Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Franz Müller
Grafické řešení některých úloh sférické astronomie. [II.]

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 24 (1895), No. 4, 241--254

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123955

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1895

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

Grafické řešení některých úloh sférické astronomie.

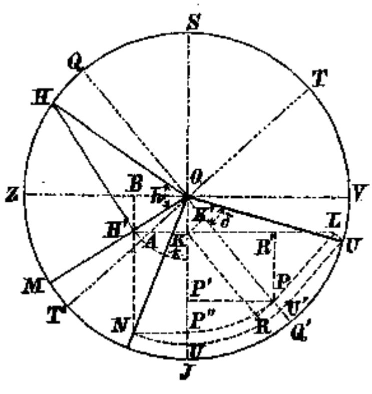
Napsal
František Müller,
professor české vysoké školy technické v Praze.

(Pokračování.)

Transformace souřadnic astronomických.

9. Z pozorovaného azimuthu a úhlu výšky určiti souřadnice rovníkové, úhel hodinový a deklinaci.

Budiž $\overline{JZSV}$ rovina zdánlivého horizontu místa pozorování O (viz obr. 8.), $\overline{JS}$ směr jihoseverní, a $\overline{ZV}$ směr západovýchodní. $\overline{JS}$ jest tudíž průřez roviny poledníkové a $\overline{ZV}$ průřez roviny aequatorialní se zdánlivým horizontem.



Obr. 8.

Budiž dále $\sphericalangle$ JOM $=$ A daný azimuth a $\sphericalangle$ MOH $= h$ výška hvězdy, při tom si myslíme rovinu výšky hvězdy přeloženu kolem $\overline{OM}$ do zdánlivého horizontu. Poloměr kruhu $\overline{JZSV}$ ve výkresu položíme rovný jednotce.

Sestrojíme-li od bodu H na $\overline{OM}$ kolmici $\overline{HH'}$, obdržíme v bodu H′ horizontální projekci bodu H na zdánlivém horizontu. Položíme-li dále bodem H rovinu kolmou na horizont zdánlivý a rovnoběžnou s rovinou poledníka $\overline{JS}$, tu v této rovině bude také ležeti bod H′, a rovina jmenovaná protne přímku $\overline{ZV}$ v pravém úhlu v bodu B. Budiž $\overline{H'K}$ kolmo na $\overline{JS}$, tu jest K projekce bodu H′ na rovině poledníku. Přeložíme-li teď rovinu poledníku okolo $\overline{SJ}$ do zdánlivého horizontu, tu nám značí $\overline{T'T}$ přeloženou osu zemskou, a na $\overline{T'T}$ kolmá přímka $\overline{QQ'}$ průřez roviny aequatorialní s rovinou poledníkovou. Budiž konečně $\overline{KL}$ kolmo na $\overline{SJ}$ a $\overline{KL} = \overline{HH'}$, tu bude L projekce v rovině výšek $\overline{OM}$ a v rovině vertikální BN se nalezající hvězdy (H) na rovině poledníkové, v přeložené poloze. Dále budou úhly $\sphericalangle SOT = \varphi$ a $\sphericalangle JOQ' = 90 - \varphi$ *polární výšky* a *výška aequatorialní* místa pozorování O. Sestrojíme-li z bodu L kolmici $\overline{LP}$ na $\overline{QQ'}$, značí nám tato výšku hvězdy H nad rovinou aequatoriální, a sice v rovině rovnoběžné s rovinou poledníkovou, nebo také v rovině výšek $\overline{OM}$.

Budiž $\overline{LU}$ rovnoběžné s $\overline{OQ'}$, pak obdržíme v bodu U hvězdu H, otočenou do roviny poledníkové, a bude pak $\sphericalangle Q'OU = \delta$ hledaná *deklinace* pozorované hvězdy.

