

## Recenze

*Kybernetika*, Vol. 1 (1965), No. 4, 373--376

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/125713>

## Terms of use:

© Institute of Information Theory and Automation AS CR, 1965

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library*  
<http://project.dml.cz>

## Advances in Game Theory

(*Pokroky v teorii her*)

Sborník redigovaný M. Dresherem, L. S. Shapleyem, A. W. Tuckerem. Princeton University Press, Princeton, New Jersey 1964. 52. svazek řady Annals of Mathematics Studies. Stran 679, cena \$ 8,50.

Sborník je pátým svazkem z řady matematických monografií vydávaných Princetonskou univerzitou, který pojednává o teorii strategických her. Na rozdíl od předchozích čtyř však neobsahuje výlučně nové příspěvky, nýbrž také články dříve publikované. Důvodem k tomu bylo, jak se praví v předmluvě, poskytnout čtenáři orientaci o současném stavu a směrech vývoje teorie her. Sborník obsahuje 29 prací od 26 autorů, které svou tematikou pokrývají téměř celou oblast teorie her. Práce jsou vesměs ryze matematického charakteru; redaktoři sborníku záměrně vyloučili teoretické essaye, stati výkladové jakož i matematické aplikace bez teoretického významu. Přesto zůstává sborník dosti různorodý jak co do úrovně matematické techniky, tak i co do abstraktnosti a šíře pojetí. Pokusím se alespoň rámcově popsat některá témata, kterými se zabývají autoři prací.

Teorii konečných antagonistických her dvou hráčů v normálním tvaru (maticových her), která je v současné době téměř uzavřena, je věnováno jen několik pojednání (Shapley, Restrepo, Johnson, Rosenfeld). Z nich zasluhuje pozornosti článek Shapleyův, který studuje některé vlastnosti maticových her, jež plynou z relací uspořádání prvků matice.

V oblasti teorie her v rozvinutém tvaru je hlavní pozornost soustředěna na hry s dokonalou informací a spočetnou (Davis) nebo nespočetnou (Mycielski, Ryll-Nardzewski, Berkovitz, Fleming) množinou pozic. Autoři se zabývají převážně otázkou platnosti Zermelovy-von Neumannovy věty, používajíce aparátu obecné topologie, teorie množin a variačního počtu. Zachrisson studuje hry v rozvinutém tvaru, kde strategie vytvářejí Markovův proces. Sem patří také článek Aumannův, který dokazuje platnost Kuhnovy věty pro hry s dokona-

lou pamětí, spočetnou množinou pozic a nespočetnými množinami alternativ. Jeho pojetí hry v rozvinutém tvaru je poněkud odlišné a připomíná model statistického rozhodování.

Více než polovina prací spadá do oblasti teorie koaličních her více hráčů. První skupinu zde tvoří práce týkající se teorie řešení. Přímou na klasickou teorii nasazuje Galmarino a Hebert, kteří studují některé vlastnosti řešení ve von Neumannově smyslu. Zajímavá je práce Shapleyova o řešení kompozice jednoduchých her (simple games). Kompozici definuje autor jako jednoduchou hru vzniklou z komponentních her pomocí další jednoduché hry — tzv. kvocientu. Množina hráčů je sjednocením množin hráčů komponent a vyhrávající koalice jsou ty, které obsahují dostatečný počet vyhrávajících koalic komponent, aby vytvořily vyhrávající koalici v kvocientu. Podobný je přístup Owenův, který se neomezuje jen na jednoduché hry. Z Aumannovy-Pelegovy teorie koaličních her vychází Stearns, který dokazuje existenci řešení pro hru tří hráčů a uvádí všechna její řešení. Novým způsobem definují řešení Randström a Nering, kteří vycházejí z procesu formování koalic.

Další významnou skupinou jsou práce, v nichž se teorie řešení obohacuje o otázky stability (bargaining theory). Autoři Aumann, Maschler a Peleg se zabývají stabilitou výplatních vektorů, Miyasawa studuje stabilitu vektorů strategií jako rovnováhu mezi přírůstkem garanční výplaty hráče při změně koalice. Pojem stability je ve všech případech zobecněním pojmu Nashova bodu rovnováhy a arbitrážního řešení. Všechny dosud zmíněné práce o koaličních hrách vycházejí z hry popsané charakteristickou funkcí, s výjimkou poslední, která implicitně užívá normální tvar.

Z rozvinutého tvaru hry vychází Selten, který axiomatizuje pojem hodnoty a zkoumá souvislost se zobecněnou charakteristickou funkcí.

Brilantní je Jentschova práce o třídách užitekových funkcí koalice v obecné teorii koaličních her, pro něž je antagonistická hra koalice-komplement striktně určená.

Osamocena, ale velmi pozoruhodná, je práce Harsanyiho o bezkoaličních hrách,

Používají rozšířené soustavy axiomů o racionálním chování hráčů a Nashovu množinu rovnovážných bodů, dochází autor k jedinému řešení po každou konečnou bezkoaliční hru. Práce se vyznačuje detailním rozбором různých typů bezkoaličních her.

