

Vladimír Kučera

Diskrétní regulační obvod s proměnnou strukturou adaptivní na vstupní signál

*Kybernetika*, Vol. 6 (1970), No. 2, (149)--162

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/124899>

## Terms of use:

© Institute of Information Theory and Automation AS CR, 1970

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these

*Terms of use.*



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library*  
<http://project.dml.cz>

# Diskrétní regulační obvod s proměnnou strukturou adaptivní na vstupní signál

VLADIMÍR KUČERA

V článku je popsán diskrétní regulační obvod s proměnnou strukturou, jehož algoritmus řízení respektuje vliv proměnné řídicí veličiny. Jsou odvozeny rovnice pro změnu struktury za těchto podmínek a naznačena realizace obvodu. Dosažené vlastnosti jsou porovnány s vlastnostmi doposud vyšetřovaných regulačních obvodů s proměnnou strukturou.

## 1. ÚVOD

V poslední době vznikla a začala se rozvíjet teorie regulačních obvodů s proměnnou strukturou. Jejich vznik byl vyvolán snahou po splnění protichůdných požadavků, kladených na regulační obvody. Jedním z nich je maximální možná rychlost odezvy při změnách řízení. Splnění tohoto požadavku u lineárních regulačních obvodů může vést k nestabilitě. Chceme-li však, aby přechodový jev dozněl bez kývání kolem ustáleného stavu, to znamená, že požadujeme aperiodickou stabilitu, je nutno u lineárních obvodů naopak snížit rychlost sledování změn řízení. Regulační obvod s proměnnou strukturou je schopen splnit oba zmíněné protichůdné požadavky a tím značně zlepšit dynamiku obvodu.

Změny struktury regulačního obvodu lze dosáhnout různými způsoby. Ve spojitých obvodech je možno měnit zesílení [4], zapojit přidavné tlumení [5] či změnit parametry regulátoru [6]. U diskrétních regulačních obvodů se jeví jako nejvýhodnější změna šířky impulsů tvarovacího členu [1], kterou se zabývá tato práce.

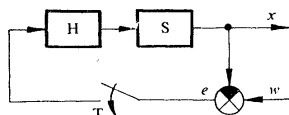
Algoritmus pro změnu struktury regulačního obvodu závisí na vlastnostech regulované soustavy a vstupního signálu. Doposud byly obvody s proměnnou strukturou vyšetřovány pouze při ustáleném, skokem změněném vstupu a naskýtá se tedy otázka, jak se bude takový obvod chovat při jiných vstupních signálech.

Tato práce se zabývá hledáním takového algoritmu pro změnu struktury diskrétního regulačního obvodu, který by respektoval i změny vstupu. Jádrem práce je volba vhodné aproximace vstupního signálu spolu s odvozením podmínky pro změnu struktury. Zároveň je porovnávána kvalita regulačního pochodu v obvodu s pro-

150 měnnou strukturou předpokládajícím jen skokovou změnu vstupu a v obvodu respektujícím různé změny vstupního signálu. Na uvedených příkladech je vidět zlepšení, jehož lze dosáhnout tímto novým přístupem.

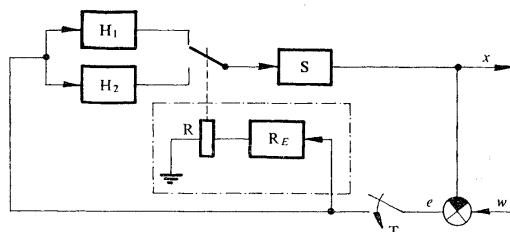
## 2. DISKRÉTNÍ REGULAČNÍ OBVOD S PROMĚNNOU STRUKTUROU NEPŘÍHLÍŽEJÍCÍ KE ZMĚNÁM VSTUPU

Uvažujme diskrétní regulační obvod podle obr. 1 s lineární regulovanou soustavou S, tvarovacím členem H a vzorkovacím elementem T. Změna