Abychom obdrželi úhel hodinový *t*, otočíme rovinu aequatorialní okolo $\overline{ZV}$ tak, aby splývala s rovinou výkresu (dříve zdánlivého horizontu). K tomu účelu hledáme bod, kde bude ležeti bod P, až zvedneme znovu rovinu poledníkovou do polohy vertikální, a složíme otočením okolo $\overline{ZV}$ rovinu aequatorialní do roviny výkresu. V rovině poledníkové ležící bod P po zvednutí roviny bude v bodu P′, je-li totiž $\overline{PP'}$ kolmo na $\overline{SJ}$, a je-li $\overline{OP''} = \overline{OP}$, tu obdržíme v bodu P″ onen bod P v složené rovině aequatorialní. Budiž $\overline{P''N}$ kolmo na $\overline{SJ}$, tu obdržíme v průřezu N této kolmice s přímkou $\overline{H'B}$ projekci pozorované hvězdy na rovině aequatorialní po složení jejím do roviny výkresu. Za kontrolu máme ještě $\overline{ON} = \overline{OU'}$, je-li $\overline{UU'}$ kolmo na $\overline{OQ'}$, jelikož jest pak $\overline{OU'}$ poloměr onoho kruhu (*kruhu hodinového*), ve kterém se hvězda pohybuje rovnoběžně k aequatoru.

Spojíme-li bod N s bodem O, tu bude $\sphericalangle$ JON $= t$ hledaný *úhel hodinový*.

Ačkoliv správnost celé konstrukce dokázána jest postupem jejím, určíme předce ještě souvislost obou soustav souřadnic *počtem*, pro případné použití.

Z konstrukce vysvítá, že jest:

$$\overline{HH'} = \overline{KL} = \sin h,$$
$$\overline{OH'} = \cos h,$$
$$\overline{BH'} = \overline{OK} = \cos h \cos A,$$
$$\overline{BO} = \overline{H'K} = \cos h \sin A.$$

Vedeme-li bodem K přímku rovnoběžnou s $\overline{OQ'}$, přímku $\overline{KR}$; dále přímku $\overline{KK'}$ kolmo na $\overline{OQ'}$ a taktéž $\overline{PR}$ kolmo na $\overline{OQ'}$, bude:

$$\overline{KK'} = \overline{PR} = \overline{OK} \cos \varphi = \cos h \cos A \cos \varphi,$$
$$\overline{OK'} = \overline{OK} \sin \varphi = \cos h \cos A \sin \varphi,$$
$$\overline{RL} = \overline{KL} \sin \varphi = \sin h \sin \varphi,$$
$$\overline{KR} = \overline{KL} \cos \varphi = \sin h \cos \varphi,$$

jest tedy

$$\overline{LP} = \overline{UU'} = \sin \delta = \overline{LR} - \overline{PR},$$

nebo

$$\sin \delta = \sin h \sin \varphi - \cos h \cos \varphi \cos A. \qquad (1)$$

Dále bude:

$$\overline{OP} = \overline{OP''} = \overline{ON} \cos t = \overline{OU'} \cos t = \cos \delta \cos t,$$
$$\overline{OP} = \overline{OK'} + \overline{KR}$$

a tedy

$$\cos \delta \cos t = \sin h \cos \varphi + \cos h \sin \varphi \cos A. \qquad (2)$$

Konečně jest:

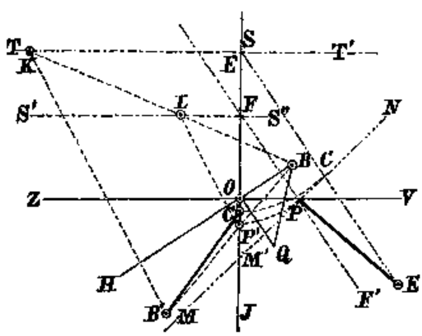
$$\overline{NP''} = \overline{NO} \sin t = \overline{BO}$$

nebo:

$$\cos \delta \sin t = \cos h \sin A. \qquad (3)$$

10. Také následujícím způsobem možno zmíněnou transformaci provésti. Při tom použijeme pravidel v odstavcích 6.,

7. a 8. uvedených. Budiž (viz obr. 9.) zase rovina výkresu zdánlivý horizont místa pozorování O. $\overline{JS}$ směr jiho-severní, a $\overline{ZV}$ západo-východní. V bodu O myslíme si vertikálnou přímku, jejíž vrchol považujeme za střed plochy kuželové. Každá hvězda otočením země kolem své osy opisuje na obloze nebeské kruh, jehož rovina jest rovnoběžná s rovinou rovníku. Pro grafickou konstrukci můžeme malou změnu deklinace a rektascense slunce za jeden den vynechati.



Obr. 9.

Tuto zdánlivě kruhovou dráhu těles nebeských, vzniklou otočením země okolo své osy, možno považovati za křivky vedoucí plochy kuželové, jejíž střed jest vrchol P přímky v O kolmo vytýčené.

