je-li v E, 4 uncie; je-li v F, tři uncie (to jest čtvrtou část assu, protože oblouk AB jest čtvrtá část oblouku ACDEF). Vidíte-li? Však dosti dnes.

Tryt. Děkujeme.

Poznámka redakce. Na spis Komenského „Schola ludus, Škola hrou čili Encyklopaedie živá, t. j. Brány jazyků výkon divadelní“, byli jsme upozorněni p. redaktorem „Paedagogických Rozhledů“ J. Klikou. Spis ten jest cenný netoliko jako příspěvek k poznání školské praxe Komenského, ale i po stránce kulturně historické a osvědčuje svou životní sílu tím, že v tomto roce byly jednotlivé části jeho předvedeny na třech gymnasiích v Německu a na Národním divadle v Praze. Překlad jeho dílu IV. přinesly „Paedagogické Rozhledy“ 1889. a 1890.; úplný počal vycházeti v Bibliotéce paedagogických klassiků 1892. Druhý úplný převod německý vyšel od W. Boettichera 1888.

Úlohy.

Řešení úlohy 25.

(Zaslal p. *Vladimír L. Janků*, stud. VIII. tř. akad. gymn. v Praze.)

Položíme-li

$$z = \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{x + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{x + \ldots \text{ in inf}}}}},$$

bude

$$z = \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{x + z}},$$

tedy

$$3z^2 + 3xz - x = 0.$$

Kladný kořen této rovnice, totiž

$$z = \frac{1}{6}\left(-3x + \sqrt{9x^2 + 12x}\right)$$

vyjadřuje tvarem zakončeným hodnotu periodického řetězce hořejšího. Jest tedy řešiti rovnici

$$\frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{x\sqrt{3}}=\frac{-3x+\sqrt{9x^2+12x}}{6},$$

kteráž, násobíme-li obě strany $6x$, nabude podoby

$$2\sqrt{3}(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})+3x^2=\sqrt{9x^4+12x^3}.$$

Upravíme-li rovnici tuto, bude

$$x^3-x^2\sqrt{3}(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})-2(3+\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{6})=0$$

čili

$$x^3-2\sqrt{2}+(x^2-2)(3-\sqrt{3}-\sqrt{6})=0.$$

Jeden kořen této rovnice jest patrně

$$x=\sqrt{2}$$

a to jest právě ten, jenž úloze realně vyhovuje; druhé dva kořeny jsou imaginárné.

Správné řešení úlohy této zaslali pp.: *Karel Rosa* z VIII. tř. g. Městské stř. šk. v Praze, *Jan Matoušek*, ze VII. tř. g. v Kroměříži, *J. B. Kavan*, ze VII. tř. české real. v Praze.

Řešení úlohy 26.

(Zaslal p. *Josef Partaj*, stud. VI. tř. r. v Písku.)

Je-li úhel proti straně c ležící γ, jest

$$\cos\gamma=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}.$$

Ježto čítatel i jmenovatel tohoto zlomku jsou dle veličin a, b, c téhož stupně můžeme tyto veličiny nahraditi jim úměrnými, kteréž jsou v úloze dány. Bude potom

$$\cos\gamma=\frac{2(x^2-y^2)^2+(x^2+2xy-y^2)^2-(x^2+y^2)^2}{2(x^2-y^2)(x^2+2xy-y^2)\sqrt{2}}.$$

Jest však čítatel tohoto zlomku

$$Č = 2(x^2 - y^2)(x^2 + 2xy - y^2),$$

o čemž snadnou úpravou jeho se přesvědčíme. Proto jest

$$\cos\gamma = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

tudíž

$$\gamma = 45^{\circ}.$$

C. b. d.

Správné řešení úlohy této zaslali pp.: *Jaroslav Jindra* a *J. B. Kavan* ze VII. tř. české r. v Praze, *Frant. Mosler* z VIII. tř. gymn. v Opavě, *Vladimír L. Janků* z VIII. tř. akad. gymn. v Praze, *Jan Matoušek* ze VII. třídy gymn. v Kroměříži, *Karel Rosa* z VIII. tř. g. Městské střední šk. na Malé Straně v Praze.

Řešení úlohy 27.

(Zaslal p. *Jaroslav Jindra,* stud. VII. tř. české r. v Praze.)

