojitost koncentrácie nosičov náboja a spojitost prúdu, čo vyplýva z rov.  $\text{div } \mathbf{i} = 0$ . Na základe (1,2), (2,1) a (1,1) môžeme ostatné podmienky formulovať takto:

$$\text{pre } x = 0 \quad y_1 = y_{11}, \quad (2.2a)$$

$$\frac{dy_1}{dx} = \frac{dy_{11}}{dx} + a(1 + y_{11}), \quad (2.3a)$$

$$\text{pre } x = l \quad y_{11} = y_{111}, \quad (2.2b)$$

$$\frac{dy_{111}}{dx} = e^{al} \left[ \frac{dy_{11}}{dx} + a(1 + y_{11}) \right]. \quad (2.3b)$$

V oblasti I a III je  $n_0 = N_0$ , resp.  $n_0 = N_l$ , preto riešenie rov. (1,7) je

$$y_1 = C_1 \cosh(c \sqrt{N_0} x) + C_2 \sinh(c \sqrt{N_0} x), \quad (2.4a)$$

$$y_{111} = C_5 \cosh(c \sqrt{N_l} x) + C_6 \sinh(c \sqrt{N_l} x). \quad (2.4b)$$

S ohľadom na podmienky (2,1a) a (2,1b) je však  $C_2 = C_5 = 0$ . V II. oblasti, kde  $n_0 = N_0 e^{ax}$ , môžeme riešenie rovnice (1,7) vyjadriť takto:

$$y_{11} = C_3^* J_0 \left( \frac{2i c}{a} \sqrt{N_0} e^{\frac{ax}{2}} \right) + C_4^* H_0^{(1)} \left( \frac{2i c}{a} \sqrt{N_0} e^{\frac{ax}{2}} \right) \quad (2.5)$$

$J_0$  je Besselova funkcia nultého rádu a  $H_0^{(1)}$  Hankelova funkcia nultého rádu prvého druhu (pozri napr. [7]).

$C_3^*$  a  $C_4^*$  sú všeobecne komplexné čísla. Keďže pre Besselove funkcie platí

$$J_r(i\eta) = \bar{J}_r(\eta) \cdot i^r,$$

kde

$$\bar{J}_r(\eta) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\Gamma(k+1)\Gamma(k+r+1)} \cdot \left(\frac{\eta}{2}\right)^{r+2k}.$$

a pre Hankelove funkcie

$$\frac{\pi}{2} i H_0^{(1)}(i\eta) = - \left( \ln \frac{\eta}{2} + 0,577215 \right) \bar{J}_0(\eta) + \left(\frac{\eta}{2}\right)^2 + \dots = K_0(\eta).$$

môžeme reálne riešenie rovnice (1,7) dostať vtedy, ak položíme  $C_3^* = C_3$

a  $C_4^* = -\frac{\pi}{2} i C_4$ . Môžeme ho napísať v tvare

$$y_{11} = C_3 \bar{J}_0 \left( \frac{2c}{a} \sqrt{N_0} e^{ax} \right) + C_4 K_0 \left( \frac{2c}{a} \sqrt{N_0} e^{ax} \right). \quad (2.6)$$

Riešenie hraničných podmienok s ohľadom na riešenia (2,4) a (2,6) vedie k málo prehľadným a pre interpretáciu nevhodným vzorcom. Všimneme si len približné riešenie, ktoré však bude dobre vystihovať takmer všetky prípady, vyskytujúce sa v praxi.

Pre germánium napr. je

$$c = \sqrt{\frac{\epsilon^2}{\epsilon k T}} \approx 2 \cdot 10^{-4} \quad [AKMS]$$

Z tejto hodnoty vyplýva, že pokiaľ koncentrácia nečistoty presahuje hodnotu  $10^{10} \text{ cm}^{-3}$  (a to je vždy, pretože celkom čisté materiály sa dodnes ešte nepodarilo vyrobiť), je vždy splnená nerovnosť

$$\frac{2c}{a} \sqrt{N_0} e^{\frac{ax}{2}} \gg 1. \quad (2,7)$$

Táto nerovnosť však značí, že argumenty Besselových funkcií sú veľmi veľké a že teda možno pre ne používať tieto asymptotické vyjadrenia:

$$\lim_{\eta \rightarrow \infty} \bar{J}_\nu(\eta) = \sqrt{\frac{1}{2\pi\eta}} e^\eta, \quad (2,8)$$

$$\lim_{\eta \rightarrow \infty} K_\nu(\eta) = \sqrt{\frac{\pi}{2\eta}} e^{-\eta}. \quad (2,9)$$