Obr. 1. Diskrétní regulační obvod s lineární soustavou S, tvarovacím členem H a vzorkovacím elementem T.

struktury se provádí nespojitou změnou šířky impulsů tvarovacího členu, čehož lze dosáhnout přepínáním dvou tvarovacích členů  $H_1$  a  $H_2$ , z nichž jeden dává na výstupu impulsy o poměrné šířce  $\gamma_1 = 1$  a druhý  $\gamma_2 \ll 1$ . Obvod zajišťující toto přepínání nazveme rozhodovacím obvodem R (obr. 2).



Obr. 2. Diskrétní regulační obvod s rozhodovacím obvodem R zajišťujícím změnu struktury při skokovém vstupu.

Úkolem je najít okamžik přepnutí tak, aby bylo splněno nějaké kritérium, např. aby součet vzorků regulační odchylky po změně struktury byl roven nule. Lze použít i mnohá jiná kritéria založená na nulové hodnotě váženého součtu vzorků odchylky [2] či požadovat minimum součtu čtverců vzorků regulační odchylky po změně struktury [3]. Pro tuto práci však bylo vybráno prvně zmíněné kritérium pro svoji jednoduchost a přehlednost.

Za tím účelem vyjdeme z rovnice

$$(2.1) \quad \sum_{v=0}^l a_v e(n+v) = \sum_{v=0}^l d_v w(n+v),$$

kteřá platí zcela obecně mezi regulační odchylkou  $e(n)$  a vstupní řídicí veličinou  $w(n)$  v diskretním regulačním obvodu s lineární soustavou  $l$ -tého řádu. Za předpokladu velice pomalých změn parametrů regulované soustavy můžeme přejít k obrazu  $\mathcal{Z}$   $E(z)$  regulační odchylky  $e(n)$  po změně struktury. Ta nastává v nějakém okamžiku  $n_0$ , který je výhodné zvolit za nový počátek času

$$m = n - n_0.$$

Zmíněný obraz lze psát ve tvaru

$$(2.2) \quad E(z) = \frac{D_l(z)}{A_l(z)} W(z) + \frac{P_l(z)}{A_l(z)}.$$

Zde polynom  $l$ -tého stupně

$$(2.3) \quad A_l(z) = \sum_{v=0}^l a_v z^v$$

tvoří charakteristický mnohočlen uzavřeného regulačního obvodu. Koefficienty  $a_v$  závisí na šířce impulsů  $\gamma$  tvarovacího členu, čímž právě je možno ovlivňovat dynamiku regulačního obvodu. Polynom  $P_l(z)$  vyjadřuje vliv počátečních podmínek

$$\left. \begin{array}{l} w(-v) \\ e(-v) \end{array} \right\} v = 1, 2, \dots, l$$

v okamžiku změny struktury a lze jej psát ve tvaru

$$(2.4) \quad \begin{aligned} P_l(z) &= P_{w_l}(z) - P_{E_l}(z) = \\ &= \sum_{v=1}^l w(-v) \sum_{j=0}^{l-v} d_j z^{v+j} - \sum_{v=1}^l e(-v) \sum_{j=0}^{l-v} a_j z^{v+j}. \end{aligned}$$

Za předpokladu nulové hodnoty regulační odchylky v ustáleném stavu a při změně vstupu skokem v  $n = 0$  bylo v práci [2] ukázáno, že se rovnice (2.2) zjednoduší na tvar

$$(2.5) \quad E(z) = - \frac{P_{E_l}(z)}{A_l(z)}.$$

Vypočítáme nyní součet vzorků regulační odchylky po změně struktury

$$(2.6) \quad I_1 = \sum_{m=0}^{\infty} e(m) = \lim_{z \rightarrow 1} E(z) \equiv E(1)$$