Z věty sinusové

$$a : b : c = \sin\alpha : \sin\beta : \sin\gamma$$

plyne vztah

$$\frac{a + b - c}{c} = \frac{\sin\alpha + \sin\beta - \sin\gamma}{\sin\gamma},$$

kterému lze též dáti podobu

$$\frac{a + b - c}{c} = \frac{\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\alpha\sin\beta}{\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\sin\gamma}.$$

Jelikož jest

$$a\sin\beta = b\sin\alpha = v,$$

$$ab\sin\gamma = cv,$$

bude

$$a+b-c=\frac{v\sin\frac{\alpha+\beta}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}}=v\left(\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}+\operatorname{tg}\frac{\beta}{2}\right).$$

Pročež jest

$$a+b \gtreqless c+v$$

dle toho, jest-li

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}+\operatorname{tg}\frac{\beta}{2}\gtreqless 1.$$

Správné řešení úlohy této zaslali pp.: *Vladimír L. Janků* z VIII. tř. akad. gymn. v Praze, *Josef Partaj* ze VI. tř. r. v Písku, *J. B. Kavan* ze VII. tř. české r. v Praze, *Jan Matoušek* ze VII. tř. g. v Kroměříži a *Karel Rosa* z VIII. tř. g. Městské střední šk. na Malé Straně v Praze.

Řešení úlohy 28.

(Zaslal p. *Vítězslav M. Pavlousek*, stud. VII. tř. g. v Mladé Boleslavi.)

Jmenujme rovnoběžník hledaný $abcd$ a předpokládejme, že vrcholy jeho a, b, c. leží na parabole dané P a vrchol d na ose její O. Sluší pak v úloze rozeznávati dva případy.

a) Dány-li dva *sousední vrcholy* rovnoběžníka, ku př. a, d, prodlužme stranu ad, až protne parabolu v bodě f. Bodem g půlícím df veďme k O rovnoběžku, která stanoví v parabole bod c. Tímto sestrojíme tětivu $bc \parallel ad$, i jest $abcd$ rovnoběžník žádaný. K důkazu toho jest jen stvrditi, že $ab \parallel cd$. Rozpůlíme-li bc bodem h, af bodem k, jest $hk \parallel$ O; veďme ještě v čtyrúhelníku $abcd$ příčku $bl \parallel hk$. Jelikož jest

$$ak=fk,\quad bh=ch,$$

jest též

$$ak-bh=fk-ch$$

čili

$$al=fg=dg.$$

Z blízkých důvodů poznáváme nyní, že jest

$$\triangle\, bal \cong \triangle\, cdg,$$

tudíž

$$\sphericalangle\, bal = \sphericalangle\, cdg$$

a proto

$$ab \parallel cd.$$

Čtyrúhelník $abcd$ jest tedy rovnoběžníkem hovícím podmínkám úlohy.

b) Dány-li dva *protější vrcholy* rovnoběžníka, ku př. b, d, rozpůlme bd bodem m a veďme jím ku O rovnoběžku protínající P v bodě n. Sestrojíme-li v bodě tomto ku parabole tečnu T a vedeme-li bodem m tětivu $ac \parallel$ T, jest $abcd$ rovnoběžník žádaný.

Správné řešení úlohy této zaslali pp.: *Vladimír L. Janků* z VIII. tř. akad. gym. v Praze, *Jan Matoušek* ze VII. tř. gymn. v Kroměříži, *J. B. Kavan* a *Jaroslav Jindra* ze VII. tř. české r. v Praze, *Frant. Mosler* z VIII. tř. g. v Opavě, *Karel Rosa* z VIII. tř. g. Městské střední školy na Malé Straně v Praze a *Frant. Hoffman* ze VII. tř. g. v Hradci Králové.

Řešení úlohy 29.

(Zaslal p. *Karel Mosler*, stud. VIII. tř. g. v Opavě.)

Rozeznávejme tytéž dva případy jako v úloze předešlé.

a) Dány-li vrcholy sousední

$$a\ (m,\ n),\ d\ (q,\ o)$$

a jsou-li hledané vrcholy

$$b\ (x_1, y_1),\ c\ (x_2, y_2),$$

jest podmínkou rovnoběžnosti stran $ad \parallel bc$

$$\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{n}{m - q}$$

čili, hledě k rovnici paraboly,

$$(1) \qquad \frac{2p}{y_1 + y_2} = \frac{n}{m - q}$$

Rovnoběžnost stran $ab \parallel cd$ vyžaduje pak

$$\frac{n - y_2}{m - x_1} = \frac{y_1}{x_1 - q}$$

čili

$$(2) \qquad \frac{1}{n + y_2} = \frac{y_1}{y_1{}^2 - 2pq}.$$

Vyloučivše z rovnic (1) a (2) hodnotu y_2, obdržíme rovnici

$$ny_1^2 - y_1 (n^2 - pq) - pqn = 0,$$

ze které plyne

$$y_1 = n, \; y_2 = -\frac{2pq}{n}$$

$$y'_1 = -\frac{pq}{n}, \; y'_2 = n - \frac{pq}{n}.$$

Řešení prvé přísluší bodům $b \equiv a$, $c \equiv f$, kdež f jest druhý průsečík přímky ad s parabolou; řešení druhé shoduje se úplně s řešením synthetickým v úloze předcházející.

