

Juraj Hrivňák

Jeden typ jednoparametrových nelineárných číslicových regulačných obvodov

*Kybernetika*, Vol. 6 (1970), No. 5, (351)--362

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/125752>

## Terms of use:

© Institute of Information Theory and Automation AS CR, 1970

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these

*Terms of use.*



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library*  
<http://project.dml.cz>

# Jeden typ jednoparametrových nelineárných číslicových regulačných obvodov

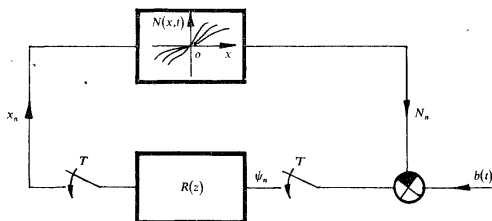
JURAJ HRIVŇÁK

V článku sú odvodené základy teórie jedného typu jednoparametrových nelineárných číslicových regulačných obvodov a poukazuje sa na niektoré možnosti jej použitia.

## 1. ÚVOD

V súčasnej dobe venuje sa veľká pozornosť nelineárnym číslicovým regulačným obvodom [pozri napr. [1], [2], [3], [6]].

V tomto článku budeme uvažovať (až na výnimky, ktoré budú výslovne uvedené) jeden typ jednoparametrových nelineárných číslicových regulačných obvodov



Obr. 1.1.

(v ďalšom len JO) podľa obr. 1.1, kde  $N(x, t)$  je nestacionárna nelineárna prevodová charakteristika regulovanej sústavy bez oneskorenia (v ďalšom len nelinearita), spĺňajúca podmienky

$$(1.1) \quad N(0, t) = 0,$$

$$(1.2) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} N(x, t) = N^*(x), \quad x \in (-\infty, \infty),$$

$$(1.3) \quad 0 < \frac{\partial N(x, t)}{\partial x} < \infty, \quad x \in (-\infty, \infty),$$

$b(t)$  nestacionárna riadiaca veličina, pre ktorú platí

$$(1.4) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} b(t) = b^* > 0,$$

a  $R(z)$  prenos lineárneho číslicového regulátora.

Budeme používať Z-transformáciu definovanú vzťahom

$$(1.5) \quad X(z) = \sum_{i=0}^{\infty} x_i z^{-i},$$

kde  $x_i$  sú hodnoty diskretnej funkcie v  $i$ -tom intervale,  $z = e^{sT}$  a  $T$  perióda vzorkovania.

## 2. NIEKTORÉ MOŽNOSTI POUŽITIA

Na riešenie JO môžeme previesť veľké množstvo rôznych úloh. Veľkú skupinu z nich tvoria úlohy, ktoré vedú na riešenie nelineárnych rovníc (algebraické, exponenciálne apod.) s premenlivými koeficientmi.

Vysvetlíme najprv spôsob prevodu riešenia rovníc o jednej neznámej, s premenlivými koeficientmi, na riešenie JO.

Majme rovnicu

$$(2.1) \quad \psi(x, t) = -N(x, t) + b(t) = 0,$$

kde parameter  $t$  označuje premenlivosť koeficientov. Nech  $x_t^*$  = konšt. je koreňom rovnice (2.1) pre určité hodnoty koeficientov v čase  $t$ , tj. platí

$$(2.2) \quad \psi(x_t^*, t) = 0.$$

Keď priradíme  $\psi(x, t) = -N(x, t) + b(t)$  význam regulačnej odchýlky v JO podľa obr. 1.1 a prenos regulátora  $R(z)$  navrhne tak, aby bola nulová trvalá regulačná odchýlka, zo spôsobu zapojenia JO vyplýva, že ustálená hodnota výstupného signálu z regulátora je práve koreňom rovnice (2.1).

Uvedme spôsob prevodu vyhľadávania extrému účelovej funkcie  $E(x, t)$  s jednou premennou a premenlivými koeficientmi na riešenie JO.

Ak gradient účelovej funkcie  $E(x, t)$  napíšeme v tvare

$$(2.3) \quad \partial E(x, t) / \partial x = \psi(x, t) = -N(x, t) + b(t),$$

vidíme, že vyhľadanie extrému vedie na riešenie rovnice (2.1) a môžeme ho teda previesť na riešenie JO. Ustálená hodnota výstupného signálu z regulátora pre určité hodnoty koeficientov účelovej funkcie je súradnicou extrému.

