Matematicko-fyzikálny časopis

Milan Petráš

Tenzorová interpretácia Wickovho pravidla

Matematicko-fyzikálny časopis, Vol. 12 (1962), No. 4, 312--319

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/126336

TENZOROVÁ INTERPRETÁCIA WICKOVHO PRAVIDLA

MILAN PETRÁŠ, Bratislava

Základnou úlohou kvantovej teórie poľa je rozvinutie matice S do radu podľa normálnych súčinov operátorov poľa [1]. Pri riešení tejto úlohy sa matica S najprv rozvinie do radu podľa mocnín väzbového parametra a potom sa jednotlivé členy radu upravujú pomocou Wickovho pravidla [2], ktoré udáva vzťah medzi chronologickými a normálnymi súčinmi operátorov poľa.

V tejto práci chceme upozorniť na analógiu medzi Wickovým pravidlom pre Boseho pole a pravidlom o rozklade symetrických tenzorov na ireducibilné časti. V medznom prípade, keď počet zložiek uvažovaných tenzorov je nekonečne veľký, obidve pravidlá sú totožné. To nám dovoľuje interpretovať Wickovo pravidlo ako vetu o rozklade symetrických tenzorov na ireducibilné časti v istom nekonečne rozmernom metrickom priestore. Základnú úlohu kvantovej teórie poľa možno potom formulovať ako rozklad istej funkcie vektorového argumentu na ireducibilné tenzory. To vedie na nové zdôvodnenie metódy funkcionálnej integrácie v kvantovej teórii poľa [3]. Na ilustráciu odvodených výsledkov sa uvádza „tenzorový model" kvantovej teórie skalárneho Boseho poľa so samointerakciou [4].

Rozklad symetrických tenzorov na ireducibilné časti

Uvažujme n-rozmerný vektorový metrický priestor P s metrickým tenzorom $g_{ik} = g_{ki}$. Nech ψ^i sú kontravariantné zložky vektora v P, splňujúce podmienku

$$g_{ik}\psi^i\psi^k = n. \tag{1}$$

Súčiny typu: $\psi^i\psi^k\psi^j\ldots$ tvoria symetrické kontravariantné tenzory rôznych rádov v P. Našou prvou úlohou bude nájdenie rozkladu každého takého tenzora na ireducibilné časti, t. j. na také symetrické tenzory nižších rádov, ktoré sa pri rotáciách v P transformujú pomocou ireducibilných maticových reprezentácií grupy rotácií. Ako je známe, tieto ireducibilné tenzory sa vyznačujú tým, že zúženie vykonané na ich ľubovoľnej dvojici indexov dáva nulu. Vychádzajúc zo symetrie podľa všetkých indexov a z kovariantnosti voči rotáciám prídeme k záveru, že hľadaný rozklad musí mať tvar

$$\psi^{i_1}\psi^{i_2}\ldots\psi^{i_a} = \psi^{i_1 i_2 \ldots i_a} + c_1^a \sum [g^1\psi_{a-2}]^{i_1 i_2 \ldots i_a} + \ldots + \\ + c_v^a \sum [g^v \psi_{a-2v}]^{i_1 i_2 \ldots i_a} + \ldots \tag{2}$$

Pritom $\psi^{i_1 i_2 \ldots}$ sú ireducibilné tenzory, symetrické vo všetkých indexoch a splňujúce rovnicu

$$g_{i_1 i_2} \psi^{i_1 i_2 \ldots} = 0. \tag{3}$$

Symbolická mocnina v u g^v udáva počet faktorov g^{ik} v príslušnom člene, ψ_{a-2v} je ireducibilný tenzor rádu $a - 2v$ a sumovať treba tak, aby sa ako indexy u faktorov g vystriedali všetky možné kombinácie indexov $i_1, \ldots i_a$ (pozri ďalej). Koeficienty c_v^a v (2) sú isté konštanty, ktoré treba určiť. Určíme ich z toho, že ak rovnicu (2) vynásobíme tenzorom $g_{i_1 i_2}$, sumujeme podľa i_1 a i_2 a predelíme číslom n, musíme dostať opäť rovnicu (2) avšak pre $a \to a - 2$.

