Kybernetika

Jaroslav Šindelář

Některé otázky syntézy diskrétních regulačních obvodů s proměnnou strukturou

Kybernetika, Vol. 4 (1968), No. 1, (12)--35

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/124511

KYBERNETIKA ČÍSLO 1, ROČNÍK 4/1968

Některé otázky syntézy diskrétních regulačních obvodů s proměnnou strukturou

JAROSLAV ŠINDELÁŘ

Článek pojednává o diskrétních regulačních obvodech, u nichž se mění struktura za účelem zlepšení dynamických vlastností. Nejprve jsou uvedeny základní vztahy diskrétního přenosu regulačního obvodu s uvažováním všech počátečních podmínek a vliv typu regulované soustavy a tvaru vstupního signálu na pohybovou rovnici. Jádrem článku je odvození podmínek pro změnu struktury podle čtyř základních kritérií. Na základě odvozených vztahů je definován přenos rozhodovacího členu, který rozhoduje o tom, který z pomocných obvodů má být do regulačního obvodu zapojen. Zbývající část článku pojednává o pomocných obvodech. Přepínáním těchto pomocných obvodů se mění struktura regulačního obvodu.

ÚVOD

Změnou struktury regulačního obvodu lze řešit celou řadu problémů z teorie automatické regulace, kde jsou kladeny protichůdné požadavky nebo kde nelze splnit požadavky jedním regulátorem v celém rozsahu. Problematika spojitých regulačních obvodů s proměnnou strukturou je již z podstatné části zpracována v celé řadě publikací.

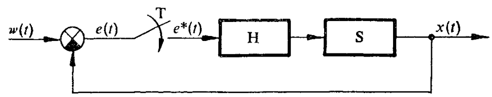
U spojitých regulačních obvodů s proměnnou strukturou je největší problém realizace obvodů, které mají vytvářet vyšší derivace regulační odchylky. Tuto potíž je nutno různými metodami obcházet, jak je uvedeno v [10]. U diskrétních regulačních obvodů je realizace podstatně jednodušší, neboť derivace jsou nahraženy diferencemi. Pro vytvoření rozhodovací funkce jsou v práci odvozeny vztahy, které obsahují pouze hodnoty regulační odchylky v diskrétních okamžicích takže není nutné vytvářet ani diference. Tato skutečnost má velký význam pro realizaci. Při řešení uvedené problematiky je použito diskretní Laplaceovy transformace. Přes výhody z-transformace jsem tuto nepoužíval. V z-transformaci by nebylo možno odvodit vztahy pro některá kriteria a bylo by nutno přecházet stejně k diskrétní Laplaceově transformaci. Považoval jsem za vhodnější přidržet se jedné metody v celé práci.

Úvodem je třeba ujasnit některé pojmy, které budou v práci používány. Jsou to pojmy „před změnou struktury" a „po změně struktury". Vycházejí z předpokladu, že regulační odchylka se blíží k nule čili při kladné hodnotě má zápornou derivaci a při záporné hodnotě má kladnou derivaci. Za „rozmezí" považujeme okamžik, ve kterém dochází ke změně struktury. Veškeré hodnoty před tímto okamžikem označujeme jako hodnoty „před změnou struktury". Hodnoty po tomto okamžiku označíme jako hodnoty „po změně struktury".

1. ZÁKLADNÍ VZTAHY

Diskrétní regulační obvody s pevnou strukturou byly popsány v celé řadě publikací. Z našich to jsou zejména [6, 8] ze zahraničních [1, 3]. Označení a základní poučky diskrétní Laplaceovy transformace jsou převzaty z knih [1, 8].

Základní blokové schéma diskrétního regulačního obvodu je na obr. 1. Skládá se z porovnávacího členu, vzorkovacího členu T, tvarovacího členu H a regulované



Obr. 1.

soustavy S. Tvarovací člen, který budeme dále uvažovat, je nultého řádu. Jeho přenos je

$$H(p) = k_i \frac{1 - e^{-pT\gamma}}{p} . \tag{1}$$

V regulačních obvodech se nejčastěji vyskytuje regulovaná soustava, jejíž přenos je racionální lomená funkce

$$S(p) = \frac{\sum\limits_{\nu=0}^{m} \beta_\nu p^\nu}{\prod\limits_{\nu=1}^{l} (p - p_\nu)} . \tag{2}$$

Tímto přenosem lze také aproximovat i převážnou většinu přenosů jiných tvarů. Podle počtu nulových pólů určujeme typ regulované soustavy. Přenos statické soustavy nemá žádný nulový pól, přenos astatické soustavy obsahuje nulové póly.

V dalším budu uvažovat pouze hodnoty v diskrétních okamžicích. Po změně struktury je nutné, aby regulační obvod byl aperiodicky stabilní,* jak bude v dalším dokázáno. Z toho plyne, že mezi okamžiky vzorkování nemůže mít průběh periodický charakter a stačí uvažovat pouze hodnoty v diskrétních okamžicích. Diskrétní přenos tvarovacího členu a regulované soustavy lze potom psát ve tvaru

$$G^*(q) = \sum_{\nu=0}^{s-1} \sum_{\mu=0}^{r_\nu - 1} \frac{c_{\nu\mu}}{\mu!} \frac{d^\mu}{dq_\nu^\mu} \left[\frac{e^q - e^{q_\nu(1-\gamma)}}{e^q - e^{q_\nu}} \right], \tag{3}$$

kde koeficient $c_{\nu\mu}$ je definován vztahem

$$c_{\nu\mu} = \lim_{q \to q_\nu} \frac{1}{(r_\nu - \mu - 1)!} \frac{d^{r_\nu - \mu - 1}}{dq^{r_\nu - \mu - 1}} \left[\frac{k_i P_s(q)}{q\, Q_s(q)} (q - q_\nu)^{r_\nu} \right], \tag{4}$$

* Aperiodicky stabilními jsou nazývány obvody, u kterých kořeny charakteristické rovnice q_μ přenosu uzavřeného obvodu jsou reálné záporné.

q_v jsou kořeny charakteristické rovnice, $P_s(q)$ je čitatel $Q_s(q)$ je jmenovatel přenosu soustavy

$$S(q) = \frac{P_s(q)}{Q_s(q)}. \tag{5}$$

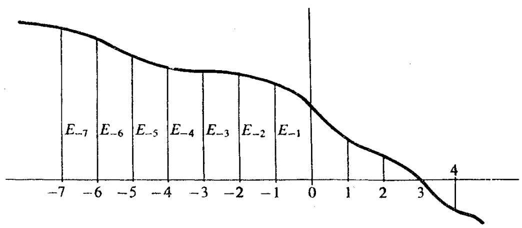
Vztahy jsou převzaty z literatury [8] kde je také uveden význam jednotlivých označení. Pro diskrétní přenos uzavřeného regulačního obvodu platí:

$$\frac{E^*(q)}{W^*(q)} = \frac{1}{1 + G^*(q)}. \tag{6}$$

Ze vztahu (3) vyplývá, že přenos $G^*(q)$ lze psát ve tvaru racionální lomené funkce. Potom také přenos (6) bude racionální lomená funkce, kterou lze psát ve tvaru

$$\frac{E^*(q)}{W^*(q)} = \frac{\sum_{i=0}^{l} b_i e^{-iq}}{\sum_{i=0}^{l} a_i e^{-iq}}. \tag{7}$$

Ke změně struktury dochází v dynamickém stavu. Okamžik, ve kterém nastává změna struktury, budeme považovat za začátek nového řešení a diskrétní hodnoty, vztahující se k tomuto okamžiku budeme považovat za počáteční podmínky pro další řešení. Tyto hodnoty budu v dalším označovat jako „počáteční podmínky v okamžiku změny struktury". Budu je označovat W_{-i} pro řídicí veličinu a E_{-i} pro regulační odchylku. Index $-i$ značí i-tý diskrétní okamžik před okamžikem změny struktury. Označení je patrno v obr. 2.



Obr. 2.