Naznačme jednu polohu tělesa nebeského B', a spojme tento bod se středem P, budiž dále B průřez toho paprsku s rovinou výkresu (rovina základní, zdánlivý horizont); body B, P a B' jsou v téže vzájemné souvislosti, která byla předmětem v odstavcích 1.—8. uvedených theoretických úvah. Položíme-li teď bodem P přímku rovnoběžnou s osou světovou, a v P rovinu kolmou na tuto přímku, obdržíme rovinu rovnoběžnou s rovinou aequatoru a tato bude odpovídati směrné rovině našich úvah.

Zde se obmezíme pouze na jednu polohu tělesa nebeského, a sestrojití celou jeho dráhu ponecháme si v pozdějších odstavcích. Budiž nyní daný úhel $\sphericalangle$ JOH = A azimuth hvězdy. Položíme-li hvězdou a vrcholem P paprsek, protne nám tento zdánlivý horizont (rovina výkresu) v bodu B, který bod bude ležeti v prodlouženém směru $\overline{HO}$, neboť jest $\sphericalangle JOB = 180^0 + A$.

Abychom bod B obdrželi, přeložíme rovinu výšek pozorované hvězdy okolo $\overline{HO}$ do roviny základní. K tomu účelu sestrojíme v O na $\overline{HO}$ kolmici $\overline{OQ}$, délky $\overline{OQ}$, jak vysoko si myslíme bod P nad horizontem, což bude závislé na tom, v jakých rozměrech konstrukci provésti chceme.

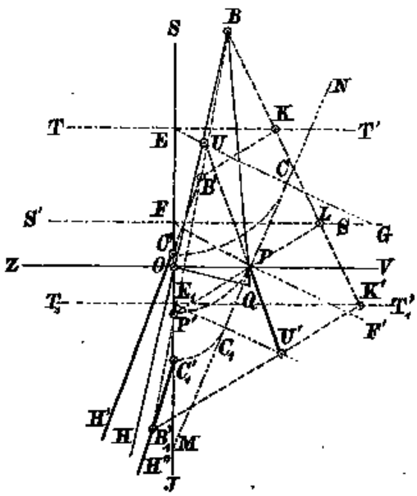
Vedeme-li teď bodem Q přímku $\overline{QB}$ tak, aby svírala s $\overline{OB}$ úhel $\sphericalangle \overline{OBQ} = h$, pozorovanou výšku, obdržíme bod B, jenž leží v rovině základní; jemu odpovídající bod v rovině sečné B′, obdržíme pak, přeložíme-li předně rovinu poledníkovou okolo $\overline{JS}$ do roviny základní (zdánlivý horizont) a k tomu účelu sestrojíme v O na $\overline{JS}$ kolmici $\overline{OP}$ délky $\overline{OP} = \overline{OQ}$, t. j. jak vysoko si myslíme bod P nad horizontem.

Dále vedeme bodem P přímku $\overline{MN}$ tak, aby s přímkou $\overline{JS}$ svírala úhel $\sphericalangle SM'N = \varphi$, t. j. polární výšku místa pozorování. V bodu P sestrojíme na přímku $\overline{MN}$ kolmici $\overline{FF'}$, která protíná přímku $\overline{SJ}$ v bodu F. $\overline{FF'}$ jest přeložený průřez roviny aequatorialní (pro konstrukci roviny směrné) s rovinou poledníkovou. V libovolném bodu C přímky $\overline{MN}$ (která zde zastupuje osu světovou), sestrojíme kolmo na $\overline{MN}$, a tedy rovnoběžně s $\overline{FF'}$, jinou kolmici $\overline{EE'}$, která protíná přímku $\overline{SJ}$ v bodu E. Tato přímka jest přeložený průřez zvolené roviny sečné s rovinou poledníka. Vzdálenost $\overline{PC}$ bodu C může býti libovolná, jelikož jest R = I poloměr pravého horizontu (oblohy nebeské) libovolný, a řídí se pouze rozměrem, který chceme výkresu dáti. Vzdálenost $\overline{PC}$ jest nezávislá na zvolené libovolné výšce $\overline{OP} = \overline{OQ}$. Vedeme-li v bodech E a F dvě rovnoběžné přímky kolmo na $\overline{SJ}$, obdržíme pro konstrukci přímku směrnou $\overline{S'S''}$ a trať $\overline{TT'}$ roviny sečné.