Prv ako prikročíme k vlastnému výpočtu koeficientov c_v^a, určíme počet členov v jednotlivých sumách rovnice (2). Uvažujme sumu

$$S_v^a = \sum [g^v \psi_{a-2v}]^{i_1 i_2 \ldots i_a}.$$

Počet členov v tejto sume určíme takto: Z indexov $i_1, i_2, \ldots i_a$ vyberieme všetky možné skupiny po $2v$ indexoch, ktoré vystupujú vo faktore g^v. Ich počet je $\binom{a}{2v}$. Danej skupine však odpovedá niekoľko členov v sume S_v^a (napr. štvorici indexov i_1, i_2, i_3, i_4 odpovedajú členy $g^{i_1 i_2} g^{i_3 i_4}$, $g^{i_1 i_3} g^{i_2 i_4}$, $g^{i_1 i_4} g^{i_2 i_3}$). Ich počet je zrejme rovný

$$\frac{(2v)!}{v!} \frac{1}{2^v}.$$

Teda úhrnný počet členov v sume S_v^a je

$$\binom{a}{2v} \frac{(2v)!}{v!} \frac{1}{2^v} = \frac{a!}{2^v v! (a - 2v)!}.$$

Teraz prikročíme k vlastnému výpočtu koeficientov c_v^a. Ak násobíme rovnicu (2) tenzorom $g_{i_1 i_2}$ a sumujeme podľa i_1 a i_2, každý člen S_v^a prejde na člen

$$S_{v-1}^{a-2} = \sum [g^{v-1} \psi_{a-2-2(v-1)}]^{i_3 i_4 \ldots i_a},$$

t. j. na $v - 1$-tú sumu v rozklade tenzora o dva rady nižšieho, násobenú istým faktorom K, ktorý určíme z nasledujúcej úvahy. Pri uvedenom násobení rovnice (2) tenzorom $g_{i_1 i_2}$, môžu nastať štyri prípady:

1. obidva indexy i_1 a i_2 patria tomu istému g;
2. patria rôznym g;
3. jeden patrí g, druhý ψ;
4. obidva patria ψ.

V prípade 4 príslušné členy vymiznú v dôsledku platnosti rovnice (3). V prípade 1. dostaneme sumu S_{v-1}^{a-2}, násobenú faktorom n, keďže

$$g_{i_1 i_2} g^{i_1 i_2} = n.$$

Napokon v prípadoch 2 a 3 dostaneme sumu S_{v-1}^{a-2}, násobenú faktorom, ktorý je rovný počtu prípadov 2 a 3, predelenému počtom členov v sume S_{v-1}^{a-2}. Tento faktor dostaneme takto: Počet prípadov 1 je

$$\frac{(a-2)!}{2^{v-1}(v-1)!(a-2v)!}.$$

Analogicky, počet prípadov 4 je

$$\frac{(a-2)!}{2^{v}v!(a-2v-2)!}.$$

Teda počet prípadov 2. a 3. je

$$\frac{a!}{2^{v}v!(a-2v)!}-\frac{(a-2)!}{2^{v-1}(v-1)!(a-2v)!}-\frac{(a-2)!}{2^{v}v!(a-2v-2)!}\equiv$$