Základní vztah mezi regulační odchylkou a řídicí veličinou v okamžiku změny struktury s uvažováním všech počátečních podmínek je:

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{l} E_{-i} \sum_{j=0}^{l-i} a_{i+j} e^{-jq} + E^*(q) \sum_{i=0}^{l} a_i e^{-iq} = \\ &= \sum_{i=1}^{l} W_{-i} \sum_{j=0}^{l-i} b_{i+j} e^{-jq} + W^*(q) \sum_{i=0}^{l} b_i e^{-iq}. \end{aligned} \tag{8}$$

K určení vztahu mezi počátečními podmínkami v okamžiku změny struktury lze použít různá kritéria, z nichž nejdůležitější budou v článku uvedena. Při tom budu vždy vycházet ze vztahu (8).

Základní vztah (8) závisí jednak na hodnotách regulační odchylky, jednak na hodnotách řídicí veličiny. Proto je nutné vyšetřit vztahy mezi počátečními podmínkami při různých typech vstupních signálů. Budu se zabývat třemi typy vstupních signálů a to ustálená hodnota polohy, rychlosti a zrychlení řídicí veličiny. Nejedná se tedy o skokové funkce, i když tyto mohou být v to také zahrnuty.

Při ustálení řídicí veličiny na konstantní hodnotě W mají všechny počáteční podmínky W_{-i} stejnou hodnotu

$$W_{-i} = W \quad \text{pro} \quad i = 1, 2, \ldots, l \,. \tag{9}$$

Diskrétní Laplaceův obraz konstantní hodnoty řídicí veličiny je

$$W^*(q) = W \frac{1}{1 - e^{-q}} \,. \tag{10}$$

Jestliže tyto hodnoty dosadíme do rovnice (8), většina členů na pravé straně se vykrátí a zůstane tvar

$$\sum_{i=1}^{l} E_{-i} \sum_{j=0}^{l-i} a_{i+j} e^{-jq} + E^*(q) \sum_{i=0}^{l} a_i e^{-iq} = \frac{W}{1 - e^{-q}} \sum_{i=0}^{l} b_i \,. \tag{11}$$

Při ustálené hodnotě rychlosti řídicí veličiny $w \,.\, t$ mají počáteční podmínky lineárně rostoucí charakter, čili lze je vyjádřit tvarem

$$W_{-i} = W(-i)\, T \quad \text{pro} \quad i = 1, 2, \ldots, l \,. \tag{12}$$

Diskrétní Laplaceův obraz konstantní rychlosti řídicí veličiny je

$$W^*(q) = WT \frac{e^{-q}}{(1 - e^{-q})^2} \,. \tag{13}$$

Po dosazení těchto hodnot do rovnice (8) se opět většina členů pravé strany vykrátí a zůstává tvar:

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{l} E_{-i} \sum_{j=0}^{l-i} a_{i+j} e^{-jq} + E^*(q) \sum_{i=0}^{l} a_i e^{-iq} = \\ &= \frac{WT}{(1 - e^{-q})^2} \left[e^{-q} \sum_{i=0}^{l} b_i - (1 - e^{-q}) \sum_{i=1}^{l} i b_i \right] . \end{aligned} \tag{14}$$

Působí-li na vstupu regulačního obvodu ustálená hodnota zrychlení řídicí veličiny, mají hodnoty počátečních podmínek kvadraticky rostoucí charakter. To lze vyjádřit vztahem

$$W_{-i} = W(iT)^2 \quad \text{pro} \quad i = 1, 2, \ldots, l \,. \tag{15}$$

 Diskrétní Laplaceův obraz konstantního zrychlení řídicí veličiny je

$$W^*(q) = WT^2 e^{-q} \frac{1 + e^{-q}}{(1 - e^{-q})^3}. \tag{16}$$

Po dosazení těchto vztahů do rovnice (8) dostaneme poněkud složitější tvar než v předešlých případech:

$$\sum_{i=1}^{l} E_{-i} \sum_{j=0}^{l-i} a_{i+j} e^{-jq} + E^*(q) \sum_{i=0}^{l} a_i e^{-iq} = \tag{17}$$

$$= \frac{WT^2}{(1 - e^{-q})^3} \left[(1 - e^{-q})^2 \sum_{j=1}^{l} j^2 b_j - 2e^{-q}(1 - e^{-q}) \sum_{j=1}^{l} j b_j + e^{-q}(1 + e^{-q}) \sum_{j=0}^{l} b_j \right].$$

Z výrazů (11), (14) a (17) je patrno, že v závislosti na tvaru řídicí veličiny se dost podstatně mění pravá strana základní rovnice (8).

Pro další řešení bude nutné zjistit závislost dynamických vlastností regulačního obvodu na typu regulované soustavy. Vycházíme z obecného výrazu přenosu (3), který lze psát ve tvaru racionální lomené funkce

$$G^*(q) = \frac{N^*(q)}{M^*(q)}, \tag{18}$$

jejíž jmenovatel lze psát jako součin

$$M^*(q) = \prod_{\nu=1}^{l} (1 - e^{-q} e^{q_\nu}). \tag{19}$$

Obraz přenosu (18) dosadíme do obrazu (6) a upravíme na tvar

$$E^*(q) \left[M^*(q) + N^*(q) \right] = W^*(q) \, M^*(q). \tag{20}$$

Porovnáme-li výrazy (7), (18), (19) a (20) vidíme, že platí vztah

$$\sum_{i=0}^{l} b_i e^{-iq} = \prod_{\nu=1}^{l} (1 - e^{-q} e^{q_\nu}). \tag{21}$$

Jestliže provedeme limitu rovnice (21) pro $q \to 0$, dostaneme

$$\sum_{i=0}^{l} b_i = \prod_{\nu=1}^{l} (1 - e^{q_\nu}). \tag{22}$$

Pravá strana rovnice (14) pro konstantní rychlost řídicí veličiny obsahuje limitu pro $q \to 0$ první derivace čitatele obrazu přenosu (7) podle q:

$$\lim_{q \to 0} \frac{d}{dq} \sum_{i=0}^{l} b_i e^{-iq} = - \sum_{i=1}^{l} i b_i. \tag{23}$$

Rovnice (17) pro konstantní zrychlení řídicí veličiny má na pravé straně výraz,
který je limitou druhé derivace čitatele přenosu (7) podle q:

(24) $$\lim_{q \to 0} \frac{d^2}{dq^2} \sum_{i=0}^{l} b_i e^{-iq} = \sum_{i=0}^{l} i^2 b_i \,.$$

Vztahy (22), (23) a (24) ukazují jaký vliv mají koeficienty jmenovatele přenosu regulované soustavy b_i na dynamické vlastnosti regulačního obvodu. Součet $\sum_{i=0}^{l} b_i e^{-iq}$ není vhodný pro další řešení. Budeme používat vztah (19), který je výhodnější jak vyplyne z dalšího. Pro jednotlivé typy regulovaných soustav nutno určit součet koeficientů u jednotlivých mocnin e^{-q} čitatele přenosu (7) podle vztahu (22) a součet koeficientů první a druhé derivace čitatele přenosu (7) podle vztahů (23) a (24). Dále bude nutno určit hodnotu regulační odchylky v ustáleném stavu při různých typech vstupních signálů.

Podle typu regulované soustavy má jmenovatel přenosu (18) tvar

(25) $$M^*(q) = (1 - e^{-q})^m \prod_{\nu=m+1}^{l} (1 - e^{-q} e^{q_\nu}) \,,$$

kde m vyjadřuje typ soustavy.

Podobně u řídicí veličiny podle vztahů (10), (13) a (16) lze vyjádřit obecně typ vstupního signálu

(26) $$W^*(q) = \frac{F(q)}{(1 - e^{-q})^s} \,,$$

kde exponent s vyjadřuje typ signálu.