Keď JO realizujeme pomocou číslicového počítača alebo špeciálneho regulátora (ktorý v prípade použitia najjednoduchšieho možného prenosu regulátora je veľmi jednoduchý), dostaneme adaptívny systém pre vyhľadávanie extrému účelovej funkcie  $E(x, t)$ .

Na riešenie JO môžeme previesť napríklad aj krokovú Gauss-Seidlovu metódu pre vyhľadávanie extrému účelovej funkcie  $E(x, t)$  (kde  $x = [x_1, x_2, \dots, x_l]$  je  $l$ -rozmerný vektor) s viacerými premennými a premenlivými koeficientmi.

Pri použití tejto metódy vyhľadáme extrém účelovej funkcie  $E(x, t)$  tak, že meníme postupne vždy len jednu premennú  $x_{i_v}$ , pričom ostatné premenné považujeme za konštanty, určené v predošlom kroku, až dosiahneme lokálny extrém so súradnicou  $*x_{i_v}$ , pre ktorý platí  $\psi_{i_v}(*x_{i_v}) = 0$  kde index  $i = 1, 2, \dots, l$  značí príslušnú zložku vektora gradientu danej účelovej funkcie  $\Psi = \partial E(x, t) / \partial x$  a index  $v = 1, 2, \dots$  poradové číslo lokálneho extrému.

Nech  $i$ -tá zložka gradientu pre vyhľadanie  $v$ -tého lokálneho extrému má tvar

$$(2.4) \quad \psi_{i_v} = -N_{i_v}(x_i, t)_{x_{j(v-1)}} + b_{i_v}(t)_{x_{j(v-1)}} \\ i \neq j = 1, 2, \dots, l.$$

Z toho vyplýva, že vyhľadanie súradnice lokálneho extrému  $*x_{i_v}$  vedie na riešenie rovnice (2.1) a môžeme ho teda previesť na riešenie JO.

Keď prevedieme vyhľadanie extrému účelovej funkcie na riešenie nelineárnych číslicových regulačných obvodov, optimálnemu výpočtovému algoritmu, konvergencii a rýchlosti konvergencie výpočtu odpovedá optimálny prenos regulátora, stabilita a kvalita (definovaná súčtom kvadrátov diskretnej regulačnej odchýlky, pre-regulovaním apod.) odpovedajúceho nelineárneho číslicového regulačného obvodu.

Poznamenajme ešte že na riešenie JO môžeme výhodne previesť aj riešenie lineárnych diferenciálnych rovníc s použitím Heavisideovho rozvojového vzorca, riešenie elektrických sietí apod.

Už z uvedeného vyplýva zásadný význam teórie JO, pomocou ktorej môžeme jednotným spôsobom veľmi výhodne a prehľadne riešiť veľké množstvo rôznych úloh.

V ďalšom uvedieme základy teórie JO.

### 3. PRENOS REGULÁTORA PRI NULOVEJ TRVALEJ REGULAČNEJ ODCHÝLKE

Majme JO podľa obr. 1.1, v ktorom  $N(x, t) = N(x)$  a v čase  $t = 0$  zmení sa riadiaca veličina skokom z nulovej hodnoty na hodnotu  $b$ .

Zavedme označenie

$$(3.1) \quad F_x(z) = N(z) / X(z),$$

kde  $N(z) = Z[N_n]$  a  $X(z) = Z[x_n]$ . Pomer obrazov (3.1) je na rozdiel od lineárnych

354 sústav závislý na vstupnom signále a je ho možné s výhodou použiť pri niektorých teoretických úvahách.

Aby bola nulová trvalá regulačná odchýlka, musí platiť

$$(3.2) \quad \lim_{z \rightarrow 1} (z - 1) \psi(z) = \lim_{z \rightarrow 1} (bz/[1 + R(z) F_x(z)]) = 0.$$

Za predpokladu, že

$$(3.3) \quad b \neq 0, \quad \lim_{z \rightarrow 1} F_x(z) \neq 0 \quad \text{a} \quad \lim_{z \rightarrow 1} F_x(z) \neq \infty,$$

z podmienky (3.2) vyplýva prenos regulátora pri požiadavke nulovej trvalej regulačnej odchýlky v tvare

$$(3.4) \quad R(z) = R^*(z)/(z - 1),$$

kde  $R^*(z)$  je ľubovoľná racionálna lomená funkcia zvolená tak, aby prenos  $R(z)$  mal aspoň jeden pól  $z = 1$  a aby bol realizovateľný.