Na základe nerovnosti môžeme aj hyperbolické funkcie (2,4a) a (2,4b) aproximovať vzorcami platnými pre veľké argumenty, t. j.

$$\lim_{\eta \rightarrow \infty} \cosh \eta = \frac{1}{2} e^\eta,$$

$$\lim_{\eta \rightarrow \infty} \sinh \eta = \frac{1}{2} e^\eta.$$

Ak si konečne zavedieme označenia

$$\begin{aligned} \beta_0 &= \sqrt{\frac{a}{4\pi c \sqrt{N_0}}} \frac{a}{4} e^{\frac{2c}{a} \sqrt{N_0}}, \\ \beta_l &= \sqrt{\frac{a}{4\pi c \sqrt{N_0}}} e^{\frac{2c}{a} \sqrt{N_0} e^{\frac{al}{2}}} \cdot c \left[ \sqrt{N_0} e^{\frac{al}{4}} + \sqrt{N_l} e^{-\frac{al}{4}} \right], \\ \gamma_0 &= \sqrt{\frac{a\pi}{4c \sqrt{N_0}}} e^{-\frac{2c}{a} \sqrt{N_0}} \cdot \left[ 2c \sqrt{N_0} - \frac{a}{4} \right], \\ \gamma_l &= \sqrt{\frac{a\pi}{4c \sqrt{N_0}}} e^{-\frac{2a}{c} e^{\frac{al}{2}}} \left[ c \sqrt{N_l} e^{-\frac{al}{4}} - c \sqrt{N_0} e^{\frac{al}{4}} - \frac{a}{4} e^{\frac{al}{2}} \right], \end{aligned} \quad (2,12)$$

môžeme neznáme konštanty  $C_1, C_3, C_4$  a  $C_6$  vyjadriť vzorcami

$$\begin{aligned}
 C_1 &= a \frac{K_0(0)(\beta_l + \beta_0 e^{al}) - J_0(0)(\gamma_l + \gamma_0 e^{al})}{\gamma_0 \beta_l - \beta_0 \gamma_l} \\
 C_3 &= -a \frac{\gamma_l + \gamma_0 e^{al}}{\gamma_0 \beta_l - \beta_0 \gamma_l} \\
 C_4 &= a \frac{\beta_l + \beta_0 e^{al}}{\gamma_0 \beta_l - \beta_0 \gamma_l} \\
 C_6 &= a e^{c_0 |\bar{N}_l|} \left[ \frac{K_0(l)(\beta_l + \beta_0 e^{al}) - \bar{J}_0(l)(\gamma_l + \gamma_0 e^{al})}{\gamma_0 \beta_l - \beta_0 \gamma_l} \right]
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

Symboly  $K_0(0), J_0(0)$ , resp.  $K_0(l), \bar{J}_0(l)$  sú hodnoty funkcií

$$\begin{aligned}
 & \left| K_0 \left( \frac{2c}{a} \sqrt{N_0} e^{\frac{ax}{2}} \right) \right|_{x=0}, \quad \left| \bar{J}_0 \left( \frac{2C}{a} \sqrt{N_0} e^{\frac{ax}{2}} \right) \right|_{x=0}, \\
 \text{resp.} \quad & \left| K_0 \left( \frac{2C}{a} \sqrt{N_0} e^{\frac{ax}{2}} \right) \right|_{x=l}, \quad \left| \bar{J}_0 \left( \frac{2C}{a} \sqrt{N_0} e^{\frac{ax}{2}} \right) \right|_{x=l}.
 \end{aligned}$$

Konštanta  $C_1$ , ako ihneď vyplýva z (2.4a), určuje podiel zmeny koncentrácie a pôvodnej koncentrácie v bode  $x = 0$ , t. j.

$$C_1 = \frac{n_1 - n_0}{n_0}.$$

Na základe vzťahov (2.12) a (2.13) vychádza pre ňu približná hodnota

$$\frac{n_1 - n_0}{n_0} \approx \frac{a}{\sqrt{\frac{e^2 N_0}{\epsilon k T}} - a} \tag{2.14}$$

čo pri  $N_0 = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$  dáva asi  $a/1000$  a pri  $N_0 = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  už len  $a/10\,000$ . Pri bežných znečisteniach v typických polovodičoch (germánium a kremík) je podľa toho difúzia nosičov náboja vo vzorke s jediným typom vodivosti zanedbateľne malá.