Vzhledem k tomu, že ustálená hodnota regulační odchylky nezávisí na počátečních podmínkách, můžeme podle věty o konečné hodnotě psát

(27) $$e(\infty) = \lim_{q \to 0} (1 - e^{-q}) \frac{(1 - e^{-q})^m \prod_{\nu=m+1}^{l} (1 - e^{-q} e^{q_\nu})}{\sum_{i=0}^{l} a_i e^{-iq}} \cdot \frac{F(q)}{(1 - e^{-q})^s} \,.$$

Z výrazu (27) vyplývá, že mohou nastat tři případy podle velikosti exponentů s a m. Je-li

(28) $$m \geqq s \,,$$

bude mít regulační odchylka v ustáleném stavu nulovou hodnotu. Při

(29) $$m + 1 = s$$

bude mít výraz pro ustálenou hodnotu regulační odchylky tvar

$$(30) \qquad e(\infty) = \frac{\prod_{\nu=m+1}^{l} (1 - e^{q_\nu}) F(0)}{\sum_{i=0}^{l} a_i} .$$

Ve třetím případě, kdy platí nerovnost

$$(31) \qquad m + 1 < s ,$$

bude regulační odchylka v ustáleném stavu konvergovat k nekonečnu. Z toho plyne, že regulační obvod je schopen sledovat signály, jejichž obraz má stejný počet pólů jako obraz přenosu otevřené smyčky regulačního obvodu nebo menší. Toho lze využít při přepínání pomocných obvodů.

2. KRITÉRIA PRO STANOVENÍ PODMÍNEK PRO ZMĚNU STRUKTURY

Při odvozování podmínek pro změnu struktury podle kteréhokoliv kritéria vycházíme z rovnice (8). Jak vyplývá z předchozího závisí pravá strana rovnice (8) na tvaru řídicí veličiny a na typu regulované soustavy. Jestliže měníme strukturu regulačního obvodu za účelem zlepšení dynamických vlastností, požadujeme obvykle rychlé doznění přechodového jevu s minimálním překývnutím, případně s aperiodickým dozněním. To znamená, že ustálená hodnota regulační odchylky po změně struktury musí být buď rovna nule nebo nějaké konečné hodnotě. Případy, kdy hodnota regulační odchylky v ustáleném stavu konverguje k nekonečnu nepřicházejí tedy v úvahu .

Pravou stranu rovnice (8) si za účelem zjednodušení označíme

$$(32) \qquad \tilde{W}(q) = \sum_{i=1}^{l} W_{-i} \sum_{j=0}^{l-i} b_{i+j} e^{-jq} + W^*(q) \sum_{i=0}^{l} b_i e^{-iq} .$$

Obraz regulační odchylky lze potom psát ve tvaru

$$(33) \qquad E^*(q) = \frac{\tilde{W}^*(q)}{\sum_{i=0}^{l} a_i e^{-iq}} - \frac{\sum_{i=1}^{l} E_{-i} \sum_{j=0}^{l-i} a_{i+j} e^{-jq}}{\sum_{i=0}^{l} a_i e^{-iq}} .$$

Nejjednodušším kritériem pro stanovení podmínek pro změnu struktury je *součet diskrétních hodnot* definovaný vztahem

$$(34) \qquad P_{\mathrm{L}} = \sum_{n=0}^{\infty} e[n] .$$

Je to určitá analogie lineární regulační plochy – odtud označení P_{L}. Hodnoty regulační odchylky v diskrétních okamžicích jsou označeny $e[n]$.

Hodnotu výrazu (34) můžeme určit přímo z obrazu regulační odchylky (33). Podle věty o součtu vzorků [8] platí vztah

$$\sum_{n=0}^{\infty} e[n] = \lim_{q \to 0} E^*(q) . \tag{35}$$

Limita obrazu regulační odchylky bude mít dvě části:

$$\lim_{q \to 0} E^*(q) = \lim_{q \to 0} \frac{\tilde{W}^*(q)}{\sum_{i=0}^{l} a_i e^{-iq}} - \frac{\sum_{i=1}^{l} E_{-i} \sum_{j=0}^{l-i} a_{i+j}}{\sum_{i=0}^{l} a_i} . \tag{36}$$

Podle hodnoty $\tilde{W}(q)$ a $e(\infty)$ mohou nastat tři případy.

Je-li $\tilde{W}(q) = 0$, je také $e(\infty) = 0$ a součet diskrétních hodnot je určen vztahem

$$P_L = - \frac{\sum_{i=1}^{l} E_{-i} \sum_{j=0}^{l-i} a_{i+j}}{\sum_{i=0}^{l} a_i} . \tag{37}$$

Při $\tilde{W}(q) \in (0, \infty)$ je také $e(\infty) \in (0, \infty)$ a pravá strana rovnice (8) má tvar

$$\tilde{W}(q) = \frac{B}{1 - e^{-q}} . \tag{38}$$

Konstanta B je závislá na koeficientech pravé strany rovnice (8) b_i, na tvaru řídicí veličiny a na typu regulované soustavy. Při statické soustavě a při ustálené hodnotě polohy řídicí veličiny má tato konstanta hodnotu

$$B_0 = W \sum_{i=0}^{l} b_i . \tag{39}$$

Hodnota regulační odchylky v ustáleném stavu je

$$e(\infty) = \frac{B_0}{\sum_{i=0}^{l} a_i} . \tag{40}$$

Je-li regulovaná soustava astatická s jedním nulovým pólem a řídicí veličina má konstantní rychlost, je konstanta B určena vztahem

$$B_1 = WT \prod_{\nu=2}^{l} (1 - e^{q_\nu}) . \tag{41}$$

Hodnota regulační odchylky v ustáleném stavu je

$$e(\infty) = \frac{B_1}{\sum_{i=0}^{l} a_i} . \tag{42}$$

Při astatické soustavě s dvěma nulovými póly a při konstantním zrychlení řídicí veličiny má konstanta B hodnotu

$$B_2 = 2WT^2 \prod_{\nu=3}^{l} (1 - e^{q_\nu}) \tag{43}$$

a regulační odchylka v ustáleném stavu

$$e(\infty) = \frac{B_2}{\sum\limits_{i=0}^{l} a_i}. \tag{44}$$

Konstanty $B_0 B_1 B_2$ označíme obecně B. Obraz regulační odchylky lze psát pro všechny případy v jednotném tvaru

$$E^*(q) = \frac{B}{(1 - e^{-q}) \sum\limits_{i=0}^{l} a_i e^{-iq}} - \frac{\sum\limits_{i=1}^{l} E_{-i} \sum\limits_{j=0}^{l-i} a_{i+j} e^{-iq}}{\sum\limits_{i=0}^{l} a_i e^{-iq}}. \tag{45}$$

Limita tohoto výrazu pro $q \to 0$ má nekonečnou hodnotu a je nutno ji odečíst od součtu vzorků ustálené hodnoty regulační odchylky. Jeho obraz je

$$\frac{E(0)}{1 - e^{-q}} = \frac{B}{(1 - e^{-q}) \sum\limits_{i=0}^{l} a_i}. \tag{46}$$

Součet vzorků celého regulačního pochodu budeme tedy psát ve tvaru:

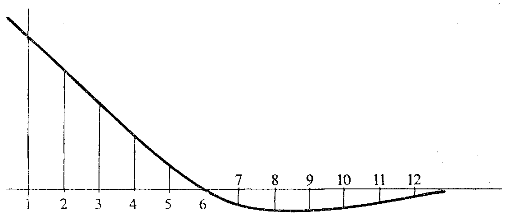
$$P_L = \lim_{q \to 0} \left[E^*(q) - \frac{E(0)}{1 - e^{-q}} \right]. \tag{47}$$

Limita tohoto výrazu se bude skládat ze dvou částí. První část je limita druhého zlomku ve výrazu (45), jehož limita již byla určena (36). Druhá část se skládá z limity prvního zlomku ve výrazu (45) a ze zlomku na pravé straně výrazu (46). Výsledek je neurčitý výraz. Proto nutno použít l'Hospitalova pravidla. Výsledný výraz pro součet diskrétních hodnot regulační odchylky bude mít potom tvar:

$$P_L = B \frac{\sum\limits_{i=1}^{l} i a_i}{\left(\sum\limits_{i=0}^{l} a_i\right)^2} - \frac{\sum\limits_{i=1}^{l} E_{-i} \sum\limits_{j=0}^{l-i} a_{i+j}}{\sum\limits_{i=0}^{l} a_i}. \tag{48}$$

Je-li pravá strana rovnice (8) nenulová a ustálená hodnota regulační odchylky dosahuje nekonečna, nemůže dojít ke změně struktury, jak již bylo dříve uvedeno.