Dá sa odvodiť, že prenos (3.4) platí pri požiadavke nulovej trvalej regulačnej odchýlky aj pre prípad nestacionárnej nelinearity a nestacionárnej riadiacej veličiny.

Najjednoduchšiu možnú štruktúru, pri ktorej môže byť nulová trvalá regulačná odchýlka dostaneme, keď zvolíme

$$(3.5) \quad R^*(z) = c,$$

kde  $c$  je určitá vhodne zvolená konštanta, tj.

$$(3.6) \quad R(z) = c/(z - 1).$$

V ďalšom budeme uvažovať JO s prenosom regulátora (3.6), pre ktorý dostaneme jednoduché, prakticky dobre použiteľné výsledky.

#### 4. VÝPOČET REGULAČNÉHO POCHODU

Podľa označenia v obr. 1.1 a prenos regulátora v tvare (3.6) môžeme písať

$$(4.1) \quad X(z) = [c/(z - 1)] \psi(z),$$

z čoho ľahko odvodíme diferenčnú rovnicu

$$(4.2) \quad x_{n+1} = x_n + c\psi_n,$$

ktorú môžeme použiť pre výpočet časového priebehu výstupného signálu z regulátora  $x_n$ . Pre vypočítané hodnoty  $x_n$  môžeme potom časový priebeh regulačnej odchýlky postupne počítat podľa vzťahu

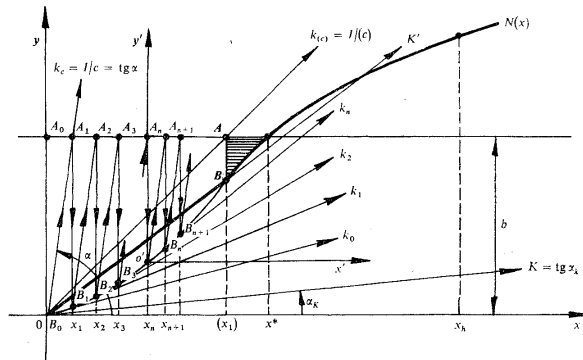
$$(4.3) \quad \psi_n = -N(x_n) + b_n.$$

Uvedieme ešte grafický spôsob zisťovania regulačného pochodu.

Pre jednoduchosť výkladu uvažujme JO so stacionárnou nelinearitou a stacionárnou riadiacou veličinou. Diferenčnú rovnicu (4.2) môžeme potom písať v tvare

$$(4.4) \quad x_{n+1} = x_n + c[b - N(x_n)].$$

Keď pre určité zosilnenie  $c$  zostrojíme pilovú čiaru podľa obr. 4.1, pomocou vzťahu (4.4) sa ľahko presvedčíme, že dĺžka úsečky  $\overline{A_0A_1}$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) je práve hodnota



Obr. 4.1.

výstupného signálu z regulátora v  $i$ -tom kroku. Pretože pre regulačnú odchýlku platí vzťah (4.3), hodnoty regulačných odchýliek sú dané dĺžkami úsečiek  $\overline{A_i B_i}$  ( $i = 0, 1, 2, \dots$ ).

Podobne možno grafickým spôsobom vyšetrovať regulačný pochod pri ľubovoľnej počiatkovej podmienke  $x_0$  aj pri nestacionárnej nelinearite a riadiacej veličine.

## 5. STABILITA REGULAČNÉHO POCHODU

Uvažujme najprv JO s prenosom regulátora (3.6), v ktorom

$$(5.1) \quad \begin{aligned} N(x, t) &= kx, \\ 0 < k < \infty, \end{aligned}$$

a riadiaca veličina sa v čase  $t = 0$  zmení skokom z nulovej hodnoty na hodnotu  $b$ .

Obraz regulačnej odchýlky v tomto prípade je

$$(5.2) \quad \psi(z) = bz/[z - (1 - ck)].$$

Aby takýto regulačný obvod bol stabilný, korene charakteristickej rovnice vo vzťahu (5.2) musia ležať vo vnútri jednotkovej kružnice, t.j. musí platiť nerovnosť

$$(5.3) \quad 0 \leq |1 - ck| < 1,$$

ktorej riešením dostaneme nutnú a postačujúcu podmienku stability v tvare

$$(5.4) \quad 0 < c < 2/k,$$

ktorý platí pre ľubovoľnú počiatočnú podmienku.