Budiž $\overline{FP'} = \overline{FP}$ a $\overline{EC'} = \overline{EC}$, i obdržíme střed (pol) přeložený okolo přímky směrné $\overline{S'S''}$, a střed C kruhu $\overline{EE'}$ v rovině sečné, přeložený okolo tratě $\overline{TT'}$ do roviny základní. Bodu B odpovídající bod $\overline{B'}$ v přeložené rovině sečné obdržíme dle odstavce 6., vedeme-li bodem B libovolnou přímku $\overline{BK}$, která onu trať v bodu K a přímku směrnou v bodu L protne. Bod L spojíme s bodem P′, a bodem K vedeme k $\overline{LP'}$ přímku rovnoběžnou $\overline{KB'}$. Spojíme P' s bodem B paprskem $\overline{P'B}$, pak protíná tento přímku $\overline{KB'}$ v bodu B', a obdržíme tímto způsobem bodu B v rovině základní odpovídající bod B' v rovině sečné, přeložený okolo tratě $\overline{TT'}$ do roviny základní. Spojíme-li B' s C', obdržíme v úhlu $\sphericalangle JC'B' = t$ úhel hodinový pozorováné hvězdy. $\overline{B'C'}$ jest totiž poloměr a C' střed kruhu (kruhu hodinového), ve kterém se hvězda otáčením země okolo své osy zdánlivě pohybuje, přeložený okolo trati $\overline{TT'}$ do roviny základní. Budiž teď v přeložené rovině poledníkové $\overline{CE'} = \overline{C'B'}$; tu obdržíme

$$\sphericalangle F'PE' = \delta$$

hledanou deklinaci, a tato bude v uvedeném případě positivní.



Obr. 10.

V obrazu 10. setkáváme se s touž úlohou jako v obrazci 9. V rovině základní (zdánlivém horizontu) máme naznačeny směry $\overline{JS}$ jiho-severní a $\overline{ZV}$ směr západo-východní, dále jest dán úhel $\sphericalangle JOH = A$ *azimuth* hvězdy pozorováné; v bodu A jest na $\overline{HO}$ sestrojena kolmice $\overline{OQ} = \overline{OP}$, a daný úhel výšky $\sphericalangle OBQ = h$, čímž jsme obdrželi v rovině základní bod B.

V přeložené rovině poledníkové máme $\overline{MN}$ osu světovou, $\overline{FF'}$ průřezy roviny rovníkové s rovinou poledníkovou, a $\overline{EG}$ průřezy zvolené roviny sečné (rovina kruhu rovnoběžného, hodinového), taktéž s rovinou poledníkovou. Tímto způsobem jsme obdrželi přímku směrnou $\overline{S'S''}$ a trať roviny sečné $\overline{TT'}$. Otočením roviny směrné kolem přímky směrné a roviny sečné kolem trati do roviny základní obdržíme v této ještě body P′ a C′. Vedeme-li bodem B libovolnou přímku $\overline{BK'}$, tato protíná trať v bodě K a přímku směrnou v bodě L; spojíme-li teď L s P′ a vedeme-li bodem K k $\overline{LP'}$ přímku rovnoběžnou $\overline{KB'}$, obdržíme v průseku této s paprskem $\overline{BP'}$ bod B′. Co se tkne polohy bodu B′ v našem případu, o tom nás poučuje tato úvaha: Bod B′ leží severně od bodu C′, a musíme tedy poloměr $\overline{C'B'}$ příslušného kruhu hodinového v přeložené rovině poledníkové v témž směru přenésti, t. j. položiti $\overline{CU} = \overline{C'B'}$. Prodloužíme-li pak C′B′ nazpět, obdržíme, jelikož azimuth a úhel hodinový musí ležeti současně v prvním a druhém nebo v třetím a čtvrtém kvadrantu, jakožto hledaný úhel hodinový $\sphericalangle JC'H' = t$. Spojíme-li v rovině poledníkové bod U s P a prodloužíme-li podobně paprsek $\overline{PU}$ nazpět, obdržíme hledanou deklinaci $\sphericalangle U'PF' = \delta$. Deklinace jest tedy v předloženém případě negativní.