152 a z kritéria  $I_1 = 0$  plyne podmínka pro změnu struktury

$$(2.7) \quad P_{E1}(1) = \sum_{v=1}^l e(-v) \sum_{j=0}^{l-v} a_j = 0$$

ve tvaru lineární formy v proměnných  $e(-v)$  s koeficienty

$$(2.8) \quad \lambda_v = \sum_{j=0}^{l-v} a_j.$$

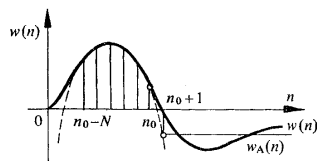
Stručně řečeno, rovnice (2.7) udává vztah, který musí splňovat  $l$  za sebou jdoucích vzorků regulační odchylky, má-li dojít ke změně struktury.

Pokud regulační obvod je skutečně vystaven pouze skokovým změnám řídicí veličiny, je možno tímto způsobem obdržet velice dobré výsledky [1, 2].

### 3. DISKRÉTNÍ REGULAČNÍ OBVOD S PROMĚNNOU STRUKTUROU RESPEKTUJÍCÍ VLIV VSTUPU

Obtíže však nastávají, pokud vstupní signál má zcela odlišný charakter. V tomto případě se totiž může stát, že regulační obvod s algoritmem podle (2.7) buď vůbec nezajistí změnu struktury, nebo ji uskuteční, ale odezva bude horší než u obyčejného obvodu s pevnou strukturou. Vyvstává tedy nutnost uvažovat i vliv vstupního signálu.

Předpokládejme, že na vstup daného regulačního obvodu přichází neznámý, avšak nikoliv stochastický signál. Je proto možné provést extrapolaci následující diskretní hodnoty vstupního signálu na základě znalosti  $N$  předešlých vzorků.



Obr. 3. Aproximace vstupního signálu.

Aproximujeme tedy vstupní signál parabolou  $N$ -tého stupně, jejíž funkční hodnota v následujícím diskretním okamžiku bude sloužit za odhad velikosti vzorku skutečného vstupního signálu. Tento proces se neustále opakuje, takže vždy posledních  $N + 1$  vzorků tvoří základ pro aproximační parabolou.

Abychom mohli vyjádřit velikost součtu vzorků regulační odchylky, potřebujeme znát obraz vstupního signálu. Nestačí nám tedy v každém okamžiku extrapolovat jen následující hodnotu, ale je třeba mít představu o celkovém charakteru vstupu. Na základě zvoleného kritéria  $I_1 = 0$  se jeví jako nejvýhodnější tento způsob: následující hodnotu extrapolujeme parabolou  $N$ -tého stupně jak bylo řečeno výše

a touto hodnotou pak proložíme aproximační funkci, za kterou je možno v nej-jednodušším případě vzít konstantní hodnotu (obr. 3).

Abychom zajistili nulovou odchylku regulačního obvodu v ustáleném stavu, můžeme obecně předpokládat jmenovatel přenosu regulované soustavy ve tvaru

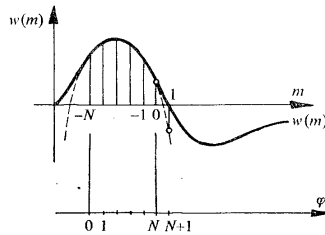
$$(3.1) \quad D_1(z) = (z - 1)^s D_{1-s}(z), \quad s > 0,$$

kde  $s$  je násobnost pólu přenosu soustavy v počátku. V tomto obecném případě je výhodné místo konstanty si další průběh vstupu představit ve tvaru tzv. faktoriální funkce  $(s - 1)$ -ho řádu, jejíž obraz je jednoduchý

$$(3.2) \quad \mathcal{Z} \left\{ \frac{m^{(s-1)}}{(s-1)!} \right\} = \frac{z}{(z-1)^s}.$$

Pak totiž součet vzorků regulační odchylky po změně struktury není ani nekonečný, ani identicky nulový vlivem vykompenzování kladných a záporných vzorků.