Na závěr připomeňme ještě články Isbella, Grosse a Nikaida, které patří spíše do abstraktní algebry, topologie a matematické ekonomie.

Přestože některé práce navazují na předchozí výsledky a vyžadují tudíž jistou obeznámenost se základy teorie her, možno říci, že se záměr redakce sborníku poskytnout i neinformovanému čtenáři co nejlepší přehled o současném úsilí v teorii her, zdařil. K úplnému přehledu by však bylo třeba připojit ještě některé z posledních prací autorů sovětských a zejména některé čínské práce o rovnovážných bodech.

*Bruno Šubert*

VIKTOR KNAPP

### O možnosti použití kybernetických metod v právu

NČSAV, Praha 1963. Stran 242, ruské a anglické resumé, cena 19,50 Kčs.

Brzy potom, co se ve světě — v buržoasných státech a v SSSR — objevily první programy využití poznatků kybernetiky v oblasti právní, začala se i u nás tato problematika studovat. Knappova kniha je v jistém smyslu pionýrské dílo na tomto poli.

Dva momenty vedly právníky ke studiu možnosti aplikace kybernetiky v jejich oboru: naděje, že kybernetika a „myslící stroje“ usnadní, zlepší a zlevní určité právnícké práce a zjevná možnost vést určité analogie mezi soustavami, které studuje kybernetika a řízení společnosti právem. Na druhé straně bylo v řadách právníků немало skeptických hlasů. Jen z této situace, v které vznikla Knappova kniha, lze plně pochopit její záměr a strukturu. Autor hledá a zdůvodňuje stanovisko mezi nekritickým entuziasmem pro právní kybernetiku a nekritickým konservativismem, odmítá-

jącím tyto nové směry úvah. Svě stanovisko opírá o metodologický rozbor otázek relevantních pro aplikaci kybernetiky v oblasti řízení společnosti pomocí práva. Autor věnuje proto hodně místa rozboru těchto obecných metodologických otázek, zároveň však upozorňuje zcela konkrétně na řadu oblastí právního života, kde spatřuje možnosti aplikace kybernetických metod (legislativa, soudní řízení, určité oblasti státní správy, aplikace práva podniky, soudní statistika a právní dokumentace).

Ve své knize se autor zaměřuje především na výzkum možnosti aplikace kybernetických strojů v právnícké činnosti a ponechává stranou druhou větev právní kybernetiky — podle mého mínění neméně slibnou — totiž využití pojmů a poznatků kybernetiky při řešení právně teoretických problémů. Tím si autor sice zúžil pole zkoumání, nechtěl však tím popřít možnost oplodnit právní teorii kybernetickými pohledy, naopak to sám také předpokládá. Autor se ztotožňuje se slovy akademika Berga, že „Kybernetika nemůže nahradit myšlení člověka ani v průmyslu, ani ve vědě, ani ve společenském životě“, a chápe použití strojů jako pomoc, nikoli jako nahrazení lidské činnosti a lidského myšlení. Strojem může být zpracován jen takový materiál, který lze vyjádřit konečným počtem konečných logicko-matematických formulí. Tam, kde jde o vztahy formálně logické, je tato podmínka obvykle splněna, avšak tam, kde jde o aplikaci logiky dialektické, která si všímá nekonečně mnoha aspektů a odstínů věci, není splněna.

Vzhledem k tomu, že aplikace práva je nejen věcí formální logiky, nýbrž i dialektické logiky jsou aplikaci strojů kladeny určité meze. A to tím, že dialektické myšlení je jen zčásti či přibližně vyjádřitelné konečným počtem konečných formulí. (Určité výhrady k tomuto pojetí, zejména k autorovu názoru na dialektickou úvahu, jsem vyslovil v časopisu „Právník“ 1963, č. 5.) Autor právem zdůrazňuje význam logiky normativních vět pro aplikaci kybernetiky v právu a dokazuje, že lze i tyto vztahy modelovat strojem. Pro právníka jsou zajímavé úvahy o ekonomickém a společenském hodnocení možnosti aplikace kybernetiky v právu, neboť to budou rozhodující kritéria pro rozhod-

nutí, zda bude vhodné přejít od základního výzkumu k praktickým realizacím. Nemělo by smysl reprodukovat zde jednotlivé, někde podrobně rozpracované, jinde jen naznačené, konkrétní možnosti aplikací, které autor záslužným a podnětným způsobem analyzuje.

Knappova kniha je a chce být práce mobilizující a diskusní. Je velkou zásluhou autora, že měl odvahu studovat novou problematiku, že předložil solidní úvahy odůvodňující stanovisko k nové, rodící se oblasti zkoumání, že se při tom snažil vyhnout se výstředkům módnosti a last not least, že také ve svém ústavě pokračuje v badatelské činnosti na tomto poli. Není na újmu celkového významu práce, že v jednotlivostech je možno mít námitky, např. tu, že není dost precizně určen pojem dialektické úvahy nebo že se autor ve svých úvahách příliš zaměřuje na relativně jednoduché stroje, tj. na ty, které byly v době napsání knihy k dispozici.