Kdybychom si byli zvolili libovolnou rovinu sečnou na straně negativních deklinací, na příklad kdyby byl přeložený její průřez s rovinou poledníkovou $\overline{E_1U'}$, obdrželi bychom příslušnou trať $\overline{T_1T'_1}$. Bod C_1 bude středem kruhu hodinového, v přeložené rovině poledníkové, a je-li $\overline{E_1C'_1} = \overline{E_1C_1}$, bude C'_1 střed příslušného kruhu hodinového přeložen do roviny základní. Přímka $\overline{BL}$ protíná trať $T_1T'_1$ v bodu K′ a vedeme-li bodem K′ přímku $\overline{K'B'_1}$ rovnoběžně s přímkou $\overline{P'L}$, obdržíme v průseku této s paprskem $\overline{P'B}$ bod B'_1. Spojíme-li B'_1 s C'_1, obdržíme hledaný úhel hodinový $\sphericalangle MC'_1H'' = \sphericalangle MC'H' = t$. Vneseme-li poloměr $\overline{C'_1B'_1}$ v přeložené rovině poledníkové tak, aby $\overline{C_1U'} = \overline{C'_1B'_1}$, obdržíme jako dříve hledanou deklinaci v úhlu: $\delta = \sphericalangle F'PU'$. Bod U první konstrukce musí s bodem U′ a P ležeti v jedné přímce.

11. Ačkoliv se při opačné úloze, určiti úhel výšky a azimuth, je-li dána deklinace a úhel hodinový, zřetelně pozná změna polohy bodu B′ (v rovině sečné) ku poloze bodu B (v rovině základní), je-li deklinace příslušné hvězdy positivní nebo negativní: přece nebude nemístné, zmíníme-li se také zde o tom poněkud podrobněji.

Především konstatujeme, že úhel hodinový leží s azimuthem vždy na jedné straně meridiánu (tedy v kvadrantu prvém a druhém, nebo v třetím a čtvrtém), proto, že rovina výšek s rovinou deklinace v rovině poledníkové v jednu spadají. Vychází-li teď od nějaké hvězdy H (viz obraz 9.) paprsek $\overline{HO}$ pod azimuthem $\sphericalangle$ JOH, tu se bude nalézati, je-li výška *h* positivní v rovině základní pozorované hvězdě H odpovídající bod B, vždy prodloužení směru azimuthálního. Průsek $\overline{EE'}$ roviny kruhu rovnoběžného (roviny sečné) s rovinou poledníka, jest libovolný, i může se státi, že bude ležeti od průřezu $\overline{FF'}$ roviny aequatoriální s rovinou poledníka na sever, tedy na straně positivních deklinac, nebo na jih, tedy na straně deklinac negativních. V případu v obrazci 9. uvedeném jsme zvolili rovinu sečnou na straně positivních deklinac a obdrželi jsme bod B odpovídající této poloze roviny sečné. V konstrukci do roviny základní přeložené, paprsek bodu B′ přechází přes bod P′ a protíná rovinu základní v bodě B. Jelikož bod B′ leží v rovině sečné $\overline{EE'}$, jest směr paprsku od hvězdy ku P v rovině poledníkové označen přímkou $\overline{E'P}$ a jest tudíž deklinace positivní. Kdybychom byli zvolili rovinu sečnou jižně od roviny aequatoriální, na straně negativních deklinac, tak že její průřez C_1 s osou světovou by ležel někde mezi P a M, což někdy pro konstrukci své výhody má (za příčinou disposice s plochou k rýsování): obdrželi bychom příslušný bod B″ někde od P′ k severu ve směru $\overline{P'B}$. Musili bychom pak poloměr kruhu hodinového $\overline{C'_1B''}$ vnésti na příslušnou průsečnici $\overline{E_1E'_1}$ od osy $\overline{MN}$ na sever. Směr paprsku byl by pak $\overline{PE'_1}$; prodloužíme-li tento paprsek nazpět, obdržíme tutéž positivní deklinaci.

Je-li tedy *h* positivní a δ positivní, pak leží bod B′ s bodem B na opačných stranách od bodu P′ paprsku $\overline{P'B}$, když výpomocná rovina sečná zvolena byla na straně positivních deklinac. Nalézá-li se ale výpomocná rovina sečná na straně negativních deklinac, příslušný bod B″ bude ležeti s bodem B od bodu P′ na téže straně paprsku P′B.