Pri počiatočnej podmienke  $x_0$  priebeh regulačnej odchýlky je daný vzťahom

$$(5.5) \quad \psi_n = \psi(x_0) (1 - ck)^n.$$

Z doterajších poznatkov ľahko odvodíme postačujúcu podmienku stability pre stacionárnu nelinearitu  $N(x)$  a stacionárnu riadiacu veličinu, ktorá sa v čase  $t = 0$  zmení skokom z hodnoty 0 na hodnotu  $b$ , pri ľubovoľnej počiatočnej podmienke  $x_0$ .

Z obr. 4.1 je zrejmé, že pri ľubovoľnej počiatočnej podmienke  $x_0$  môžeme namiesto pôvodnej nelinearity  $N(x)$  uvažovať nelinearitu pozostávajúcu z úsečiek  $\bar{P}_n = \overline{B_n B_{n+1}}$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ), pre ktorých smernice  $k_n$  platí  $k_n \leq k_{\max}$ , kde

$$(5.6) \quad k_{\max} = \max [\partial N(x)/\partial x], \quad x \in (-\infty, \infty).$$

Pretože v každom kroku môžeme namiesto pôvodnej nelinearity uvažovať len priamku so smernicou  $k_n$ , prechádzajúcu počiatkom posunutého súradného systému  $O[x_n, N(x_n)]$  (pozri obr. 4.1), pre ľubovoľné zosilnenie  $c$  zvolené podľa vzťahu (5.4) kde  $k = k_{\max}$ , s prihliadnutím k vzťahu (5.5) musí platiť

$$(5.7) \quad |\psi_{n+1}| < |\psi_n|$$

z čoho

$$(5.8) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \psi_n = 0.$$

Z uvedeného vyplýva, že postačujúca podmienka stability je daná vzťahom (5.4), kde  $k = k_{\max}$  je určené podľa vzťahu (5.6).

Pretože zmena nelinearity alebo riadiacej veličiny odpovedá riešeniu JO s posunutým počiatkom súradného systému, postačujúca podmienka stability pri nestacionárnej nelinearite a riadiacej veličine, pre ľubovoľnú počiatočnú podmienku  $x_0$  je zasa určená vzťahom (5.4), kde za  $k$  môžeme zvoliť hodnotu

$$(5.9) \quad k = k_{\max} = \max [\partial N(x, t)/\partial x]$$

pre  $x \in (-\infty, \infty)$  a  $t \in \langle 0, \infty \rangle$ .

Pri riešení praktických úloh je často obťažné stanoviť  $k_{\max}$  podľa vzťahu (5.9) pre  $x \in (-\infty, \infty)$ . V tomto prípade môžeme postupovať tak, že určíme  $k_{\max}$  (stačí aj

približný odhad) pre  $x \in \langle x_d, x_h \rangle$ , kde  $x_d$  a  $x_h$  sú ľubovoľné čísla, pre ktoré platí  $x_d < x_i^* < x_h$ . Hodnoty  $x_d$  a  $x_h$  môžeme nájsť skusmo tak, aby boli splnené nerovnosti  $\psi(x_h, t) < 0$ ,  $\psi(x_d, t) > 0$ , pre  $t \in (0, \infty)$ . Keď pri výpočte regulačného pochodu vychádzajú hodnoty výstupných signálov regulátora z intervalu  $\langle x_d, x_h \rangle$ , regulačný pochod nemusí byť stabilný. V tomto prípade môžeme zmeniť počiatočnú podmienku, zmenšíť zosilnenie, prípadne pre  $x_h < x < x_d$  môžeme vhodným spôsobom definovať novú nelinearitu tak, aby  $k_{\max}$  platilo pre všetky  $x \in (-\infty, \infty)$ .

V niektorých prípadoch (napríklad pri veľkých zmenách nelinearit a riadiacich veličín) môže byť výhodné meniť zosilnenie  $c$  po každom alebo po niekoľkých krokoch.

Z doposiaľ uvedeného postupu môžeme formulovať vhodné postačujúce podmienky stability aj pre prípad, že zosilnenie regulátora sa počas regulačného pochodu mení.

