

Antonín Sýkora

O usměrňování jmenovatelů zlomků tvaru  $P\sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B} + \sqrt[3]{C}$

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 32 (1903), No. 1, 84--86

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/124067>

## Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1903

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

*Poznámka 3.* Pomocí determinantů jest vzorec pro  $V^2$  odvozen v Baltzerových, Dostorových a Studničkových Determinantech.

## O usměrňování jmenovatelů zlomků tvaru

$$\frac{P}{\sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B} + \sqrt[3]{C}}.$$

Napsal

**Antonín Sýkora,**  
professor v Rakovníku.

Jest známo, že součin

$$(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac)$$

rovná se magickému determinantu

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix}^* = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc.$$

Znásobíme-li tedy čitatele i jmenovatele daného zlomku šestičlenem

$$\sqrt[3]{A^2} + \sqrt[3]{B^2} + \sqrt[3]{C^2} - \sqrt[3]{AB} - \sqrt[3]{BC} - \sqrt[3]{AC},$$

nabudeme

$$\frac{P(\sqrt[3]{A^2} + \sqrt[3]{B^2} + \sqrt[3]{C^2} - \sqrt[3]{AB} - \sqrt[3]{BC} - \sqrt[3]{AC})}{A + B + C - 3\sqrt[3]{ABC}}.$$

Rozšíříme-li dále tento zlomek výrazem

$$(A + B + C)^2 + 3(A + B + C)\sqrt[3]{ABC} + 9\sqrt[3]{A^2B^2C^2},$$

dostane též racionálního jmenovatele

$$(A + B + C)^3 - 27ABC.$$

---

\* ) jehož hlavní úhlopříčka =  $a^3$ .

Je-li  $\sqrt[3]{ABC}$  racionálná, není tohoto posledního rozšíření zlomku ani třeba.

Příklad 1. Zlomek

$$\frac{5}{\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{12}}$$

rozšíříme trojčlenem

$$\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{18} - 2\sqrt[3]{4};$$

tím nabude zlomek hodnoty

$$\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{18} - 2\sqrt[3]{4}.$$

Příklad 2. Zlomek

$$\frac{15}{1 + \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{4}}$$

rozšířen

$$3 + \sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{4},$$

dá

$$3(3 + \sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{4}).$$

Příklad 3. Zlomek

$$\frac{3\sqrt[3]{30}}{\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{5}} = \frac{3\sqrt[3]{30}}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{15} + \sqrt[3]{10}}.$$

Příklad 4.

$$\frac{3(3 - 2\sqrt[3]{3})}{\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{4}} = \frac{3\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{9} + 2\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{6} - 2 - \sqrt[3]{12}}{\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{4}}.$$

Jsou-li  $A, B, C$  členy řady geometrické, má-li tedy jmenovatel na př. tvar

$$\sqrt[3]{A^2} + \sqrt[3]{AB} + \sqrt[3]{B^2},$$

můžeme jej usměrniti, rozšíříme-li zlomek dvojčlenem  $\sqrt[3]{A} - \sqrt[3]{B}$ , jakož i z horejšího vyplývá.

Příklad 1.

$$\frac{\sqrt[3]{3}}{1 - \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}} = 1 + \sqrt[3]{2}.$$

Příklad 2.

$$\frac{\sqrt[3]{24}}{\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{15}} = 3(\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{3}).$$

## Jak vyjádříme plochu trojúhelníka těžnicemi jeho.

Napsal

**Antonín Sýkora,**

professor v Rakovníku.

Plocha  $P$  trojúhelníka vyjádřená stranami jeho, jest

$$(I) \quad 16 P^2 = 4 a^2 b^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2.$$

Značíme-li těžnici spojující střed strany  $a$  s protilehlým vrcholem písmenem  $\alpha$ , a úhel, jež s touto stranou tvoří a proti straně  $b$  leží,  $\mu$ , máme

$$b^2 = a^2 + \frac{a^2}{4} - a \alpha \cos \mu$$

$$c^2 = a^2 + \frac{a^2}{4} + a \alpha \cos \mu$$

a sečtouce

$$b^2 + c^2 - \frac{a^2}{2} = 2\alpha^2.$$

Obdobně dostaneme pro těžnice  $\beta$ ,  $\gamma$ ,

$$a^2 + c^2 - \frac{b^2}{2} = 2\beta^2,$$

$$a^2 + b^2 - \frac{c^2}{2} = 2\gamma^2.$$

Vypočtouce z rovnic těchto  $a^2$ ,  $b^2$ ,  $c^2$ , nabudeme

$$a^2 = \frac{4}{9} (2\beta^2 + 2\gamma^2 - \alpha^2)$$