Výraz pro součet diskrétních hodnot můžeme položit roven nule nebo nějaké předem stanovené hodnotě. Uvedu pouze první případ, který má své opodstatnění jak plyne z následující úvahy. Součet diskrétních hodnot provádíme od okamžiku změny struktury. Jestliže je regulační obvod po změně struktury dostatečně tlumen, může nastat jedno překývnutí průběhu regulační odchylky přes nulovou hodnotu a velmi pomalé doznívání. Uvažujeme-li průběh naznačený na obr. 3, bude součet diskrétních hodnot tvořen kladnými a zápornými hodnotami. Kladných hodnot je



Obr. 3.

jen několik kdežto záporných je nekonečně mnoho. Aby byl výsledek roven nule, musí mít průběh v záporné části velmi malé hodnoty. Z toho plyne, že může dojít jen k velmi malému překmitu. Má-li být součet diskrétních hodnot roven nule, musí být roven nule čitatel zlomku (37), tj.

$$\sum_{i=1}^{l} E_{-i} \sum_{j=0}^{l-i} a_{i+j} = 0 \,, \tag{49}$$

v případě, kdy pravá strana rovnice (8) je nulová. Je-li nenulová, potom podle vztahu (48) musí platit

$$B \frac{\sum_{i=1}^{l} i a_i}{\sum_{i=0}^{l} a_i} - \sum_{i=1}^{l} E_{-i} \sum_{j=0}^{l-i} a_{i+j} = 0 \,. \tag{50}$$

Oba výrazy (49) a (50) udávají vztah mezi počátečními podmínkami v okamžiku změny struktury.

Dalším poměrně jednoduchým kritériem je *lineární váhové kritérium.* Spočívá v tom, že diskrétní hodnoty regulační odchylky násobíme váhovou funkcí, která s časem lineárně roste. Výsledné hodnoty sečteme od nuly do nekonečna. Jednotlivé diskrétní hodnoty budou násobeny postupně vyššími hodnotami váhové funkce. Následkem toho se budou postupně stále více diskrétní hodnoty uplatňovat. Jak patrno z obr. 3, budou se více uplatňovat záporné hodnoty než kladné. Aby byl výsledný součet roven nule, musí být záporné hodnoty průběhu menší než v případě kritéria součtu diskrétních hodnot a následkem toho bude i menší překývnutí.

Lineární váhové kritérium definujme vztahem

$$I_1 = \sum_{n=1}^{\infty} n\, e[n] \,. \tag{51}$$

Podle věty o derivaci obrazu platí vztah

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}q} E^*(q) = -\sum_{n=1}^{\infty} \mathrm{e}^{-qn} n\, e[n] \,, \tag{52}$$

který je podle definice DL transformace obrazem funkce $n\,e[n]$. Použitím vztahů (36) a (52) lze základní vztah lineárního váhového kritéria psát ve tvaru

$$I_1 = -\lim_{q \to 0} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}q} E^*(q) \,, \tag{53}$$

který umožní použít pro další výpočty přímo koeficienty přenosu regulačního obvodu.

Je-li pravá strana rovnice (8) nulová, bude obraz regulační odchylky

$$E^*(q) = -\frac{\sum_{i=1}^{l} E_{-i} \sum_{j=0}^{l-i} a_{i+j} \mathrm{e}^{-jq}}{\sum_{i=0}^{l} a_i \mathrm{e}^{-iq}} \,. \tag{54}$$

Jestliže tento výraz derivujeme, dosadíme do vztahu (53) a provedeme limitu dostaneme

$$I_1 = \frac{\sum_{i=1}^{l} E_{-i} \left(\sum_{j=1}^{l-i} j a_{i+j} \,.\, \sum_{\nu=0}^{l} a_\nu - \sum_{j=0}^{l-i} a_{i+j} \,.\, \sum_{\nu=1}^{l} \nu a_\nu \right)}{\left(\sum_{i=0}^{l} a_i \right)^2} \,. \tag{55}$$

Z tohoto výrazu určíme vztah mezi počátečními podmínkami v okamžiku změny struktury, jestliže jej položíme roven nule, čili musí být roven nule čitatel:

$$\sum_{i=1}^{l} E_{-i} \left(\sum_{j=1}^{l-i} j a_{i+j} \,.\, \sum_{\nu=0}^{l} a_\nu - \sum_{j=0}^{l-i} a_{i+j} \,.\, \sum_{\nu=0}^{l} \nu a_\nu \right) = 0 \,. \tag{56}$$

Je-li pravá strana rovnice (8) nenulová, dosadíme do výrazu pro váhové kritérium (53) derivaci obrazu regulační odchylky (45), od něhož odečteme obraz regulační odchylky v ustáleném stavu (46). Po derivaci a po provedení limity bude mít výraz pro lineární váhové kritérium tvar

$$I_1 = B \frac{\sum_{\nu=0}^{l} a_\nu \,.\, \sum_{i=2}^{l} i(1-i)\, a_i + 2\left(\sum_{i=1}^{l} i a_i \right)^2}{2\left(\sum_{i=0}^{l} a_i \right)^3} - \tag{57}$$

$$-\frac{\sum_{i=1}^{l} E_{-i}\left(\sum_{j=1}^{l-i} j a_{i+j} \sum_{v=0}^{l} a_v - \sum_{j=0}^{l-i} a_{i+j} \sum_{v=1}^{l} v a_v\right)}{\left(\sum_{i=0}^{l} a_i\right)^2}.$$

Jestliže tento vztah položíme roven nule, dostaneme vztah mezi počátečními podmínkami v okamžiku změny struktury:

$$\frac{B}{2} \sum_{i=2}^{l} i(1-i)\, a_i + B \frac{\left(\sum_{i=1}^{l} i a_i\right)^2}{\sum_{i=0}^{l} a_i} - \tag{58}$$

$$- \sum_{i=1}^{l} E_{-i}\left(\sum_{j=1}^{l-i} j a_{i+j} \sum_{v=0}^{l} a_v - \sum_{j=0}^{l} a_{i+j} \sum_{v=1}^{l} v a_v\right) = 0\,.$$

Snížení překmitu lze docílit použitím *nelineárních váhových kritérií* pro stanovení podmínek pro změnu struktury. Lineární váhovou funkci ve výrazu (51) můžeme nahradit nelineární váhovou funkcí např. $n^{\varkappa}$, kde $\varkappa$ je celé číslo $\varkappa > 1$. Tím se zdůrazňují diskrétní hodnoty regulační odchylky s rostoucím n větší mírou než u lineární váhové funkce. Jestliže průběh regulační odchylky po změně struktury obsahuje harmonické složky, budou se kmity postupně více zdůrazňovat ve výrazu pro váhové kritérium. Následkem toho nastane změna struktury v okamžiku, který zaručuje nepatrné uplatnění harmonických složek v odezvě. Stejným způsobem je ovlivněno i snížení překmitu přes ustálenou hodnotu.

Jestliže nelineární váhové kritérium obsahuje exponenciální váhovou funkci, je definováno vztahem

$$I_{\varkappa} = \sum_{n=1}^{\infty} n^{\varkappa}\, e[n]\,. \tag{59}$$

Podle věty o derivaci obrazu platí vztah

$$\frac{\mathrm{d}^{\varkappa}}{\mathrm{d}q^{\varkappa}} E^*(q) = (-1)^{\varkappa} \sum_{n=0}^{\infty} \mathrm{e}^{-qn} n^{\varkappa}\, e[n]\,, \tag{60}$$

který je obrazem funkce $n^{\varkappa}\, e[n]$. Použitím tohoto vztahu a věty o součtu vzorků dostaneme pro nelineární váhové kritérium vztah

$$I_{\varkappa} = (-1)^{\varkappa} \lim_{q \to 0} \frac{\mathrm{d}^{\varkappa}}{\mathrm{d}q^{\varkappa}} E^*(q)\,. \tag{61}$$