K dosažení nulové regulační odchylky v ustáleném stavu prakticky postačí  $s = 1$ . Vyskytne-li se však přesto soustava s atatismem řádu  $s$ , je třeba do zpětné vazby zapojit vhodné stabilizační zařízení, aby celý obvod byl stabilní.



Obr. 4. K extrapolaci následujícího vstupního vzorku Newtonovým rozvojem.

Při odhadu následující hodnoty vstupu vyjdeme z Newtonova rozvoje (obdoba Taylorova rozvoje pro spojité funkce) vstupního signálu v okolí bodu  $m = -N$  a omezíme se pouze na členy do řádu  $N$  včetně (obr. 4). Aproximovaná řídicí veličina je tedy dána vztahem

$$(3.3) \quad w_A(\varphi) = \sum_{k=0}^N \frac{\Delta^k w(0)}{k!} \varphi^{(k)},$$

kde

$$\varphi^{(k)} = \varphi(\varphi - 1) \dots (\varphi - k + 1)$$

je již zmíněná faktoriální funkce  $k$ -tého řádu. Vyjádříme-li  $k$ -tou diferenci  $\Delta^k w(0)$

154 ve vztahu (3.3) pomocí následujících hodnot

$$(3.4) \quad \Delta^k w(0) = \sum_{\mu=0}^k (-1)^{k-\mu} \binom{k}{\mu} w(\mu),$$

obdržíme po vytknutí  $w(\mu)$  z vnitřní sumy a substitucí  $\mu = N + v$  (tj. přejmenování vstupních vzorků) výraz

$$w_A(\varphi) = \sum_{v=0}^N w(-v) \sum_{j=N-v}^N (-1)^{j-N+v} \binom{j}{N-v} \frac{\varphi^{(j)}}{j!}.$$

Velikost následující diskretní hodnoty je dána hodnotou této funkce v bodě  $\varphi = N + 1$ , neboli  $m = 1$ .

Dostáváme tedy

$$(3.5) \quad w_A(1) = \sum_{v=0}^N w(-v) \sum_{j=N-v}^N (-1)^{j-N+v} \binom{j}{N-v} \frac{(N+1)^{(j)}}{j!}.$$

Podle obr. 3 a vztahu (3.2) lehce najdeme obraz  $W_A(z)$  aproximace  $w_A(m)$  skutečného vstupního signálu  $w(m)$ :

$$(3.6) \quad W_A(z) = w(0) + w_A(1) z^{-1} \frac{z}{(z-1)^s}.$$

Dosažením výrazů (3.6) a (3.1) do rovnice (2.2) můžeme podle vztahu (2.6) vypočítat součet vzorků regulační odchylky po změně struktury

$$(3.7) \quad I_1 = \frac{D_{l-s}(1)}{A_l(1)} w_A(1) + \frac{P_l(1)}{A_l(1)}.$$

K explicitnímu vyjádření  $D_{l-s}(1)$  uvážíme, že podle Leibnizova pravidla o  $s$ -té derivaci součinu

$$D_l(z) = (z-1)^s D_{l-s}(z)$$

platí

$$(3.8) \quad \frac{d^s}{dz^s} D_l(z) = \sum_{k=0}^s \binom{s}{k} \frac{d^k}{dz^k} (z-1)^s \frac{d^{s-k}}{dz^{s-k}} D_{l-s}(z), \quad k \leq s.$$