Tak napríklad jedno z možných postačujúcich kritérií stability pri premenlivom zosilnení  $c$  môžeme formulovať takto: JO s nestacionárnou nelinearitou a riadiacou veličinou bude pri ľubovoľnej počiatočnej podmienke stabilný, keď zosilnenie  $c$ , ktoré sa v každom kroku mení, bude pre každý krok spĺňať podmienku (5.4), kde  $k = k_{\max}$  je maximálna hodnota derivácie nelinearity podľa premennej  $x$  alebo smernica úsečky  $P_n$ , odpovedajúca príslušnému kroku.

Podobne by sme mohli toto kritérium formulovať pre prípad, že zosilnenie  $c$  sa mení po určitom počte krokov.

V prípade, že nelinearita prechádza z nuly do záporných hodnôt a potom má rastúci charakter, môžeme použiť všetky doterajšie poznatky, avšak interval  $\langle x_d, x_h \rangle$ , v ktorom sa nachádzajú ustálené hodnoty výstupných signálov z regulátora  $x_i^*$  musíme voliť tak, aby  $N(x_d, t) > 0$ . Hodnotu  $k_{\max}$  nájdeme potom pre takto zvolený interval  $\langle x_d, x_h \rangle$ , z ktorého taktiež zvolíme počiatočnú podmienku  $x_0$ . Je však možné postupovať aj iným spôsobom [7].

Keď  $-\infty < \partial N(x, t) / \partial x < 0$  pre  $x \in (-\infty, \infty)$ , t.j. keď ustálená hodnota výstupného signálu z regulátora je záporná, môžeme postupovať podobným spôsobom,  $c < 0$ .

V prípade, že nelinearita  $N(x, t)$  má striedavo rastúci a klesajúci charakter, vhodnou voľbou intervalov  $\langle x_{id}, x_{ih} \rangle$  pre každý rastúci alebo klesajúci úsek  $i$  môžeme určiť zosilnenie  $c_i$  tak, aby sme dostali požadované ustálené hodnoty výstupných signálov z regulátora  $x_{ii}^*$ .

## 6. KVALITA REGULAČNÉHO POCHODU

Kvalitu regulačného pochodu môžeme posudzovať rôznym spôsobom. V tomto článku budeme kvalitu posudzovať podľa veľkosti súčtu kvadrátov diskkrét regulačnej odchýlky  $P_2 = T \sum_{n=0}^{\infty} \psi_n^2$ . Optimálnymi konštantami regulátora budeme nazývať také konštanty, pri ktorých je minimálny alebo aspoň približne minimálny súčet  $P_2$ . Najprv odvodíme vzťah pre odhad súčtu  $P_2$  a pomocou neho optimálne konštanty regulátora.



## a) Odhad súčtu kvadrátov diskretnej regulačnej odchýlky

Majme JO so stacionárnou nelinearitou a prenosom regulátora (3.6), v ktorom sa v čase  $t = 0$  zmení riadiaca veličina skokom z hodnoty 0 na hodnotu  $b$ , pri  $x_0 = 0$ .

Nech pre smernice  $k_n$  úsečiek, ktorými môžeme nahradiť v jednotlivých krokoch nelinearitu  $N(x)$  (pozri obr. 4.1, v ktorom sú zakreslené priamky so smernicami  $k_n$ , pre  $n = 0, 1, 2$ ) platí vzťah

$$(6.1) \quad 0 < K \leq k_n \quad (n = 0, 1, 2, \dots),$$

kde  $K$  je smernica ľubovoľnej priamky, prechádzajúcej počiatkom súradného systému.

Keď v danom JO  $N(x) = Kx$ , môžeme pomocou vzťahu (5.5) písať súčet  $P_2$  v tvare

$$(6.2) \quad P_{2K} = T \sum_{n=0}^{\infty} \psi_{nK}^2 = Tb^2 \left[ 1 + \sum_{m=1}^{\infty} (1 - cK)^{2m} \right],$$

z čoho pri stabilnom regulačnom pochode dostaneme

$$(6.3) \quad P_{2K} = Tb^2 / [1 - (1 - cK)^2].$$

Pretože pôvodnú nelinearitu  $N(x)$  môžeme v každom kroku nahradiť úsečkou so smernicou  $k_n$ , regulačné odchýlky v jednotlivých intervaloch môžeme vyjadriť v tvare

$$(6.4) \quad \begin{aligned} \psi_0 &= b, \\ \psi_i &= b \prod_{k=1}^i (1 - ck_k). \end{aligned}$$