Pri podstatne väčších nehomogenitách (v bariérach) a pri koncentráciách  $N_0 = 10^{10} - 10^{11} \text{ cm}^{-3}$  môže sa však hodnota  $c \sqrt{N_0}$  priblížiť natolko k  $a$ , že by odchýlky narástli aj nad samotné rovnovážne koncentrácie.

Veľmi zaujímavý prípad by nastal, keby sa podarilo vytvoriť nehomogenitu akceptorových, resp. donorových hladín v polovodičoch s vysokou dielektrickou konštantou (napr. v seignettoelektrikách, kde nadobúda hodnôt niekoľko tisíc, ba aj viac). Tam by nastali veľké odchýlky od rovnovážnej koncentrácie i pri koncentráciách  $10^{14} - 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ . Efekt by sa zvyšoval ešte s teplotou.

V týchto naposledy uvádzaných prípadoch neobstojí teda bežne citované tvrdenie, že difúzia nosičov náboja, ktorá zanecháva po sebe nekompenzovaný náboj, prakticky nenastane.

### 3. Odehýlky od rovnovážných koncentrácií pri nenulovom prúde

Ak je nehomogénna vzorka zafažená vonkajším napätím, preteká ňou v rovnováhe ustálený prúd (1,2). Intenzita vonkajšieho poľa zapríčini ďalší odklon od rovnovážnej koncentrácie, a keďže ide o nehomogénnu vzorku, možno očakávať, že odehýlky budú aj funkciou smeru priloženého poľa. Podľa toho by mala mať vzorka aj usmerňujúci účinok. Pokúsime sa v ďalšom vyšetriť, kedy by mohol tento efekt mať aj praktický význam.

Ak podobne ako v predchádzajúcej časti predpokladáme jednorozmerný prípad, môžeme intenzitu elektrostátického poľa vo vzorke na základe (1,2) vyjadriť takto:

$$E = \frac{i}{enu} - \frac{kT}{e} \frac{d}{dx} \ln n. \quad (3,1)$$

Dosadíme sem  $i = euN_0E_0$ , kde  $E_0$  je intenzita elektrostátického poľa vo vzorke v  $x \rightarrow -\infty$  a pomocou (1,3) a (1,6) dostaneme pre  $y$  túto približnú diferenciálnu rovnicu:

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2b \frac{dy}{dx} - c^2 N_0 e^{ax} y = E_0 a. \quad (3,2)$$

Pritom sme označili

$$2b = \frac{E_0 e}{kT}; \quad c = \sqrt{\frac{e^2}{\epsilon kT}}. \quad (3,3)$$

Riešenie rovnice (3,2) v I. a v III. oblasti s rešpektovaním prirodzených hraničných podmienok v nekonečnu je

$$y_I = C_1 e^{(b + \lambda_0)x} - \frac{E_0 a}{c \sqrt{N_0}}. \quad (3,4)$$

$$y_{III} = C_6 e^{-(b + \lambda_l)x} - \frac{E_0 a}{c \sqrt{N_l}}. \quad (3,5)$$

kde

$$\lambda_0 = \sqrt{b^2 + c^2 N_0}, \quad (3,6)$$

$$\lambda_l = \sqrt{b^2 + c^2 N_l}. \quad (3,7)$$

V II. oblasti môžeme riešenie vyjadriť nasledovne:

$$y_{II} = e^{bx} \left[ C_3 J_{\frac{2b}{a}} \left( \frac{2c}{a} \sqrt{N_0} e^{\frac{ax}{2}} \right) + C_4 K_{\frac{2b}{a}} \left( \frac{2c}{a} \sqrt{N_0} e^{\frac{ax}{2}} \right) - \frac{E_0 a}{c^2 N_0} e^{-ax} \right] \quad (3,8)$$

$J$  a  $K$  je Besselova, resp. MacDonaldova funkcia.