$$\equiv\frac{(a-2)!(a-v-1)}{2^{v-2}(v-1)!(a-2v)!}.$$

Hľadaný faktor určíme predelením tohto čísla počtom členov v sume S_{v-1}^{a-2}

$$\frac{(a-2)!}{2^{v-1}(v-1)!(a-2v)!}.$$

Výsledok sa rovná $2(a-v-1)$. Faktor K je teda daný rovnicou

$$K=n+2(a-v-1).$$

Teraz už okamžite môžeme udať systém rovníc pre koeficienty c_v^a

$$Kc_v^a=nc_{v-1}^{a-2}. \tag{4}$$

Tento systém rovníc je potrebné doplniť ešte vedľajšou podmienkou

$$c_0^a=1. \tag{5}$$

Riešenie rekurentného systému (4) s vedľajšou podmienkou (5) znie

$$c_v^a=\frac{[n+2a-2(2v+1)]!!}{[n+2a-2(v+1)]!!}n^v. \tag{6}$$

Na ilustráciu odvodenej formuly uvedieme niekoľko najjednoduchších rozkladov

$$\psi^i\psi^k=\psi^{ik}+g^{ik},$$

$$\psi^i\psi^k\psi^s=\psi^{iks}+\frac{n}{n+2}(g^{ik}\psi^s+g^{is}\psi^k+g^{ks}\psi^i).$$

$$\psi^i\psi^k\psi^s\psi^l=\psi^{iksl}+\frac{n}{n+4}(g^{ik}\psi^{sl}+g^{is}\psi^{kl}+g^{il}\psi^{sk}+g^{ks}\psi^{il}+g^{kl}\psi^{is}+g^{sl}\psi^{il})+$$

$$+\frac{n^2}{n(n+2)}(g^{ik}g^{sl}+g^{is}g^{kl}+g^{il}g^{sk}).$$

Odvodíme vzťahy obrátené k vzťahom (2), t. j. nájdeme explicitné vyjadrenie ireducibilných tenzorov $\psi^{i_1 \ldots i_a}$. Opäť môžeme vychádzať z tohto obecného vyjadrenia

$$\psi^{i_1 i_2 \ldots i_a} = \psi^{i_1}\psi^{i_2} \ldots \psi^{i_a} + b_1^a \Sigma \left[g^1 \psi^{a-2}\right]^{i_1 i_2 \ldots i_a} + \ldots + b_v^a \Sigma \left[g^v \psi^{a-2v}\right]^{i_1 i_2 \ldots i_a} + \ldots, \quad (7)$$

pričom indexy $a - 2v$ v hranatých zátvorkách u symbolov ψ udávajú počet faktorov ψ^i v príslušnom člene. Koeficienty b_v^a určíme touto úvahou: Ak násobíme rovnicu (7) tenzorom $g_{i_1 i_2}$ a sumujeme podľa i_1 a i_2, dostaneme na ľavej strane s ohľadom na (3) nulu. Podobne na pravej strane musí vymiznúť každý člen daného stupňa v ψ^i. Uvažujme dva susedné členy vystupujúce v (7)

$$T_{v-1}^a = \Sigma \left[g^{v-1} \psi^{a-2v+2}\right]^{i_1 i_2 \ldots i_a},$$
$$T_v^a = \Sigma \left[g^v \psi^{a-2v}\right]^{i_1 i_2 \ldots i_a}.$$

Po vynásobení rovnice (7) tenzorom $g_{i_1 i_2}$ nastanú opäť štyri vyššie uvedené prípady. Podmienku vymiznutia pravej strany môžeme teraz formulovať takto: členy sumy T_{v-1}^a, pochádzajúce z prípadov 1.–3. musia sa rušiť s členmi sumy T_v^a, pochádzajúcimi z prípadu 4. To vedie na rekurentnú rovnicu

$$b_v^a[n + 2(a - v - 1)] + n b_{v-1}^a = 0. \quad (8)$$

Jej riešenie pri vedľajšej podmienke

$$b_o^a = 1 \quad (9)$$

má tvar

$$b_v^a = (-1)^v n^v \frac{(n + 2a - 2v - 4)!!}{(n + 2a - 4)!!}. \quad (10)$$

Na ilustráciu uvedieme opäť niekoľko najjednoduchších vyjadrení ireducibilných tenzorov $\psi^{i_1 \ldots i_a}$

$$\psi^{ik} = \psi^i \psi^k - g^{ik},$$

$$\psi^{iks} = \psi^i \psi^k \psi^s - \frac{n}{n+2}(g^{ik}\psi^s + g^{is}\psi^k + g^{ks}\psi^i),$$