Pomocou vzťahov (6.4) dostaneme pre stabilný regulačný pochod súčet  $P_2$  v tvare

$$(6.5) \quad P_2 = Tb^2 \left[ 1 + \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \prod_{k=1}^i (1 - ck_k)^2 \right].$$

Nech

$$(6.6) \quad \psi_1 \leq \psi_{1K}.$$

Pre stabilný regulačný pochod za predpokladu (6.1) a (6.6) platia nerovnosti

$$(6.7) \quad |1 - k_i c| \leq |1 - Kc|,$$

$$(6.8) \quad (1 - k_i c)^2 \leq (1 - Kc)^2.$$

Z nerovností (6.8) dajú sa odvodiť nerovnosti

$$(6.9) \quad \prod_{i=1}^m (1 - ck_i)^2 \leq (1 - cK)^{2m}, \quad m = 1, 2, \dots, n.$$

Keď spočítame nerovnosti (6.9), s prihliadnutím k vzťahom (6.3) a (6.5), môžeme potom pre odhad súčtu  $P_2$  písať jednoduchý vzťah

$$(6.10) \quad P_2 \leq Tb^2/[1 - (1 - cK)^2],$$

ktorý bude platiť tým presnejšie, čím viac sa bude nelinearita  $N(x)$  blížiť k priamkovému priebehu  $N(x) = Kx$ .

#### b) Voľba optimálnych konštánt regulátora

Lahko by sme odvodili, že minimum pravej strany nerovnosti (6.10) nastane, keď

$$(6.11) \quad c = 1/K.$$

Nech  $K'$  je smernica priamky, ktorá prechádza počiatkom súradného systému nelinearity a bodom  $B[(x_1), N[(x_1)]]$ .

Z obr. 4.1 vidíme, že pri vhodnej voľbe zosilnenia ( $c$ ) môžeme namiesto pôvodnej nelinearity uvažovať nelinearitu vyznačenú hrubou čiarou, ktorá sa bude tým viac blížiť k priamke so smernicou  $K'$ , čím menšia bude vyšrafovaná plocha, ktorej veľkosť môžeme posudzovať podľa dĺžky úsečky  $AB = |\psi_1|$  alebo podľa rozdielu  $|(x_1) - x^*|$ . Zo vzťahov (6.10) a (6.11) pre  $K = K'$  potom vyplýva, že súčet  $P_2$  bude tým presnejšie minimálny, čím menšia bude  $|\psi_1|$  alebo  $|(x_1) - x^*|$ .

Optimálne zosilnenie  $c$  určíme preto v pásme stability tak, aby  $|\psi_1|$  alebo  $|(x_1) - x^*|$  bola čo najmenšia.

Z doterajších úvah je možné stanoviť optimálnu hodnotu zosilnenia  $c$  pri počítačovej podmienke  $x_0 \neq x^*$  za predpokladu, že poznáme ustálenú hodnotu výstupného signálu z regulátora  $x^*$  (ktorú môžeme stanoviť meraním alebo výpočtom).

Súčet  $P_2$  bude minimálny, keď určíme takú hodnotu zosilnenia  $c$ , aby sa regulačný pochod ukončil po jednom kroku, pretože pre  $x_1 = x^*|x_1 - x^*| = 0$ . Pre  $x_1 = x^*$  z diferenciálnej rovnice (4.2) dostaneme pre výpočet potrebného zosilnenia vzťah

$$(6.12) \quad c = (x^* - x_0)/\psi_0.$$

Takto vypočítané zosilnenie musí ležať v pásme stability, pretože v opačnom prípade by mohol vzniknúť nastabilný regulačný pochod aj pri malých zmenách nelinearity alebo riadiacej veličiny.

Keď nepoznáme ustálenú hodnotu výstupného signálu z regulátora (to nastáva napríklad pri výpočte extrému účelovej funkcie, pri návrhu adaptívnych systémov apod.), optimálne zosilnenie môžeme stanoviť iba približne, napríklad tak, že vo vzťahu (6.12) za  $x^*$  položíme hodnotu  $\tilde{x}^*$ .