Vzhledem k tomu, že je

$$\frac{d^k}{dz^k} (z-1)^s = s(s-1) \dots (s-k+1) (z-1)^{s-k}, \quad k \leq s,$$

zbuđe ve výrazu (3.8) po provedení naznačené limity pouze poslední člen, tedy

$$(3.9) \quad \lim_{z \rightarrow 1} \frac{d^s}{dz^s} D_l(z) = s! D_{l-s}(1).$$

$$\begin{aligned} \frac{d^s}{dz^s} D_l(z) &= l(l-1)\dots(l-s+1) d_l \cdot z^{l-s} + \\ &+ (l-1)(l-2)\dots(l-s) d_{l-1} \cdot z^{l-s-1} + \dots + s! d_s = \\ &= \sum_{k=s}^l \frac{k!}{(k-s)!} d_k \cdot z^{k-s} \end{aligned}$$

a proto vztah (3.9) nabývá konečného tvaru

$$(3.10) \quad D_{l-s}(1) = \sum_{k=s}^l \binom{k}{s} d_k.$$

Do vztahu (3.7) pro  $I_1$  nyní zavedeme potřebné počáteční podmínky a parametry regulované soustavy pomocí rovnic (2.4), (3.5) a (3.10). Kritérium  $I_1 = 0$  pak dá podmínku pro změnu struktury

$$D_{l-s}(1) w_A(1) + P_l(1) = 0,$$

kteřou lze upravit opět na tvar lineární formy

$$(3.11) \quad \sum_{v=0}^N \eta_v w(-v) + \sum_{v=1}^l \beta_v w(-v) - \sum_{v=1}^l \lambda_v e(-v) = 0$$

s koeficienty

$$\begin{aligned} (3.12) \quad \eta_v &= \sum_{j=N-v}^N (-1)^{j-N+v} \binom{j}{N-v} \frac{(N+1)^{(j)}}{j!} \sum_{k=s}^l \binom{k}{s} d_k = \\ &= \xi_v(N) \sum_{k=s}^l \binom{k}{s} d_k, \\ \beta_v &= \sum_{j=0}^{l-v} d_j, \quad \lambda_v = \sum_{j=0}^{l-v} a_j, \end{aligned}$$

což je hledaný výsledek.

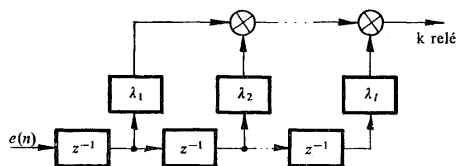
Nakonec uvedeme hodnoty koeficientů  $\xi_v(N)$  pro několik prvních stupňů extrapoláční paraboly:

$$\begin{aligned} \xi_0(0) &= 1, \\ \xi_0(1) &= 2, \quad \xi_1(1) = -1, \\ \xi_0(2) &= 3, \quad \xi_1(2) = -3, \quad \xi_2(2) = 1, \\ \xi_0(3) &= 4, \quad \xi_1(3) = -6, \quad \xi_2(3) = 4, \quad \xi_3(3) = -1. \end{aligned}$$



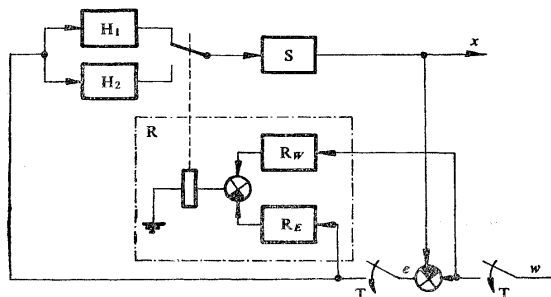
## 4. REALIZACE ROZHODOVACÍHO OBVODU

Jak bylo ukázáno např. v [2], je možné realizovat podmínku (2.7) pro změnu struktury diskrétního regulačního obvodu, na jehož vstupu je předpokládána konstantní ustálená řídicí veličina, prostřednictvím rozhodovacího obvodu (obr. 2), jehož struktura je vyznačena na obr. 5. Odebírané vzorky regulační odchylky jsou



Obr. 5. Struktura rozhodovacího obvodu  $R_E$  sestávajícího z  $l$  zpožďovacích elementů  $z^{-1}$ .