Je-li pravá strana rovnice (8) nulová, je obraz regulační odchylky určen vztahem (54). Výraz pro vyšší derivace se obecně obtížně určuje a vede na rozsáhlé a nepřehledné vztahy. Vzhledem k tomu, že funkcemi q jsou koeficienty u jednotlivých počátečních podmínek a jmenovatel zlomku, můžeme výraz pro integrální kritérium psát ve tvaru

$$I_\varkappa = (-1)^\varkappa \sum_{i=1}^{l} E_{-i} \lim_{q\to 0} \frac{\mathrm{d}^\varkappa}{\mathrm{d}q^\varkappa} \frac{\sum_{j=1}^{l-i} a_{i+j}\mathrm{e}^{-jq}}{\sum_{j=0}^{l} a_j\mathrm{e}^{-jq}} . \tag{62}$$

Při určování výrazu pro stanovení podmínek pro změnu struktury položíme opět výraz (62) roven nule. Dostaneme tak následující vztah mezi počátečními podmínkami

$$\sum_{i=1}^{l} E_{-i} \lim_{q\to 0} \frac{\mathrm{d}^\varkappa}{\mathrm{d}q^\varkappa} \frac{\sum_{j=1}^{l-i} a_{i+j}\mathrm{e}^{-jq}}{\sum_{j=0}^{l} a_j\mathrm{e}^{-jq}} = 0 . \tag{63}$$

Podobným postupem lze odvodit vztah mezi počátečními podmínkami v okamžiku změny struktury i v případě, kdy pravá strana rovnice (8) je nenulová. V tomto případě za $E^*(q)$ dosadíme výraz (45), od něhož nutno odečíst opět hodnotu regulační odchylky v ustáleném stavu. Podobně jako u lineárního váhového kritéria se bude i zde výraz skládat ze dvou částí, z nichž první lze derivovat přímo a druhou pomocí l'Hospitalova pravidla. Dostaneme tak výraz pro nelineární váhové kritérium:

$$I_\varkappa = (-1)^\varkappa B \lim_{q\to 0} \frac{\mathrm{d}^\varkappa}{\mathrm{d}q^\varkappa} \frac{\sum_{i=0}^{l} a_i - \sum_{i=0}^{l} a_i\mathrm{e}^{-iq}}{(1-\mathrm{e}^{-q})\sum_{i=0}^{l} a_i\mathrm{e}^{-iq} \sum_{\nu=0}^{l} a_\nu} - \tag{64}$$

$$- (-1)^\varkappa \sum_{i=1}^{l} E_{-i} \lim_{q\to 0} \frac{\mathrm{d}^\varkappa}{\mathrm{d}q^\varkappa} \frac{\sum_{j=0}^{l-i} a_{i+j}\mathrm{e}^{-jq}}{\sum_{\nu=0}^{l} a_\nu\mathrm{e}^{-\nu q}} .$$

Vztah mezi počátečními podmínkami v okamžiku změny struktury získáme z výrazu (64), jestliže ho položíme roven nule.

Další nelineární váhové kritérium dostaneme ze základního vztahu DL – transformace, jestliže jej derivujeme $\varkappa$-krát podle e^{-q}:

$$\frac{\mathrm{d}^\varkappa}{\mathrm{d}\mathrm{e}^{-q\varkappa}} E^*(q) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{(\varkappa)}\mathrm{e}^{-q(n-\varkappa)} e[n] , \tag{65}$$

kde

$$n^{(\varkappa)} = n(n-1)(n-2)\dots(n-\varkappa+1) .$$

Jestliže výraz (65) upravíme na tvar

$$\mathrm{e}^{-q\varkappa} \frac{\mathrm{d}^\varkappa}{\mathrm{d}\mathrm{e}^{-q\varkappa}} E^*(q) = \sum_{n=1}^{\infty} \mathrm{e}^{-qn} n^{(\varkappa)} e[n] , \tag{66}$$

dostáváme vztah, na jehož pravé je obraz funkce $n^{(\varkappa)}e[n]$. Na základě toho lze uvedené nelineární váhové kritérium definovat vztahem

$$I_\varkappa = \sum_{n=1}^{\infty} n^{(\varkappa)} e[n] . \tag{67}$$

Na základě vztahů (66), (67) a věty o součtu vzorků lze psát výraz pro nelineární váhové kritérium ve tvaru

$$I_\varkappa = \lim_{q \to 0} \frac{\mathrm{d}^\varkappa}{\mathrm{d}\mathrm{e}^{-q\varkappa}} E^*(q) . \tag{68}$$

Jestliže výraz pro regulační odchylku (54) derivujeme podle e^{-q} a dosadíme do (68), dostaneme výsledný vztah pro nelineární váhové kritérium

$$I_\varkappa = - \sum_{i=1}^{l} E_{-i} \lim_{q \to 0} \frac{\mathrm{d}^\varkappa}{\mathrm{d}\mathrm{e}^{-q\varkappa}} \frac{\sum_{j=0}^{l-i} a_{i+j} \mathrm{e}^{-jq}}{\sum_{j=0}^{l} a_j \mathrm{e}^{-jq}} . \tag{69}$$

Vztah mezi počátečními podmínkami v okamžiku změny struktury dostaneme opět z výrazu (69), který položíme roven nule.

Pokud není pravá strana rovnice (8) rovna nule, bude mít vztah pro nelineární váhové kritérium podobný tvar jako (64). Z toho potom vztah mezi počátečními podmínkami v okamžiku změny struktury má tvar:

$$\begin{aligned} & B \lim_{q \to 0} \frac{\mathrm{d}^\varkappa}{\mathrm{d}\mathrm{e}^{-q\varkappa}} \frac{\sum_{i=0}^{l} a_i - \sum_{i=0}^{l} a_i \mathrm{e}^{-iq}}{(1 - \mathrm{e}^{-q}) \sum_{i=0}^{l} a_i \mathrm{e}^{-iq} \sum_{i=0}^{l} a_i} - \\ & - \sum_{i=1}^{l} E_{-i} \lim_{q \to 0} \frac{\mathrm{d}^\varkappa}{\mathrm{d}\mathrm{e}^{-q\varkappa}} \frac{\sum_{j=0}^{l-i} a_{i+j} \mathrm{e}^{-jq}}{\sum_{j=0}^{l} a_j \mathrm{e}^{-jq}} = 0 . \end{aligned} \tag{70}$$

Jako váhová funkce může být použita jakákoliv nelineární funkce. Výsledky, kterých lze docílit se příliš neliší od výsledků, uvedených v této kapitole.

Dalším kritériem je *minimální hodnota souctu kvadrátů diskrétních hodnot.* Význam tohoto kritéria spočívá v tom, že kvadratické funkce mění znaménko záporných hodnot. To má velkou výhodu zejména v případě, kdy regulační pochod po změně struktury obsahuje harmonické složky. Potom se záporné překmity uplatňují stejně jako kladné. Následkem toho nemůže být výsledný součet roven nule, ale je nutno hledat jeho minimální hodnotu. Nevýhodou tohoto kritéria jsou složitější vztahy. Další nevýhodou je, že klesající diskrétní hodnoty se stále méně uplatňují. Tuto nevýhodu lze odstranit zavedením váhové funkce.

Při odvozování podmínek pro změnu struktury z minimální hodnoty součtu kvadrátů diskrétních hodnot vycházíme ze vztahů uváděných v literatuře [1, 8]. Vzhledem k tomu, že odvození podmínek pro změnu struktury má poněkud jiný charakter než výpočet uváděný v literatuře, bude nutno provést některé další úpravy a zavést nová označení.

Podobně jako kvadratická regulační plocha (použijeme stejné označení P_K) je součet kvadrátů diskrétních hodnot určen podílem dvou determinantů:

$$P_K = \frac{\Delta}{\Delta_a}. \tag{71}$$

Prvky determinantů pozůstávají z konstant jmenovatele obrazu regulační odchylky (54). Determinant ve jmenovateli je určen vztahem:

$$\Delta_a = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_{l-2} & a_{l-1} & a_l \\ a_1 & a_0 + a_2 & a_3 & \dots & a_{l-1} & a_l & 0 \\ a_2 & a_1 + a_3 & a_0 + a_4 & \dots & a_l & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_l & a_{l-1} & a_{l-2} & \dots & a_2 & a_1 & a_0 \end{vmatrix}. \tag{72}$$

Determinant v čitateli je podobný, pouze prvky prvního sloupce nahradíme hodnotami δ_i,

$$a_i \to \delta_i ,$$

které jsou opět závislé na konstantách přenosu regulačního obvodu podle následujících vztahů:

$$\delta_k = -\frac{1}{a_l^{k+1}} \begin{vmatrix} g_0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a_l \\ g_1 & a_l & 0 & \dots & 0 & a_{l-1} \\ g_2 & a_{l-1} & a_l & \dots & 0 & a_{l-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ g_l & a_{l-k+1} & a_{l-k+2} & \dots & a_{l-1} & a_{l-k} \end{vmatrix}. \tag{73}$$

První sloupec obsahuje nové konstanty, které závisí na čitateli obrazu **regulační** odchylky (54).