V konkrétnych prípadoch, napr. v germániu a v kremíku je približne  $b = 18E_0$  a  $c^2 N_0 = 4,3 \cdot 10^{-8} N_0$ , z čoho vyplýva, že pri  $N_0 \gg 10^9 E_0$  je vždy



$b \ll c^2 N_0$ . Na základe toho môžeme položiť jednak  $\lambda_0 = c^2 N_0$  a  $\lambda_l = c^2 N_l$ , jednak pre Besselove funkcie použiť aproximačné vzorce, platné pre veľké argumenty.

Ak si podobne ako v predchádzajúcom prípade označíme

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= 2 \sqrt{a\pi c \sqrt{N_0}} e^{-\frac{2c}{a} \sqrt{N_0}}, \\ \beta_l &= \frac{1}{2} e^{\left(b - \frac{a}{4}\right)} \left(1 + e^{\frac{a}{4}}\right) \sqrt{\frac{ac \sqrt{N_0}}{\pi}} e^{\frac{2c}{a} \sqrt{N_0}} e^{\frac{al}{2}}. \end{aligned} \quad (3,9)$$

dostaneme pre konštantu  $C_1$ , t. j. pre pomer prírastku koncentrácie a pôvodnej rovnovážnej koncentrácie elektrónov v bode  $x = 0$ :

$$\frac{n - n_0}{n_0} = \frac{E_0 a}{\gamma_0 \beta_l} \left\{ \left( \frac{a}{c \sqrt{N_0}} \right)^3 \left\{ \beta_l \sqrt{\pi} e^{-\frac{2c}{a} \sqrt{N_0}} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\pi}} \gamma_0 e^{al} \cdot e^{\frac{2c}{a} \sqrt{N_0}} \right\} \right\}. \quad (3,10)$$

Prvý člen zo zátvorky je väčší ako druhý, preto ak druhý člen zanedbáme, môžeme približne písať

$$\frac{n - n_0}{n_0} = \frac{E_0 a^2}{2} \left( \frac{e^2 N_0}{\epsilon k T} \right)^{-3/2}. \quad (3,11)$$

Pre germánium a kremík vychádza podľa toho pri izbovej teplote  $(n - n_0)/n_0 = 5,5 \cdot 10^{10} a^2 N_0^{-3/2} E_0$ . Aj pri takých malých koncentráciách, ako je  $N_0 = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ , je to len  $5,5 \cdot 10^{-11} a^2 E_0$ .

Z týchto nepatrných odchýlok môžeme usudzovať, že aj usmerňovací efekt bude nepatrný. Aby sme ho mohli posúdiť, vypočítame celkovú zmenu odporu vzorky zapríčinenú len zmenou polarizácie vonkajšieho poľa, pripadajúcu na interval  $\langle 0, l \rangle$ . Môžeme ju vyjadriť takto:

$$\Delta R = \Delta R_{+E_0} - \Delta R_{-E_0}, \quad (3,12)$$

kde

$$\Delta R_{\pm E_0} = \int_0^l \left( \frac{1}{\sigma_{\pm E_0}} - \frac{1}{\sigma_0} \right) dx = - \int_0^l \frac{\Delta \sigma_{\pm E_0}}{\sigma_0^2} dx. \quad (3,13)$$

Na základe vzťahov (1,1) a (1,6) môžeme písať

$$\Delta \sigma = eu(n - n_0) = eu N_0 e^{ax} y. \quad (3,14)$$

Jednoduchým výpočtom integrálu (3,13) dostaneme

$$\Delta R = \frac{E_0}{euc^2 N_0^2} (1 - e^{-2al}). \quad (3,15)$$

(Charakteristikou usmerňovacieho efektu môže byť podiel tejto zmeny a pôvodného odporu vzorky (bez prúdu), pre ktorý vychádza

$$\left| \frac{\Delta R}{R_0} \right| = \frac{E_0 t}{c^2 N_0} \cdot \frac{1 - e^{-2at}}{1 - e^{-at}}. \quad (3,16)$$

Pre germánium a kremík má tento podiel v ideálnom prípade hodnotu  $2,5 \cdot 10^6 a E_0 / N_0$ . Pre hustotu prúdu  $i = 10 \text{ mA/cm}^2$ , čo zodpovedá napr. koncentrácii  $N_0 = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$  a intenzite poľa  $E_0 = 10 \text{ V/cm}$  by celková zmena odporu vzorky bola asi  $(2,5 \cdot 10^{-5} \cdot a)$  časť pôvodného odporu.