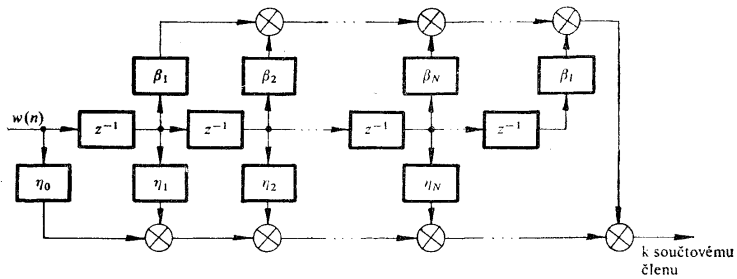
zadržovány vždy po dobu jedné periody vzorkování v jednotlivých zpožďovacích elementech a podle odvozeného algoritmu sčítány. Změna struktury nastane při změně znaménka lineární formy (2.7), kterou tento obvod modeluje. Jak je vidět, vystačíme zde obecně s  $l$  zpožďovacími elementy.



Obr. 6. Diskrétní regulační obvod s proměnnou strukturou respektující změny vstupního signálu.

Jakmile však vezme v úvahu též působení proměnného vstupního signálu, stane se regulační obvod poněkud složitějším (obr. 6). Je třeba odebírat vzorky nejen regulační odchylky  $e(n)$ , ale i vstupního signálu  $w(n)$  a oboje zpracovávat samostatnými rozhodovacími obvody  $R_E$  a  $R_W$ . Rozhodovací obvod  $R_E$  má opět tvar jako na obr. 5. Obvod nazvaný  $R_W$  má strukturu nakreslenou na obr. 7 a počet

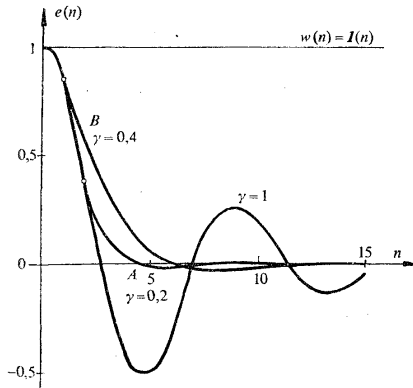
jeho zpožďovacích elementů je roven číslu  $\max(l, N)$ , podle toho, zda je větší řád aproximující paraboly, nebo řád soustavy, což je v praxi běžnější. Články  $\eta_i$  zde tvoří obvod pro extrapolaci následující hodnoty vstupu, kdežto články  $\beta_i$  respektují vliv počátečních podmínek vstupního signálu. V praktickém provedení je ovšem možno tyto koeficienty sloučit, zde byly uvedeny odděleně pouze z důvodu názornosti modelu odvozeného algoritmu.



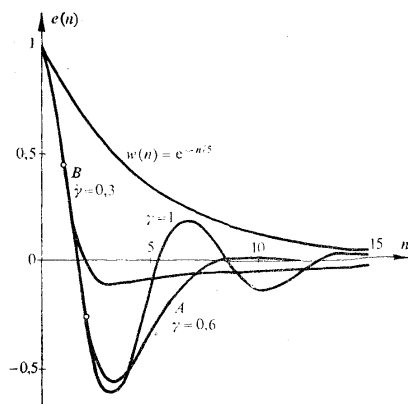
Obr. 7. Struktura rozhodovacího obvodu  $R_w$ .