Jednotlivé členy čitatele výrazu (54) seřadíme podle mocnin e^{-q}:

$$\sum_{i=1}^{l} E_{-i} \sum_{j=0}^{l-i} a_{i+j}\, e^{-jq} = \sum_{\nu=0}^{l-1} e^{-\nu q} \sum_{j=1}^{l-\nu} a_{j+\nu} E_{-j} . \tag{74}$$

Koeficienty na pravé straně pro jednotlivé hodnoty v označíme c_v

$$c_v = \sum_{j=1}^{l-v} a_{j+v} E_{-j}. \tag{75}$$

Na těchto koeficientech závisí konstanty g_μ podle vztahu

$$g_\mu = \sum_{r=0}^{\mu} c_r c_{l-\mu-r}. \tag{76}$$

Determinant Δ rozložíme na součet subdeterminantů Δ_k násobených prvky prvního sloupce δ_k

$$\Delta = \sum_{k=0}^{l} \delta_k \Delta_k. \tag{77}$$

Determinant ze vztahu (73) pro δ_k rovněž rozložíme na subdeterminanty δ_{ki} násobené příslušnými hodnotami g_i

$$\delta_k = -\frac{1}{a_l^{k+1}} \sum_{i=0}^{l} g_i \delta_{ki}. \tag{78}$$

S použitím vztahu (78) lze upravit vztah (77) na tvar

$$\Delta = -\sum_{k=0}^{l} \frac{\Delta_k}{a_l^{k+1}} \sum_{i=0}^{l} \delta_{ki} g_i. \tag{79}$$

Minimální hodnotu součtu kvadrátů diskrétních hodnot určíme pomocí první derivace, kterou položíme rovnu nule. Přitom je třeba určit buď diskrétní okamžik, ve kterém má změna struktury nastat, nebo hodnotu regulační odchylky, při níž má dojít ke změně struktury. Určení diskrétního okamžiku by mělo význam při vstupním signálu tvaru jednotkového skoku polohy. U regulačního obvodu však musíme počítat s různými tvary vstupního signálu. Proto bude výhodnější určit vztah mezi diskrétními hodnotami regulační odchylky. Další důvod je, že odvozované vztahy nezávisle proměnnou n neobsahují. Matematicky přesnou minimální hodnotu součtu kvadrátů diskrétních hodnot regulační odchylky bychom dostali při derivování podle všech hodnot počátečních podmínek regulační odchylky. Tím bychom dostali soustavu rovnic, jejichž řešením lze získat vztahy mezi počátečními podmínkami nutné pro přepnutí. Tyto vztahy předpokládají možnost měnit všechny koeficienty přenosu což ve většině případů je buď velmi obtížné nebo vyloučené. Nebudu se tedy tímto případem zabývat. Vzhledem k tomu, že chceme stanovit hodnotu regulační odchylky, při níž má nastat změna struktury, budeme výraz pro součet kvadrátů diskrétních hodnot derivovat podle první počáteční podmínky E_{-1}. Potom musí platit

$$\frac{d}{dE_{-1}} P_k = 0. \tag{80}$$

Vzhledem k tomu, že na počátečních podmínkách závisí pouze g_i, bude pro první derivaci platit

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}E_{-1}} P_k = -\frac{1}{\Delta_a} \sum_{k=0}^{l} \frac{\Delta_k}{a_l^{k+1}} \sum_{i=0}^{l} \delta_{ki} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}E_{-1}} g_i . \tag{81}$$

Jestliže dosadíme do výrazu (76) za c_r z výrazu (75), dostaneme

$$g_i = \sum_{r=0}^{i} \left(\sum_{j=1}^{l-r} a_{j+r} E_{-j} \right) \left(\sum_{j=1}^{i-r} a_{j+l-i+r} E_{-j} \right) . \tag{82}$$

Pro první derivaci bude potom platit

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}E_{-1}} g_i = \sum_{r=0}^{i} \left(a_{r+1} \sum_{j=1}^{i-r} a_{l+j+r-i} E_{-j} + a_{l+1+r-i} \sum_{j=1}^{l-r} a_{j+r} E_{-j} \right) . \tag{83}$$

Dosadíme-li (83) do (81), dostaneme výraz pro první derivaci součtu kvadrátů diskrétních hodnot, který položíme roven nule. Z něho potom vztah mezi počátečními podmínkami v okamžiku změny struktury bude mít tvar:

$$\sum_{j=1}^{l} E_{-j} \sum_{k=0}^{l} \frac{\Delta_k}{a_l^{k+1}} \left(\sum_{i=j}^{l} \delta_{ki} \sum_{r=0}^{i-j} a_{r+1} a_{l+j+r-i} + \sum_{i=1}^{l} \delta_{ki} \sum_{r=0}^{i-1} a_{j+r} a_{l+1+r-i} \right) = 0 . \tag{84}$$

Součet kvadrátů diskrétních hodnot lze kombinovat s váhovou funkcí podle vztahu:

$$I = \sum_{n-1}^{\infty} (n\, e[n])^2 . \tag{85}$$

Toto kritérium odstraňuje nevýhodu předešlého tím, že s rostoucím n stále více zdůrazňuje hodnoty regulační odchylky. Tím se docílí zmenšení překmitu.

Postup při odvozování vztahu mezi počátečními podmínkami v okamžiku změny struktury je kombinací postupu u lineárního váhového kritéria — vytvoření obrazu funkce $n\, e[n]$ a součtu kvadrátů diskrétních hodnot této funkce je zdlouhavé a vede na rozsáhlé výrazy. V rámci tohoto článku jej není možno uvádět.

3. ROZHODOVACÍ ČLEN

Úkolem rozhodovacího členu je rozhodovat o tom, jakou má mít regulační obvod strukturu. Vzhledem k tomu, že strukturu měníme zapojováním pomocných obvodů, je také úkolem rozhodovacího členu zařadit do regulačního obvodu příslušný pomocný obvod.

Při určování přenosu rozhodovacího členu vycházíme z podmínek pro změnu struktury, čili ze vztahu pro počáteční podmínky v okamžiku změny struktury. Všechny vztahy, které jsme si odvodili lze převést na jednotný tvar:

$$\sum_{i=1}^{l} \lambda_i E_{-i} + W \lambda_0 = 0 . \tag{86}$$

Hodnoty koeficientů λ_i jsou závislé na koeficientech přenosu regulačního obvodu a na kritériu, které bylo pro stanovení podmínek pro změnu struktury použito.