b) Dány-li protější vrcholy

$$b\ (m,\ n),\ d\ (q,\ o)$$

a hledáme-li druhé dva

$$a\ (x_1, y_1),\ c\ (x_2, y_2),$$

dospějeme touž cestou jako dříve k podmínkám

$$(3) \qquad \frac{1}{y_1 + n} = \frac{y_2}{y_2^2 - 2pq},$$

$$(4) \qquad \frac{1}{y_2 + n} = \frac{y_1}{y_1^2 - 2pq}.$$

Z rovnic těchto plyne buď

$$y_1 = y_2 = -\frac{2pq}{n},$$

kdež rovnoběžník žádaný přechází v přímku, aneb

$$y'_1 = \frac{n + \sqrt{n^2 + 4pq}}{2},\ y'_2 = \frac{n = \sqrt{n^2 + 4pq}}{2},$$

což souhlasí opět s řešením konstruktivním.

Správné řešení úlohy této podali pp.: *Karel Rosa* z VIII. tř. g. Městské stř. šk. na Malé Straně v Praze, *Frant. Hoffman* ze VII. tř. g. v Hradci Králové, *Jaroslav Jindra* a *J. B. Kavan* ze VII. tř. české r. v Praze, *Jan Matoušek* ze VII. tř. gymn. v Kroměříži a *Vladimír L. Janků* z VIII. tř. akad. g. v Praze.

Řešení úlohy 30.

(Zaslal p. *Karel Rosa*, stud. VIII. tř. g. Městské stř. šk. na Malé Straně v Praze.)

Značí-li s, $s - 1$ specifické váhy tělesa ve vzduchu a vodě, g a g' příslušné accelerace, jest v platnosti úměra

$$s : (s - 1) = g : g'. \tag{a}$$

Ježto dráhy v obou případech jsou sobě rovny, jest

$$\frac{1}{2} gt^2 = \frac{1}{2} g' \left(\frac{11}{10} t\right)^2,$$

z čehož

$$g = \frac{121}{100} g',$$

a dosadíme-li za g' hodnotu z rovnice (a), obdržíme

$$s = \frac{121}{21} = 5{\cdot}7\ldots$$

Správné řešení úlohy této podali pp.: *Vladimír L. Janků* z VIII. tř. akad. g. v Praze, *Jan Matoušek* ze VII. tř. g. v Kroměříži a *J. B. Kavan* ze VII. tř. č. real. v Praze.

Řešení úlohy 31.

(Zaslal p. *Karel Rosa,* stud. VIII. tř. g. městské střední školy na Malé Straně v Praze.)

Rovina $(nA) \equiv \varrho$ seče plochu kulovou v kružnici K, která bodem n procházejíc, dotýká se přímky A v bodě m. Kterak se střed této kružnice o sestrojí, z planimetrie jest povědomo. Střed plochy kulové bude na přímce O, postavení v bodě o kolmo na rovinu ϱ. Tečny sestrojené z téhož bodu ke ploše kulové jsou si rovny.

Vyhledejme tedy průsečík u roviny ϱ s přímkou B, veďme jím tečnu T ke kružnici K, ustanovme dotyčný bod t, a přenesme úsečku $\overline{ut}$ od bodu u na přímku B do bodu p. Plocha kulová bude se dotýkati přímky B v bodě p; střed její jest tedy v rovině σ, již postavíme v bodě p kolmo na tečnu B. Průsečík s rovin ϱ a σ je střed, $\overline{sn} = r$ poloměr žádané plochy kulové. Ježto však úsečku $\overline{ut}$ vnésti lze na přímku B od bodu u směrem dvojím, vyhovují úloze plochy dvě.

Řešení úlohy této zaslali pp.: *Vítězslav M. Pavlousek* ze VII. tř. g. v Ml. Boleslavi a *Vladimír L. Janků,* stud. VIII. tř. akad. g. v Praze.

Příloha letošního ročníku Časopisu obsahuje toliko dva archy indexu k ročníkům I.—XX. „Časopisu pro pěstování mathematiky a fysiky"; ostatek indexu připojen bude jakožto příloha k ročníku příštímu (XXII.).