## 5. ZÁVĚR

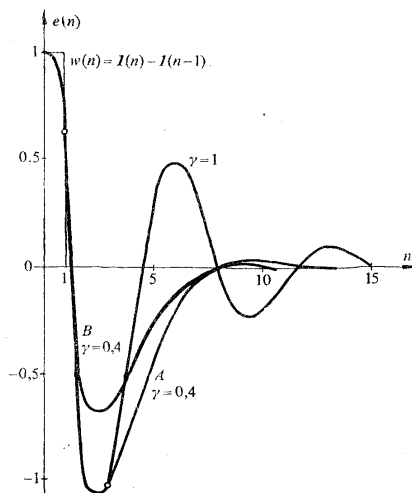
Chování diskrétního regulačního obvodu s proměnnou strukturou podle odvozeného algoritmu bylo ověřeno na příkladech mnoha regulovaných soustav vystavených působení nejrůznějších vstupních signálů, jako např. jednotkový skok,



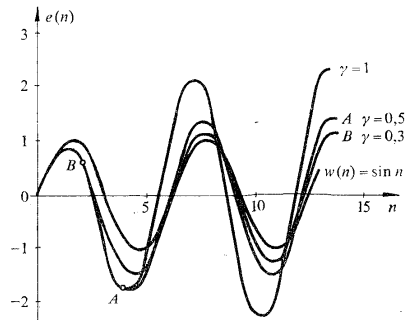
Obr. 8. Graf regulační odchylky v obvodu s pevnou strukturou ( $\gamma = 1$ ), v obvodu se změnou struktury podle obyčejného algoritmu ( $A$ ), v obvodu se změnou struktury podle adaptivního algoritmu ( $B$ ) se soustavou  $1,67/[p(p + 1,5)^2]$  na jednotkový skok.



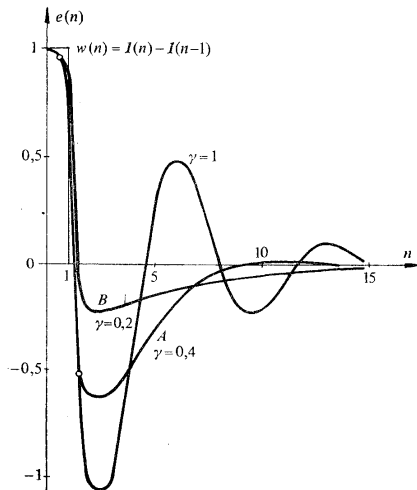
**Obr. 9.** Průběh odchylky v regulačním obvodu se soustavou  $1/[p(p+1)]$  a exponenciální vstupní funkcí.



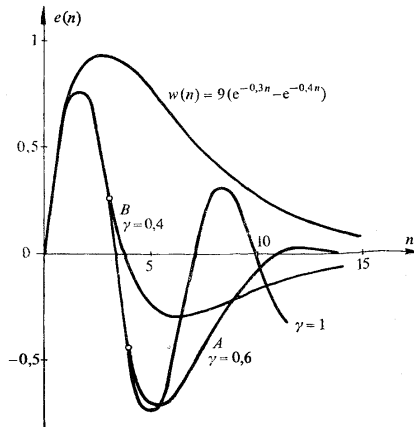
**Obr. 10.** Průběh odchylky v obvodu s regulovanou soustavou  $1/[p(p+1)]$ , jestliže na vstup byl přiveden jednotkový impuls. Projevuje se nepříznivý vliv příliš dlouhé periody vzorkování.



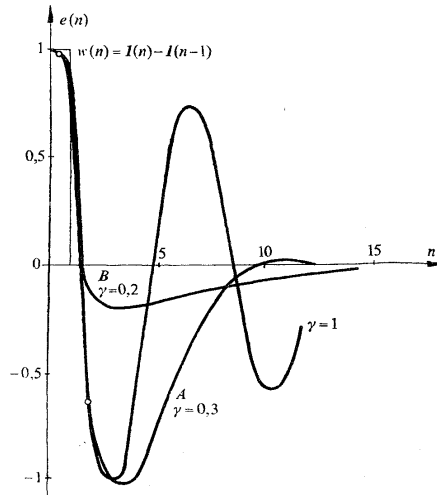
**Obr. 11.** Odezvy regulačního obvodu se soustavou  $1/[p(p + 1)]$  na sinusoidální vstup. Křivka B dává lepší výsledky nejen co do amplitudy, ale i co do fáze.