$$\psi^{iksl} = \psi^i \psi^k \psi^s \psi^l - \frac{n}{n+4}(g^{ik}\psi^s\psi^l + g^{is}\psi^k\psi^l +$$
$$+ g^{il}\psi^s\psi^k + g^{ks}\psi^i\psi^l + g^{kl}\psi^i\psi^s + g^{sl}\psi^i\psi^k) +$$
$$+ \frac{n^2}{(n+2)(n+4)}(g^{ik}g^{sl} + g^{is}g^{kl} + g^{il}g^{sk}).$$

Našou ďalšou úlohou bude nájdenie vyjadrenia pre súčin dvoch ireducibilných tenzorov (v ďalšom ψ-tenzory). Za tým účelom prepíšeme formulu (2) na tvar

$$\psi^{i_1} \ldots \psi^{i_\alpha} \psi^{j_1} \ldots \psi^{j_\beta} = \psi^{i_1 \ldots i_\alpha j_1 \ldots 1_\beta} +$$
$$+ c_1^{\alpha+\beta} \Sigma \left[g^1 \psi_{\alpha+\beta-2}\right]^{i_1 \ldots i_\alpha j_1 \ldots j_\beta} + \ldots + c_v^{\alpha+\beta} \Sigma \left[g^v \psi_{\alpha+\beta-2v}\right]^{i_1 \ldots i_\alpha j_1 \ldots j_\beta} + \ldots \quad (11)$$

Nech $\eta_{i_1 \dots i_\alpha}$ a $\chi_{j_1 \dots j_\beta}$ sú dva kovariantné symetrické tenzory, splňujúce podmienky

$$\begin{aligned} g^{i_1 i_2} \eta_{i_1 i_2 \dots i_\alpha} &= 0, \\ g^{j_1 j_2} \chi_{j_1 j_2 \dots j_\beta} &= 0. \end{aligned} \tag{12}$$

Násobme nimi rovnicu (11) a sčítajme podľa všetkých indexov i a j. V dôsledku (12) dostaneme

$$\eta_{i_1 \dots i_\alpha} \chi_{j_1 \dots j_\beta} \psi^{i_1 \dots i_\alpha} \psi^{j_1 \dots j_\beta} = \eta_{i_1 \dots i_\alpha} \chi_{j_1 \dots j_\beta} \{ \psi^{i_1 \dots i_\alpha j_1 \dots j_\beta} +$$
$$+ c_1^{\alpha+\beta} \Sigma' \left[g^1 \psi_{\alpha+\beta-2} \right]^{i_1 \dots i_\alpha j_1 \dots j_\beta} + \dots + c_v^{\alpha+\beta} \Sigma' \left[g^v \psi_{\alpha+\beta-2v} \right]^{i_1 \dots i_\alpha j_1 \dots j_\beta} + \dots \}.$$

Sumačné symboly na pravej strane tejto rovnice sú označené čiarkou na znak toho, že príslušné sumy neobsahujú členy, v ktorých sa vyskytuje aspoň jeden faktor g s obidvoma indexami i alebo j. Pravá strana rovnice (13) neobsahuje už vo všeobecnosti všetky sumy, vystupujúce pôvodne v rovnici (2), ale končí sumou, pre ktorú

$$v = \frac{\alpha + \beta - |\alpha - \beta|}{2}.$$

Teda ψ-tenzory, vystupujúce v rozvoji (13), sú rádu

$$\alpha + \beta, \ \alpha + \beta - 2, \ \dots, \ |\alpha - \beta|.$$

Keby sme vykonali vydelenie ireducibilných častí podľa indexov i a j (separátne) v zátvorke na pravej strane rovnice (13) a uvážili, že táto rovnica platí pre ľubovoľné ireducibilné tenzory η a χ, dostali by sme vyjadrenie pre súčin dvoch „holých" ψ-tenzorov. Jednako v dôsledku zložitosti procedúry vydelenia ireducibilných častí získaná formula má zložitý a neprehľadný tvar. Preto nebudeme uvádzať jej obecný tvar, ale uspokojíme sa len s niekoľkými jednoduchými príkladmi.