Približnú hodnotu  $\tilde{x}^*$  môžeme získať napríklad graficky, ako úsečku priesečníku nelinearity  $N(x)$  s riadiacou veličinou  $b$ . Iný, numerický spôsob je nasledovný: Zvoľme takú hodnotu zosilnenia  $c$ , aby sme dostali kmitavý regulačný pochod (použitie stabilného kmitavého priebehu dáva presnejší výsledok). Po niekoľkých

360 krochov vypočítame približnú ustálenú hodnotu výstupného signálu z regulátora podľa vzťahu.

$$(6.13) \quad \bar{x}^* = (x_{\max} + x_{\min})/2,$$

kde  $x_{\max}$  je maximálna hodnota výstupného signálu z regulátora v určitom kroku a  $x_{\min}$  za ňou nasledujúca minimálna hodnota.

Keď je nestacionárna nelinearita aj riadiaca veličina, môžeme definovať určitý stav nelinearity aj riadiacej veličiny, pre ktorý navrhne optimálne zosilnenie. Niektoré iné spôsoby stanovenia približného optimálneho zosilnenia  $c$  sú v prácach [7], [8].

Poznamenajme, že pri počiatkovej podmienke  $x_0 = x^*$  regulačná odchýlka môže byť nulová už na začiatku prvej periódy vzorkovania (pretože sa jedná o sústavu bez oneskorenia), pričom regulačná odchýlka, ktorá môže vzniknúť zmenou nelinearity alebo riadiacej veličiny môže byť odstránená pri ľubovoľnej stabilnej hodnote zosilnenia  $c$ , o čom sa môžeme ľahko presvedčiť výpočtom podľa vzťahu (4.2). V prípade, že nepoznáme ustálenú hodnotu výstupného signálu z regulátora, prípadne pri nedeterministických zmenách nelinearity a riadiacej veličiny, majú však pre návrh vhodného zosilnenia  $c$  význam úvahy keď  $x_0 \neq x^*$ .

V niektorých prípadoch sa pri výpočte regulačného pochodu môže stať, že riešenie sa vplyvom zvolenej presnosti výpočtu „zastaví“ aj keď regulačná odchýlka nie je ešte nulová. V tomto prípade môžeme postupovať tak, že v pásme stability zväčšíme zosilnenie  $c$ , zvolíme inú počiatkovú podmienku  $x_0$ , prípadne zväčšíme presnosť výpočtu.

Pomocou grafického vyšetrovania regulačného pochodu je možné formulovať kritériá pre stanovenie podmienok vzniku aperiodického alebo kmitavého tlmeného priebehu, ako aj kritériá pre voľbu zosilnenia  $c$  pri predpísanom prerogulovaní alebo pri predpísanej dobe regulácie [8].

Pre ilustráciu aspoň jedného z možných použití v článku uvedených úvah riešime jednoduchý príklad.

**Príklad.** Majme účelovú funkciu  $E(x, t) = Ax - 0,5x^2 - 2e^x$ , kde  $A$  môže nadobnúť ľubovoľnú, náhodne zvolenú hodnotu z intervalu  $\langle 6,34; 5,3 \rangle$ .

Pomocou prevodu na riešenie JO navrhne vhodnú spoločnú konštantu  $c$  pre výpočet extrémů danej účelovej funkcie pre každú hodnotu  $A$  z predpísaného intervalu, pri počiatkovej podmienke  $x_0 = 0$  tak, aby absolútna hodnota regulačnej odchýlky v prvom kroku spĺňala podmienku  $|w_1| \leq 0,4$  a aby sa regulačný pochod pri výpočte na dve desiatinné miesta aspoň pre jednu hodnotu  $A$  z predpísaného intervalu ukončil po jednom kroku.

**Riešenie.** Stanovíme gradient účelovej funkcie  $\psi(x, t) = \partial E(x, t)/\partial x = -(2e^x + x) + A$ . Riešenie daného príkladu odpovedá vyhľadaniu potrebného zosilnenia v istom fiktívnom JO, s prenosom regulátora (3.6), so stacionárnou nelinearitou  $N(x) = (2e^x + x)$  a nestacionárnou riadiacou veličinou  $A = b(t) \in \langle 6,34; 5,3 \rangle$ . Ustálené hodnoty výstupných signálov z regulátora v takomto obvode sú práve hľadané súradnice možných extrémů  $x_t^*$ .