Z výrazu (86) je patrno, že podmínka pro změnu struktury závisí na hodnotách regulační odchylky v okamžicích vzorkování násobených koeficienty λ_i. Tyto hodnoty v okamžicích vzorkování jsou znázorněny na obr. 2, ze kterého je patrno, že se jedná o posunutí jednotlivých diskrétních hodnot, což lze podle věty o posunutí psát

$$E^*(q) \sum_{i=1}^{l} \lambda_i e^{-iq} + W^*(q) \lambda_0 = 0 . \tag{87}$$

Tento výraz vlastně udává průchod nulou funkce

$$R^*(q) = E^*(q) \sum_{i=1}^{l} \lambda_i e^{-iq} + W^*(q) \lambda_0 . \tag{88}$$

Tuto funkci budeme nazývat *rozhodovací funkcí*. Z výrazu (88) je patrno, že v okamžiku, kdy rozhodovací funkce prochází nulou, bude mít její první derivace podle q stejné znaménko jako první derivace průběhu regulační odchylky podle q. Znamená to tedy, že např. podle obr. 2. bude mít rozhodovací funkce před průchodem nulou kladné znaménko a po průchodu nulou záporné znaménko. Z obrázku také vyplývá, že před okamžikem označeným 0 musí mít regulační obvod takovou strukturu, která zaručuje co největší rychlost regulačního pochodu. Naopak po tomto okamžiku musí být regulační pochod co nejvíce tlumen. Jestliže měníme strukturu přepínáním dvou pomocných obvodů P_1 a P_2, bude první pomocný obvod P_1 regulační pochod urychlovat a druhý pomocný obvod P_2 bude regulační pochod tlumit. Tyto pomocné obvody budou zapojovány podle znaménka rozhodovací funkce. Je-li znaménko kladné

$$R^*(q) > 0 , \tag{89a}$$

musí být v regulačním obvodu zapojen první pomocný obvod P_1. Je-li znaménko rozhodovací funkce záporné

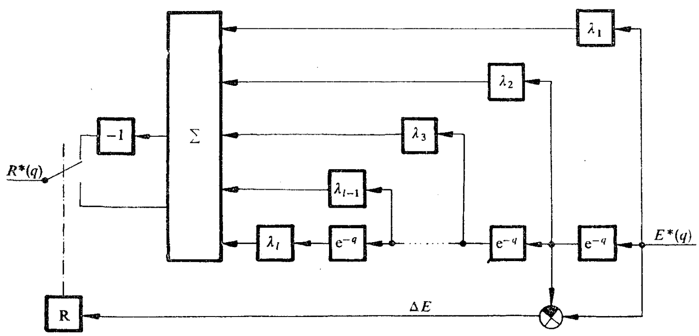
$$R^*(q) < 0 , \tag{89b}$$

musí být v regulačním obvodu zapojen druhý pomocný obvod P_2. Tyto zásady jsou velmi důležité pro činnost rozhodovacího členu a pro návrh pomocných obvodů.

Popsaný rozhodovací člen by správně pracoval pouze v případě, kdy se regulační odchylka blíží k nule od kladných hodnot. Jestliže se blíží k nule od záporných hodnot, choval by se celý obvod právě opačně než je požadováno. Oba případy lze rozlišit pomocí první diference. Blíží-li se regulační odchylka k nule od záporných hodnot, je první diference průběhu regulační odchylky kladná, v opačném případě záporná. První diference je určena rozdílem dvou hodnot regulační odchylky v diskrétních okamžicích po sobě následujících. Jestliže označíme první diferenci regulační odchylky ΔE, bude výsledná rozhodovací funkce určena vztahem:

$$R^*(q) = \operatorname{sign}(\Delta E)\left[E^*(q)\sum_{i=1}^{l}\lambda_i e^{-iq} + W^*(q)\,\lambda_0\right]. \tag{90}$$

Blokové schéma rozhodovacího členu sestavené podle uvedených zásad je na obr. 4. Rozhodovací člen má l zpožďovacích prvků, ve kterých se postupně zpožďují (v každém o jeden krok) hodnoty regulační odchylky v okamžicích vzorkování. Hodnoty



Obr. 4.

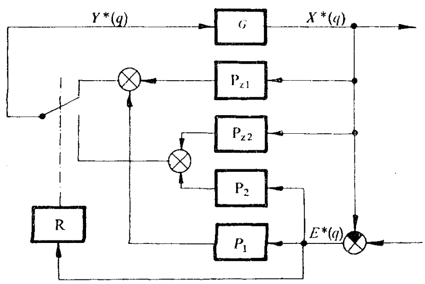
na výstupech těchto členů jsou násobeny koeficienty λ_i a jejich součet tvoří rozhodovací funkci. Ta je vedena jednak přímo, jednak se změnou znaménka na přepínací kontakt, jehož poloha závisí na znaménku první diference. Ta je tvořena rozdílem hodnot na vstupu a výstupu prvního zpožďovacího členu.

Popsané zapojení rozhodovacího členu je důležité zejména při obecném tvaru řídicí veličiny. Při stoupání regulační odchylky, kdy má kladnou první diferenci, bude vždy zapojen pomocný obvod P_2, který regulační pochod tlumí. Při klesajícím průběhu regulační odchylky je první diference záporná a zapojení pomocných obvodů odpovídá podmínkám (89a) a (89b). Při kladném i záporném znaménku regulační odchylky se bude regulační pochod chovat stejně.

4. POMOCNÉ OBVODY

Strukturu regulačního obvodu lze měnit zapojováním pomocných obvodů. Budeme se zabývat pouze přepínáním dvou pomocných obvodů P_1 a P_2. Diskrétní regulační obvody jsou obvykle řízeny číslicovým počítačem. Proto musí mít pomocné obvody takové přenosy, které by byly snadno realizovatelné na počítači. Nejvhodnější přenos je racionální lomená funkce. Pomocné obvody mohou být zapojeny buď v sérii s regulovanou soustavou podobně jako regulátory nebo ve zpětné vazbě přes celou soustavu nebo přes její část.

Zapojení pomocných obvodů v sérii a ve zpětné vazbě můžeme kombinovat. Je to nejobecnější případ vhodný pro odvození, neboť z odvozených výsledků lze snadno odvodit jednodušší případy. Blokové schéma zapojení celého regulačního obvodu s pomocnými obvody v sérii a ve zpětné vazbě je na obr. 5. P_1 a P_2 jsou pomocné obvody zapojené v sérii s regulovanou soustavou. P_{z1} a P_{z2} jsou pomocné obvody



Obr. 5.

ve zpětné vazbě. Na vstupu regulované soustavy působí dvě veličiny: jedna přímé větve a jedna větve zpětnovazební. Jsou-li zapojeny první pomocné obvody P_1 a P_{z1}, bude akční veličina určena vztahem

$$Y^*(q) = P^*_{z1}(q)\, X^*(q) + P^*_1(q)\, E^*(q)\,. \tag{91}$$

$Y^*(q)$ je obraz akční veličiny, $X^*(q)$ je obraz regulované veličiny $P^*_{z1}(q)$ a $P^*_1(q)$ jsou přenosy pomocných obvodů P_{z1} a P_1. Dále platí známé vztahy:

$$X^*(q) = G^*(q)\, Y^*(q)\,, \tag{92}$$

$$E^*(q) = W^*(q) - X^*(q)\,. \tag{93}$$

Po sloučení těchto vztahů dostaneme přenos celého regulačního obvodu s pomocnými obvody v přímé větvi a ve zpětné vazbě

$$\frac{E^*(q)}{W^*(q)} = \frac{1 - G^*(q)\, P^*_{z1}(q)}{1 + G^*(q)\,[P^*_1(q) - P^*_{z1}(q)]}\,. \tag{94}$$

Pro dílčí přenosy tvaru racionálních lomených funkcí

$$G^*(q) = \frac{N^*_s(q)}{M^*_s(q)}\,,$$

$$P_1^*(q) = \frac{N_1^*(q)}{M_1^*(q)},$$

$$P_{z1}^*(q) = \frac{N_{z1}^*(q)}{M_{z1}^*(q)}$$

lze psát přenos regulačního obvodu ve tvaru

$$(95)\qquad \frac{E^*(q)}{W^*(q)} = \frac{M_s^*(q)\, M_1^*(q)\, M_{z1}^*(q) - M_1^*(q)\, N_s^*(q)\, N_{z1}^*(q)}{M_s^*(q)\, M_1^*(q)\, M_{z1}^*(q) + N_s^*(q)\left[N_1^*(q)\, M_{z1}^*(q) - M_1^*(q)\, N_{z1}^*(q)\right]},$$

který je opět racionální lomenou funkcí.