Obraz 10. nám předvádí příklad s negativní deklinací, a vidíme zde:

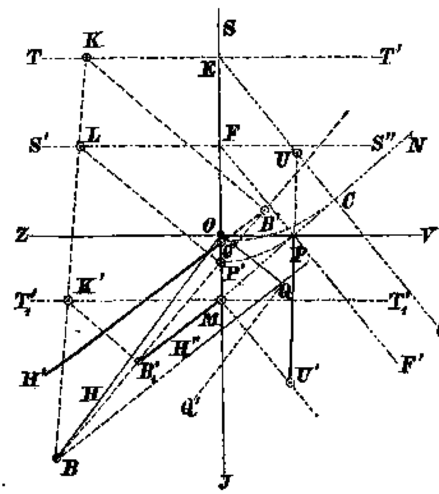
Je-li *h* positivní a deklinace δ negativní, bude ležeti příslušný bod B'_1 s bodem B na různých stranách od bodu P′

paprsku $\overline{P'B}$, je-li zvolená rovina sečná na straně negativních deklinac. Zvolíme-li však výpomocnou rovinu sečnou na straně positivních deklinac, bude ležeti příslušný bod B′ s bodem B od bodu P′ na téže straně paprsku $\overline{P'B}$.

Poznámka. Kdybychom ale zvolili pol P (Q_1) pod rovinou základní, platila by pro positivní výšku *h* tato pravidla:

Leží-li bod B s příslušným bodem B′ od bodu P′ paprsku $\overline{P'B}$ na téže straně, pak souhlasí poloha výpomocné sečné s předznamením deklinace. Leží-li však oba body na stranách různých od bodu P′, pak odpovídá poloze zvolené roviny sečné opačné znamení pro deklinaci.

12. Případ, že by byla výška negativní, má sice pouze theoretický zájem, nebo taková výška nemůže býti předmětem bezprostředního pozorování, nicméně chceme také tomuto případu věnovati několik slov. Buďiž zase A místo pozorování, $\overline{SJ}$ směr poledníka, $\overline{ZV}$ směr západo-východní (viz obraz 11.) a úhel $\sphericalangle$ JOH = A daný azimuth.



Obr. 11.

Přeložme nyní, okolo přímky $\overline{OH}$ příslušnou rovinu výšek do roviny horizontální a sestrojíme na $\overline{OH}$ kolmici $\overline{OQ}$, vedeme $\overline{QQ'}$ rovnoběžně ku $\overline{OH}$ a sestrojme pod negativní výškou

$\sphericalangle H''QQ' = OBQ = h$. Tímto způsobem obdržíme v rovině základní ležící bod B, t. j. průsek paprsku, který spojuje dotyčnou hvězdu s polem P, o $\overline{OQ}$ nad rovinou základní ležícím, s rovinou základní. Pokud byla výška h positivní, dotud příslušný bod B ležel vždy, v prodlouženém směru azimutálním $\overline{HO}$ teď však leží ve směru samém. Kdybychom byli zvolili bod P pod rovinou základní (horizontální), byl by opak toho. Přeložíme-li nyní okolo $\overline{SJ}$ rovinu poledníkovou do roviny výkresu, obdržíme přeložený bod P, je-li $\overline{OP} = \overline{OQ}$, a přeloženou osu světovou, je-li