**Obr. 12.** Odezvy téhož regulačního obvodu jako v obr. 10 na tentýž vstupní signál, pouze perioda vzorkování je poloviční  $T = \frac{1}{2}$ .



**Obr. 13.** Průběh regulační odchylky v obvodu se soustavou  $3/[p(p+3)^4]$ , vybuzeném na vstupu lineární kombinací exponenciál.



**Obr. 14.** Graf regulačních odchylek v obvodu se soustavou  $2/[p(p+2)^3]$  při vstupním signálu tvaru jednotkového impulsu. Perioda vzorkování je zde opět  $T = \frac{1}{2}$ .

dozívající exponenciála, jednotkový impuls, lineární kombinace exponenciál a sinusoida (obr. 8–14). Pro porovnání byla změna struktury sledována podle

1. obyčejného kritéria (2.7) – křivky *A*,
2. adaptivního kritéria (3.11) – křivky *B*.

Ve všech případech bylo k odhadu následující hodnoty vstupu použito paraboly druhého stupně.

Je důležité se na tomto místě zmínit o tom, že odezva regulačního obvodu po změně struktury nesplňuje přesně kritérium  $I_1 = 0$ . Je to způsobeno tím, že teoretický okamžik změny struktury nepadne obecně právě do okamžiku vzorkování, ale někde mezi dva sousední okamžiky.

Dále je třeba uvážit, hlavně při syntéze obvodu, že okamžik změny struktury je funkcí  $\gamma_2$  (šířky pulsů tvarovače  $H_2$  po změně struktury). Ukazuje se, že optimální hodnota pro šířku  $\gamma_2$  se pohybuje okolo  $\gamma_2 = 0,3$  pro všechny (zkoumané) vstupní signály.

Základní přínos této práce spočívá v porovnání dosud známého regulačního obvodu s proměnnou strukturou, jehož algoritmus není schopen registrovat změny vstupního signálu s obvodem zde navrženým, který mění své chování v závislosti na průběhu vstupu. Tím je docíleno velmi dobrých dynamických vlastností regulačního obvodu při libovolném řízení. Největší výhodou tohoto uspořádání je, že ony dobré vlastnosti jsou dosahovány relativně jednoduchými prostředky.

(Došlo dne 1. září 1969.)

#### LITERATURA

- [1] Šindelář J.: Sampled-data Control System with Changes in the Pulse Width. III. Congress IFAC, London, 1966.
- [2] Kučera V.: Diskrétní regulační obvod s proměnnou strukturou. Diplomní práce, ČVUT – FEL, 1966.
- [3] Šindelář J., Kučera V.: Determination of Transfer Function of the Decision Link for Changing the Pulse Width. Information Processing Machines, No 14, Praha 1968.
- [4] Šindelář J.: Regulační obvod s nespojitě proměnným zesílením. Automatizace 6 (1963), 5.
- [5] Šindelář J.: Regulační obvod s nespojitě proměnným tlumením. Automatizace 7 (1964), 11.
- [6] Šindelář J.: Odvození podmínek pro změnu struktury regulačního obvodu. Kybernetika 2 (1966), 3.

## Sampled-Data Control System with Variable Structure Adaptive to the Input Signal

VLADIMÍR KUČERA

The paper is dealing with sampled-data control system with variable structure where the influence of the input signal is solved. In section 2 the ordinary control system with variable structure is analysed as introduction into the problem given.

The choice of appropriate approximation of the input signal as well as the derivation of the equation for structural change under conditions investigated are comprised in section 3. The section 4 is devoted to the realization of the algorithm derived. As conclusion the comparison of both ordinary and adaptive system dynamics is presented.

The main advantage of the system described consists in improving the system dynamics considerably under any input by relatively simple means.

*Ing. Vladimír Kučera, Ústav teorie informace a automatizace ČSAV, Vyšehradská 49, Praha 2.*