$$\psi^{ik} \psi^s = \psi^{iks} + \frac{n}{n+2} (g^{is} \psi^k + g^{ks} \psi^i) - \frac{2}{n+2} g^{ik} \psi^s,$$

$$\psi^{ik} \psi^{sl} = \psi^{iksl} + \frac{n}{n+4} (g^{is} \psi^{kl} + g^{il} \psi^{sk} + g^{ks} \psi^{il} + g^{kl} \psi^{is}) +$$
$$+ \frac{n^2}{n(n+2)} (g^{is} g^{kl} + g^{il} g^{sk}) - \frac{4}{n+4} (g^{ik} \psi^{sl} + g^{sl} \psi^{ik}) - \frac{2}{n+2} g^{ik} g^{sl}.$$

Vzťahy ortogonality pre ψ-tenzory

Ako vyplýva z vyjadrenia (7), ψ-tenzory sú polynómy v premenných ψ_i. V trojrozmernom prípade ($n = 3$) sa redukujú v podstate na sférické funkcie Y_{lm}. Podobne ako pre sférické funkcie platia i pre ψ-tenzory isté vzťahy ortogonality, k odvodeniu ktorých teraz pristúpime.

Objemový element priestoru P označíme ako

$$d\psi = d\psi^1 \, d\psi^2 \dots d\psi^n.$$

Aby integrácia mala kovariantný charakter, je nutné násobiť element $d\psi$ veličinou $\sqrt{g}$, kde g je determinant, utvorený z tenzora g_{ik}. Pretože premenné ψ^i splňujú podmienku (1), musíme objemový element $d\psi$ násobiť tiež výrazom

$$\delta(g_{ik}\psi^i\psi^k - n),$$

v ktorom δ je Diracova δ-funkcia, ktorá nám zaručuje, že integrácia sa bude robiť v P len po nadploche prípustných hodnôt ψ^i.

Teraz ľahko dokážeme rovnicu

$$\int \psi^{i_1 \dots i_\alpha} \delta(g_{ik}\psi^i\psi^k - n) \sqrt{g}\, d\psi = 0. \tag{14}$$

Skutočne, keďže tento integrál sa nemôže meniť pri rotáciách v P, musí byť rovný buď nule, alebo nejakému výrazu utvorenému zo súčinov metrického tenzora g^{ik}. Keďže z tohto tenzora nie je možné skonštruovať výrazy, ktoré by mali charakter ireducibilných tenzorov, neprichádza táto druhá možnosť do úvahy a teda rovnica (14) je dokázaná.

Integrujme teraz rovnicu (13) podľa premenných ψ^i za predpokladu, že $\alpha \neq \beta$. Potom v dôsledku (14) integrály na pravej strane rovnice vymiznú a teda máme

$$\eta_{i_1 \dots i_\alpha} \chi_{j_1 \dots j_\beta} \int \psi^{i_1 \dots i_\alpha} \psi^{j_1 \dots j_\beta} \delta(g_{ik}\psi^i\psi^k - n) \sqrt{g}\, d\psi = 0. \tag{15}$$

Táto rovnica predstavuje vzťahy ortogonality pre ψ-tenzory v prípade, že $\alpha \neq \beta$. Ak v nej ešte δ-funkciu vyjadríme pomocou integrálu

$$\delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ixs}\, ds,$$

dostaneme vzťahy ortogonality v tvare

$$\eta_{i_1 \dots i_\alpha} \chi_{j_1 \dots j_\beta} \iint \psi^{i_1 \dots i_\alpha} \psi^{j_1 \dots j_\beta}\, e^{is(g_{ik}\psi^i\psi^k - n)}\, ds\, d\psi = 0. \tag{16}$$