Ota Weinberger

L. S. PONTRJAGIN, V. G. BOLTJANSKIJ, R. V. GAMKRELIDZE, J. F. MIŠČENKO

## Matematická teorie optimálních procesů

SNTL Praha 1964, překlad z ruského originálu vydaného Fizmatgiz Moskva 1961, pořídil J. Vaniček CSc. Stran 356, cena 21,50 Kčs.

V poslední době se v teorii automatického řízení věnuje velká pozornost určení optimálního řízení. Bylo vypracováno několik metod z nichž nejvýznamnější je tzv. princip maxima zavedený autory recenzované knihy. Otázkou určení optimálního řízení lze formulovat následujícím způsobem. Je-li řízený proces popsán systémem diferenciálních rovnic

$$\frac{dx^i}{dt} = f^i(x^1, \dots, x^n; u^1, \dots, u^r) \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

kde  $(x^1, \dots, x^n)$  je  $n$ -rozměrný vektor charakterizující proces a  $(u^1, \dots, u^r)$   $r$ -rozměrný vek-

tor řízení,  $t$  čas a  $f^0(x^1, \dots, x^n, u^1, \dots, u^r)$  daná funkce, pak optimální řízení, které převádí řízený proces z daného počátečního stavu v čase  $t_0$  do konečného stavu, je takové řízení  $u^*$  převádějící proces z počátečního stavu do konečného, pro který funkcionál

$$I = \int_{t_0}^N f^0(x^1, \dots, x^n, u^1, \dots, u^r) dt$$

nabývá minimální hodnoty. Jestliže řízení  $u$  patří do nějaké uzavřené množiny  $U$ , pak takto formulovanou úlohu není možné již řešit metodami klasického variačního počtu a je nutné vypracovat nové metody řešení. Otázkou vypracování takové metody se zabývala skupina sovětských matematiků kolem akademika L. S. Pontrjagina a zformulovali tzv. princip maxima. V řadě článků použili tohoto principu maxima pro řešení nejen uvedeného problému optimálního řízení, ale i pro jiné úlohy. Shrnutím všech dosažených výsledků vznikla recenzovaná kniha o optimálních procesech.

Kniha je rozdělena do 7 kapitol a 42 paragrafů. První kapitola je věnována úvodu do problematiky optimálních procesů a je zde bez důkazů formulován princip maxima (věta 1 § 3.), který je použit na řešení několika jednoduchých příkladů. Mimo to jsou v této kapitole uvedeny některé modifikace principu maxima pro řešení dalších problémů, na příklad: optimální řízení s pohyblivými konci (§ 6), princip maxima pro neautonomní soustavy (§ 7), optimální řízení s pevným časem (§ 8). V závěru první kapitoly autoři srovnávají princip maxima s metodou dynamického programování R. Bellmana a ukazují, že i v některých nejjednodušších případech řešitelných pomocí principu maxima nejsou splněny podmínky nutné pro odvození Bellmanovy rovnice a není je tedy možné řešit dynamickým programováním i když dynamické programování má poněkud univerzálnější charakter než princip maxima.

Kapitola 2 je věnována matematickému důkazu principu maxima a tvoří teoretický základ celé knihy.

V kapitole 3 autoři aplikují princip maxima na určení optimálního řízení vzhledem k času pro lineární systémy, tj. omezují se na případ  $f^0 \equiv 1$ , na  $f^i$ , jež pro všechna  $i$  jsou lineární

376 formy a na  $U$ -konvexní, uzavřený a ohraničený mnohostěn. Tento případ je velmi důležitý pro praktické aplikace a bez použití principu maxima není řešitelný klasickými metodami. Autoři dokazují existenci a jednoznačnost optimálního řízení v tomto případě a na řadě příkladů ukazují i syntézu optimálních regulátorů.

Kapitola 4 je věnována řešení dalších úloh s použitím principu maxima jako na příklad: případ, kdy kritérium je dáno nevlastním integrálem (§ 24), optimální procesy s parametry (§ 25), aproximace funkcí (§ 26), optimální procesy se zpožděním (§ 27), jedna úloha o pronásledování (§ 28).

V kapitole 5 je ukázáno, že princip maxima je zobecněním klasického variačního počtu.

V kapitole 6 autoři řeší z praktického hlediska velmi důležitou úlohu určení optimálního

procesu, když souřadnice systému musí být v dané uzavřené oblasti fázového prostoru.

Kapitola 7 je věnována opět úloze o pronásledování pohybujícího se objektu. Autoři však v této kapitole předpokládají, že objekt se pohybuje náhodně a jeho pohyb je popsán markovským procesem.

Celá kniha je psána matematicky přesně. Přesto se však autorům podařilo výklad provést tak, že je přístupný i širokému okruhu techniků a inženýrů, kterým může sloužit k seznámení se s moderní problematikou optimálních procesů, ale i jako zdroj k jejich technické realizaci. Překlad je proveden velmi pečlivě a je doplněn celou řadou poznámek překladatele.

*Milan Ullrich*