Aby mohol v nehomogénnej vzorke vzniknúť merateľný usmerňovací efekt, musel by v ňom podľa (3,16) byť prudký skok v nehomogenite (veľké  $a$ ) na malej dĺžke  $l$ .

Usmerňovací efekt však podľa vzťahu (3,16) vzrastá so znižovaním koncentrácie nositeľov náboja, so vzrastom dielektrickej konštanty a teploty. Pri vhodnom pomere týchto konštánt by mohla mať aj nehomogénna vzorka polovodiča s pozvoľným gradientom prímiesi merateľný usmerňovací efekt. Máme opäť na mysli látky s vysokou dielektrickou konštantou, v ktorých sú pre tieto efekty zvlášť priaznivé pomery, pretože prostredie s veľkou dielektrickou konštantou značne zoslabuje elektrostatické pole brzdiace difúziu

## Záver

V práci sú odvodené vzorce pre ustálené hodnoty koncentrácie voľných elektrónov v polovodiči typu  $n$  za predpokladu, že možno v nich zanedbať koncentráciu dier, a to tak pre bezprúdový stav, ako aj pre prípad, keď vzorkou polovodiča preteká elektrický prúd. Ukázalo sa pritom, že v bežných prípadoch znečistenia v germánium a v kremíku vznikajú len veľmi nepatrné odchýlky od rovnovážnych koncentrácií voľných nosičov náboja, a to aj v prípade, keď na vzorku je pripojené vonkajšie elektrické pole. V iných polovodičoch, vyznačujúcich sa veľkou hodnotou dielektrickej konštanty, sú už tieto efekty značné a hlavne pri dostatočne malej koncentrácii voľných nosičov náboja nemožno ich zanedbať.

## LITERATÚRA

- [1] Tauc J.: Čs. čas. fys., 5 (1955), 34.
- [2] Pfann W. G.: Trans. AIMME, 194 (1953), 747—753.
- [3] Lord N. W.: J. Metals, 5, sec. 2 (1953), 11.
- [4] Burton J. A., Kolb E. D., Slichter W. P., Struthers J. D.: J. Chem. Phys., 21, 11 (1953), 1991—1996.
- [5] Handbook of Semiconductor electronic, New York 1956.

[6] Peкар С. J.: *ЖЭТФ*, 10 (1940), 1210.

[7] Тихонов А. Н., Самарский А. А.: *Уравнения математической физики*. Москва 1951.

[8] Поффе А. Ф.: *Физика полупроводников*, IAN SSSR, Москва - Ленинград 1957.

Došlo 4. októbra 1958.

*Katedra fyziky Slovenskej vysokej školy technickej v Bratislave*

## КОНЦЕНТРАЦИИ СВОБОДНЫХ ПОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В НЕОДНОРОДНОМ ПОЛУПРОВОДНИКЕ С ОДНЫМ ТИПОМ ПРОВОДИМОСТИ

ЮЛНЮС КРЕМПАСКЫ

### Выводы

В этой работе выведены формулы для стационарных концентраций в неоднородном примесном полупроводнике типа  $n$  с пренебрегаемой дырочной проводимостью как в состоянии когда полупроводником течет ток, так и в состоянии отсутствия тока. Показалось, что пренебрегаемые отклонения от равновесной концентрации определённой концентрацией примеси и температурой, смогли бы возникать только в полупроводниках с большой неоднородностью и очень низкой концентрацией ионизированных атомов примесей, или в полупроводниках с высокой диэлектрической проницаемостью. Это самое, как показано, должно быть справедливо и для выпрямляющего эффекта.

## CONCENTRATIONS OF FREE ELECTRONS IN UNHOMOGENEOUS SEMICONDUCTOR WITH $n$ -TYPE CONDUCTIVITY

JÚLIUS KREMPASKÝ

### Summary

The relations are found for equilibrium concentrations of electrons in inhomogeneously impured  $n$ -type semiconductor with vanishing hole conductivity in the current - less state as well as in the case when the current is present. It is shown that considerable deviations from equilibrium concentration which is determined by the temperature and concentration of impurities can arise only in semiconductors with the small concentration of ionized foreign atoms and with strong inhomogeneity eventually in semiconductor with high dielectric constant. The same is proved also about the rectification process in unhomogeneous semiconductor.