Z približného grafického znázornenia regulačného pochodu, prípadne výpočtom ľahko zistíme, že požadované podmienky budú splnené, keď  $x^* = 0,9$ , čomu pri výpočte na dve desiatinné miesta

odpovedá  $A = 5,82 = (6,34 + 5,3)/2$ . Podľa vzťahu (6.12) potrebné zosilnenie tedy je:  $c = 0,9/(5,82 - 2,00) = 0,9/3,82$ .

Prekontrolujeme ešte, či takto zvolené zosilnenie spĺňa požadujúce podmienky stability. Medze intervalu riešenia sú:  $x_d = 0$ , pretože  $\psi(0; t) > 0$ ,  $x_h = 1,1$ , pretože  $\psi(1,1; t) < 0$ ;  $0 < x_h^* < 1,1$ .

Vypočítame  $k_{\max} = \max [\partial N(x, t)/\partial x] = 2e^{1,1} + 1 = 7$ , pre  $x \in \langle 0; 1,1 \rangle$ . Hraničné zosilnenie s prihliadnutím k vzťahu (5.4), kde  $k = k_{\max} = 7$  je:  $c_{hr} = 2/7 \approx 0,28$ . Maximálna možná hodnota výstupného signálu z regulátora nastane pre  $c = 0,9/3,82 \approx 0,24 < 0,28$ , keď  $A = 6,34$ . Vypočtom ľahko zistíme, že pre tieto hodnoty nastane kmitavý regulačný pochod; maximálna možná hodnota výstupného signálu s regulátora  $x_{1\max} \approx 1,04 < 1,1$ .

Zosilnenie požadovaných vlastností tedy je  $c = 0,9/3,82$ , pomocou ktorého môžeme pri použití výpočtového algoritmu (4.2) veľmi jednoducho a rýchlo vyhľadať extrém danej účelovej funkcie pre ľubovoľnú, náhodne zvolenú hodnotu  $A$  z predpísaného intervalu, vždy pri počítateľnej podmienke  $x_0 = 0$ .

(Došlo dňa 10. júla 1969.)

#### LITERATÚRA

- [1] P. Vidal: Systèmes échantillonnés non linéaires. Dunod, Paris 1967.
- [2] Я. З. Цыпкин: Основы теории нелинейных импульсных систем. Доклад представленный на Второй Международный конгресс ИФАК. ИФАК, Национальный комитет Советского Союза по автоматическому управлению, Москва 1963.
- [3] Я. З. Цыпкин: Частотные критерии абсолютной устойчивости нелинейных импульсных систем. Автоматика и телемеханика 25 (1964), 3, 281—301.
- [4] S. Kubík, Z. Kotek, M. Šalamon: Teorie regulace I. SNTL, Praha 1969.
- [5] S. Kubík, Z. Kotek, M. Šalamon: Teorie regulace II. SNTL, Praha 1969.
- [6] M. Šalamon: Teória riadenia III. SVTL, Bratislava 1965.
- [7] J. Hrivňák: O voľbe najvhodnejšieho výpočtového algoritmu krokových gradientových metód statickej optimalizácie. Kandidátska dizertačná práca. EF SVŠT, Bratislava 1967.
- [8] J. Hrivňák: Teória riadenia (Statická optimalizácia — príklady). Edičné stredisko SVŠT, Bratislava 1969.
- [9] V. Fabian: Přehled deterministických a stochastických aproximačních metod pro minimalizaci funkcí. Kybernetika 1 (1965), 6, 499—523.
- [10] B. P. Dėmidovič, I. A. Maron: Základy numerické matematiky. SNTL, Praha 1966.

#### SUMMARY

### A Type of One-Parametric Non-Linear Direct Digital Control System

JURAJ HRIVŇÁK

In the present paper a type of one-parametric non-linear direct digital control circuits is defined for the plant without time-delay, characterized by a non-stationary input variable.

The way of the transformation of solving some problems (seeking of extremum of the function with variable coefficients, adaptive systems for extremum seeking, etc.) to solving determined control circuits is roughly sketched.

A pulse transfer function of the digital controller  $R(z)$ , provided zero steady-state control error is required, as well as its simplest possible structure (for which the numerical and the graphical way of computing the transient control process is given), the sufficient conditions of stability and a relation useful for the estimate of the sum of squared samples of control error are derived. By means of this relation the choice of the proper gain factor of the controller with simplest possible structure can be judged.

*Ing. Juraj Hrivňák, C.Sc., Katedra automatizácie a regulácie EF SVŠT, Vazovova 1/b, Bratislava.*