Nech teraz $\alpha = \beta$. Ak opäť integrujeme rovnicu (13) podľa ψ^i a uvážime, že

$$\eta_{i_1 \dots i_\alpha} \chi_{j_1 \dots j_\alpha} \Sigma \left[g^\alpha\right]^{i_1 \dots i_\alpha j_1 \dots j_\alpha} = \alpha!\, \eta_{i_1 \dots i_\alpha} \chi^{i_1 \dots i_\alpha},$$

získame vzťahy ortogonality tvaru

$$\eta_{i_1 \dots i_\alpha} \chi_{j_1 \dots j_\alpha} \frac{\iint \psi^{i_1 \dots i_\alpha} \psi^{j_1 \dots j_\alpha}\, e^{is(g_{ik}\psi^i\psi^k - n)}\, ds\, d\psi}{\iint e^{is(g_{ik}\psi^i\psi^k - n)} ds\, d\psi} = \alpha!\, c_\alpha^{2\alpha} \eta_{i_1 \dots i_\alpha} \chi^{i_1 \dots i_\alpha}. \tag{17}$$

ψ-tenzory tvoria teda systém ortogonálnych funkcií argumentov ψ^i. Môžeme preto rozvinúť do radu podľa ψ-tenzorov „ľubovoľnú" funkciu $\sigma(\psi^i)$, ktorej argumenty splňujú podmienku (1)

$$\sigma(\psi^i) = \sum_{\alpha=0}^{\infty} \sigma_{i_1 \dots i_\alpha} \psi^{i_1 \dots i_\alpha}(\psi^i). \tag{18}$$

Vychádzajúc z vyššie odvodených výsledkov, môžeme zostrojiť „tenzorový" model kvantovej teórie skalárneho Boseho poľa, ktoré je v interakcii samo so sebou (Hurstovo—Thirringovo pole). Je to umožnené tým, že pre veľké n ($n \to \infty$) koeficienty c_v^a sa blížia k jednej

$$c_v^a \to 1 \quad (n \to \infty)$$

a rovnica (2) nadobudne jednoduchý tvar

$$\psi^{i_1}\psi^{i_2}\ldots\psi^{i_a} = \psi^{i_1 i_2 \ldots i_a} + \Sigma\,[g^1\psi_{a-2}]^{i_1 i_2 \ldots i_a} + \ldots + \Sigma\,[g^v\psi_{a-2v}]^{i_1 i_2 \ldots i_a} + \ldots \quad (19)$$

Vidíme, že táto rovnica má tvar Wickovho pravidla o rozklade chronologického súčinu operátorov skalárneho Boseho poľa $\psi(x)$ na normálne súčiny týchto operátorov. Zámenou

$$\psi^{i_1}\psi^{i_2}\ldots\psi^{i_a} \to T(\psi(x^1)\,\psi(x_2)\ldots\psi(x_a)),$$
$$\psi^{i_1 i_2 \ldots i} \to N(\psi(x_1)\,\psi(x_2)\ldots\psi(x_a)),$$
$$g^{ik} \to \Delta_c(x - x'),$$

dostaneme z rovníc (19) okamžite Wickovu vetu.* Na základe tejto analógie medzi rozkladom (19) a Wickovou vetou zostrojíme model teórie Hurstovho—Thirringovho poľa. Matica S v tejto teórii má tvar:

$$S = T\exp[-ig \int\int\int \gamma(x_1, x_2, x_3)\,\psi(x_1)\,\psi(x_2)\,\psi(x_3)\,\mathrm{d}x_1\,\mathrm{d}x_2\,\mathrm{d}x_3]. \quad (20)$$