Při zapojení druhých pomocných obvodů P_2 a P_{z2} platí pro akční veličinu vztah

$$(96)\qquad Y^*(q) = P_{z2}^*(q)\, X^*(q) + P_2^*(q)\, E^*(q)\,.$$

Sloučením tohoto vztahu se vztahy (92) a (93) dostaneme přenos regulačního obvodu

$$(97)\qquad \frac{E^*(q)}{W^*(q)} = \frac{1 - G^*(q)\, P_{z2}^*(q)}{1 + G^*(q)\left[P_2^*(q) - P_{z2}^*(q)\right]}\,.$$

Jsou-li dílčí přenosy racionální lomené funkce, bude mít přenos regulačního obvodu tvar

$$(98)\qquad \frac{E^*(q)}{W^*(q)} = \frac{M_s^*(q)\, M_2^*(q)\, M_{z2}^*(q) - M_2^*(q)\, N_s^*(q)\, N_{z2}^*(q)}{M_s^*(q)\, M_2^*(q)\, M_{z2}^*(q) + N_s^*(q)\left[N_2^*(q)\, M_{z2}^*(q) - M_2^*(q)\, N_{z2}^*(q)\right]}\,.$$

Určovat obecně přenosy pomocných obvodů je předmětem jiných prací. Uvedu pouze zásady, podle nichž se pomocné obvody navrhují. Před změnou struktury má být regulační pochod co nejrychlejší, po změně struktury má být co nejvíce tlumen. Jestliže zvyšujeme rychlost regulačního pochodu, zvyšujeme vliv harmonických složek, následkem čehož doznívá regulační pochod s tlumeným případně i netlumeným kmitáním. Jestliže obvod tlumíme, snižuje se vliv harmonických složek, případně se i odstraní, ale současně se snižuje i rychlost regulačního pochodu. Hranice mezi těmito případy je mez aperiodicity, čili mez aperiodické stability. Mez aperiodické stability je současně mezním případem, kdy nemůže nastat změna struktury regulačního obvodu, neboť nemohou být splněny podmínky pro přepnutí. Ty mohou vzniknout teprve tehdy, když má dojít k překmitu. Z těchto důvodů lze s výhodou použít podmínky aperiodické stability. Nebudu se jimi podrobněji zabývat, neboť jsou uvedeny v literatuře, zejména v [2, 5, 7].

Před změnou struktury při kladné hodnotě rozhodovací funkce mají být zapojeny první pomocné obvody P_1 a P_{z1}. Regulační obvod má být přitom schopen sledovat co nejrychleji jakékoliv změny. To znamená, že charakteristická rovnice, tj. jmenovatel přenosu (95), bude obsahovat komplexní kořeny a odezva bude obsahovat harmonické složky.

Po změně struktury při záporné hodnotě rozhodovací funkce mají být zapojeny druhé pomocné obvody P_2 a P_{z2}. Regulační pochod má být v tomto případě co nejvíce tlumen, což znamená, že charakteristická rovnice (98) nemá obsahovat pokud možno žádné komplexní kořeny, ale vesměs reálné různé. Odezva bude doznívat tlumeně, neboť nebude obsahovat žádné harmonické složky.

Vzhledem k tomu, že nelze obecně určit přenosy pomocných obvodů, je nutné tyto volit a kontrolovat charakteristickou rovnici pomocí kritérií aperiodické stability.

Popsané zapojení regulačního obvodu s pomocnými obvody lze v mnoha případech zjednodušit. Např. je možné přepínat regulační obvody pouze ve zpětné vazbě, potom oba pomocné obvody v přímé větvi nahradíme jedním. Jeho přenos může být libovolný, např. rovný konstantě případně i jedné. Je výhodné v tomto případě navrhnout přenos pomocného obvodu tak, aby přenos regulačního obvodu bez zpětnovazebních členů byl právě na mezi aperiodicity. Potom lze měnit strukturu podle požadavků poměrně jednoduchými přenosy pomocných obvodů ve zpětné vazbě. Podobně je možné přepínat pouze pomocné obvody v přímé větvi. Pomocné obvody ve zpětné vazbě lze potom nahradit buď jedním pomocným obvodem nebo je prostě vynechat. Pokud je ve zpětné vazbě jeden pomocný obvod, je opět výhodné jej navrhnout tak, aby regulační pochod byl na mezi aperiodicity. Pomocné obvody v přímé větvi mohou být potom velmi jednoduché, popřípadě i konstanty. Tím se dostáváme k proměnnému zesílení. Jednotlivé zjednodušující případy nebudu zde dále rozvádět.

Nejvýznamnější případ přepínání pomocných obvodů v sérii s regulovanou soustavou je přepínání regulátorů. Jak je uvedeno na konci první kapitoly, je regulační obvod schopen sledovat signály, jejichž obraz má stejný počet pólů jako obraz přenosu otevřené smyčky regulačního obvodu. Aby byla tato podmínka splněna, je možno použít pomocné obvody, které mají příslušný počet pólů v přenosu. Tyto pomocné obvody potom lze přepínat podle tvaru vstupního signálu. Tak je možno použít analogii regulátorů P, PI, PID apod. Proměnné zesílení je totožné s přepínáním P regulátorů.

ZÁVĚR

Článek obsahuje podstatnou část doktorské disertační práce. Pojednává poměrně zhuštěnou formou o problematice změny struktury diskrétních regulačních obvodů, která je podrobněji zpracována v uvedené disertační práci. Tam jsou také uvedeny některé příklady, porovnání výsledků při použití jednotlivých kritérií a porovnání průběhu regulační odchylky při změně struktury a při konečném počtu kroků regulace. Z uvedených příkladů také vyplývá, že změnou struktury regulačního obvodu lze docílit podstatného zlepšení dynamických vlastností při poměrně jednoduché realizaci.

(Došlo dne 4. září 1967.)

[1] Цыпкин Я. З.: Теория линейных импульсных систем. ФИЗМАТГИЗ, Москва 1963.
[2] Halousková A.: Aperiodická stabilita lineárních regulačních obvodů. Zpráva č. 100, ÚTIA — ČSAV 1962.
[3] Jury E. I.: Sampled — Data Control Systems. John Wiley & sons, Inc., New York 1958.
[4] Kotek Z.: Nelineární optimalizace. Sborník z 6. vědecké konference elektrotechnické fakulty ČVUT, Praha 1962.
[5] Marden M.: The geometry of the zeros of a polynomial in a complex variable. American Mathematican Society, New York 1949.
[6] Prouza L.: Úvod do teorie a aplikací lineárních impulsních soustav. Academia, Praha 1967.
[7] Rychlík K.: Úvod do analytické teorie mnohočlenů s reálnými koeficienty. NČSAV, Praha 1957.
[8] Strejc V. a kol.: Syntéza regulačních obvodů s číslicovým počítačem. NČSAV, Praha 1965.
[9] Шинделарж Я.: Дискретные системы управления с скачкообразным изменением демпфирования и усиления. Труды международной конференции по многомерным и дискретным системам автоматического управления. Секция Б, Прага 9—12 июня 1956 г.
[10] Šindelář J.: Regulační obvody s nespojitě proměnnou strukturou (v tisku).
[11] Šindelář J.: Sampled Data Control Systems With Changes in the Pulse Width. III kongres IFAC, Londýn 1966.
[12] Šindelář J., Kučera V.: Determination of Transfer Function of the Decision Link for Changing the Pulse Width. Sborník „Stroje na zpracování informací" č. 14, 1968.

SUMMARY

Synthesis of Sampled-Data Control Systems with Variable Structure

JAROSLAV ŠINDELÁŘ

The paper deals with sampled-data control systems the structure of which is changed to improve the dynamic charakteristics. The basic relations are introduced, from which the discrete transfer function with consideration of all initial conditions are derived. Further the influence of plant type on the dynamic properties with various forms of imput signal is investigated. From this expressions in the further chapter the relations among initial conditions in the time instant of structure change are derived. This chapter is the substance of the presented paper. This chapter deals with criterions, which enable to determine the conditions for structure change. The paper deals with four criterions: sum of linear discrete values, linear weight criterion, nonlinear weight criterion and sum of square discrete values. The discrete transfer function of the decision link is derived from obtained relations. The decision link has to decide which auxiliary circuit should be switched in the control system. Structure change through switching — over of two auxiliary circuits is performed. In the last

chapter the requirements to the auxiliary circuit are described and the transfer functions of control systems with auxiliary circuits are derived. Solution for the auxiliary circuit in series with plant and in feet back is performed generally. From these general cases can be derived special cases.

Ing. Jaroslav Šindelář, CSc., Ústav teorie informace a automatizace ČSAV, Vyšehradská 49, Praha 2.