Funkcia $\gamma(x_1, x_2, x_3)$ predstavuje „formfaktor". V našom modeli budeme mať miesto matice S funkciu σ, definovanú takto

$$\sigma = \exp(-ig\,\gamma_{i_1 i_2 i_3}\psi^{i_1}\psi^{i_2}\psi^{i_3}), \quad (21)$$

pričom ψ^i splňujú podmienku (1). Základnou úlohou kvantovej teórie poľa je rozklad matice S na normálne súčiny pomocou Wickovej vety

$$S = \sum_{\alpha=0}^{\infty} \int \mathrm{d}x_1 \ldots \int \mathrm{d}x_\alpha\, S_\alpha(x_1, \ldots, x_\alpha)\, N(\psi(x_1)\ldots\psi(x_\alpha)). \quad (22)$$

V našom modeli sa táto úloha prevádza na rozvoj funkcie σ do radu podľa ψ-tenzorov

$$\sigma = \sum_{\alpha=0}^{\infty} \sigma_{i_1 \ldots i_\alpha}\psi^{i_1 \ldots i_\alpha}.$$

Pri konštrukcii rozvoja (22) sa v kvantovej teórii poľa obvykle vychádza z potenčného rozvoja S podľa mocnín väzbovej konštanty g, v ktorom sa potom jednotlivé chronologické súčiny upravujú pomocou Wickovej vety na normálne súčiny. Rozvoj (23)

* Poznamenajme, že symboly T a N udávajú druh súčinu: T — chronologický a N — normálny súčin. Funkcia $\Delta_c(x - x')$ je tzv. kauzálny propagátor (pozri napr. [1]).

bolo by možné nájsť tým istým spôsobom, avšak vlastnosti ortogonality, odvodené vyššie pre ψ-tenzory, dovoľujú nám udať jednotlivé členy v (23) v kompaktnom tvare bez použitia potenčného rozvoja. K tomu stačí vynásobiť rovnicu (23) výrazom

$$\eta_{i_1 \ldots i_\beta} \psi^{i_1 \ldots i_\beta}$$

a integrovať cez prípustné hodnoty ψ^i. S ohľadom na (16) a (17) potom dostaneme

$$\sigma_{i_1 \ldots i_\beta} \eta^{i_1 \ldots i_\beta} = \frac{1}{\beta! c_\beta^{2\beta}} \eta_{i_1 \ldots i_\beta} \frac{\iint \sigma \, e^{is(g_{ik}\psi^i\psi^k - n)} \psi^{i_1 \ldots i_\beta} \, ds \, d\psi}{\iint e^{is(g_{ik}\psi^i\psi^k - n)} ds \, d\psi} . \tag{24}$$

Pre $n \to \infty$ prejde integrál (24) na funkcionálny, čím dochádzame k novému zdôvodneniu metódy funkcionálneho integrovania v kvantovej teórii poľa.

LITERATÚRA

[1] Боголюбов Н. Н., Широков А. В., *Введение в теорию квантованных полей,* Москва 1957.
[2] Wick G. C., Phys. Rev. 80 (1950), 268.
[3] Edwards S. F., Peierls R. E., Proc. Roy. Soc. 224 (1954), 24.
[4] Hurst C. A., Proc. Cambr. Phil. Soc. 18 (1952), 625.
Thirring W., Helv. Phys. Acta 26 (1953), 33.

Došlo 15. 1. 1962.

Katedra teoretickej fyziky
Univerzity Komenského
v Bratislave

TENSOR INTERPRETATION OF WICK'S RULE

Milan Petráš

Summary

The connection between Wick's rule for a boson field and the rule for the decomposition of symetrical tensors in a n-dimensional metric space into a sum of ireducible terms is investigated. A complet analogy between both rules is demonstrated. In the limiting case when $n \to \infty$ these rules are identical. This enables us to interpret Wick's rule as a theorem for decomposition of symmetrical tensors into a sum of ireducible terms in an infinitely-dimensional metric space. The basic problem of quantum field theory may be then formulated as an expansion of some function of vector argument (S-matrix) in terms of ireducible tensors (normal products). This leads to a new derivation of the method of continual integration in quantum field theory. Finally, as an illustrative example, a „tensor model" of quantum theory of a scalar boson field with selfinteraction is given.