$$\sphericalangle SMN = \varphi$$

polární výška místa pozorování, a $\overline{FF'}$ přeložený průřez roviny rovníkové s rovinou poledníkovou, je-li $\overline{FF'}$ kolmo ku $\overline{MN}$. Vedeme-li libovolným bodem C osy $\overline{MN}$ přímku $\overline{EG}$ rovnoběžnou s $\overline{FF'}$, považujeme tuto co průřez roviny sečné s rovinou poledníkovou. $\overline{FF'}$ a $\overline{EG}$ protínají $\overline{SJ}$ v bodech E a F. Vedeme-li pak E a F přímky rovnoběžné s $\overline{VZ}$ obdržíme přímku směrnou $\overline{S'S''}$, a trať $\overline{TT'}$. Vedeme-li pak bodem B libovolnou přímku $\overline{BK}$, tato protíná přímku směrnou v L a trať v bodě K. Budiž konečně $\overline{FP'} = \overline{FP}$, $\overline{EC'} = \overline{EC}$, tu obdržíme P′, okolo přímky směrné do roviny základní přeložený pol P, a C′ okolo tratě přeložený střed C kruhu výpomocného (hodinového). Spojíme-li teď L s P′ a vedeme-li bodem K přímku ku LP′ rovnoběžnou, obdržíme v průseku s paprskem $\overline{P'B}$, v rovině sečné bodu B odpovídající bod B′. Bod B′ leží od bodu P′ severně; tu položíme také přiměřeně k severu $\overline{CU} = \overline{P'B'}$. Avšak poněvadž paprsky vycházejí od hvězdy, jest nutno $\overline{PU}$ nazpět prodloužiti; takto obdržíme negativní deklinaci $\sphericalangle F'PU'$. Prodloužíme-li přímku $\overline{C'B'}$ nazpět, obdržíme úhel hodinový $\sphericalangle JC'H'$. Zvolíme-li však za rovinu sečnou rovinu rovnoběžnou jižně od roviny rovníkové ležící, odpovídající tedy deklinacím negativním, na př. bodem M rovnoběžně k rovině rovníkové položenou rovinou, což pro jednoduchost konstrukce také v jiných případech se doporučuje, vedeme $\overline{T'_1T_1'}$ a obdržíme tímto způsobem příslušnou trať této roviny sečné. Bod M leží již v rovině horizontální a není nutno tedy jej překládati. Libovolná přímka $\overline{BK}$ protíná trať $\overline{T_1T_1'}$ v bodě K′; vedeme-li $\overline{K'B'_1}$ rovnoběžně ku $\overline{LP'}$, obdržíme v průseku s paprskem $\overline{BP'}$ nově zvolené roviny sečné odpovídající bod B'_1; B'_1 s M spojen dá nám hledaný úhel hodinový $\sphericalangle JMB'_1$. Budiž

$\overline{MU'}$ kolmo ku ose $\overline{MN}$ a $\overline{MU'} = \overline{MB'_1}$, tu obdržíme negativní deklinaci $\sphericalangle$ F'PU'. Co se tkne vzájemné polohy bodů B, B' a P (P'), tu platí tedy obecně pravidla:

Je-li h positivní, pak body B a B' leží od bodu P' na různých stranách příslušného paprsku $\overline{BP'}$ leží-li zvolená rovina sečná na téže straně od roviny rovníkové, na kterou se vztahuje deklinace pozorované hvězdy; ale je-li deklinace pozorované hvězdy na druhé straně od polohy výpomocné roviny sečné, tu body B a B' leží na téže straně od P'. Avšak je-li h negativní, tu body B a B' leží na téže straně od bodu P', odpovídá-li poloha roviny sečné deklinaci hvězdy pozorované; neodpovídá-li, tu body B a B' leží na různých stranách od bodu P'.

Poznámka. Mohli bychom také střední bod paprsku P položiti pod rovinu horizontální. V tomto případě pak bod B pro positivní výšky ležel by ve směru azimutu, pro negativní výšky ve směru prodloužení azimutu přes bod O. Dle toho by se pak také pravidla pro polohu bodu P', B a B' přiměřeně změnila. Tato poloha byla by sice pro theoretické posuzování azimuthu a výšky, úhlu hodinového a deklinace přiměřenější. Avšak dali jsme přednost poloze bodu P nad rovinou základní (horizontální) a to z příčiny, že pro praktické pojmutí křivek stínových, které pro konstrukci hodin slunečních jsou důležity, tato poloha se skutečností souhlasí a tedy jest přiměřenější.

13. ***Je-li dána deklinace a úhel hodinový, má se určiti azimuth a výška.***

Tuto úlohu možno řešiti cestou opačnou, jak v odstavci 9. (obraz 8) bylo uvedeno. Budiž zase JZSV zdánlivý horizont místa pozorování; tu přeložíme rovinu poledníkovou kolem přímky severo-jižní $\overline{JS}$ do roviny horizontální a obdržíme $\overline{QQ'}$ přeložený průřez roviny rovníkové s rovinou poledníkovou, a $\overline{T'T}$ přeloženou osu světovou. $\sphericalangle$ SOT $= \varphi$ jest polární výška místa pozorování. Budiž teď úhel $\sphericalangle$ JON $= t$, a $\sphericalangle$ Q'OU $= \delta$, daný úhel hodinový a daná deklinace.

Budiž $\overline{UU'}$ kolmo na $\overline{OQ'}$ to jest $\overline{OU'}$ poloměr onoho rovnoběžného kruhu, v kterém se pozorovaná hvězda otáčením země okolo své osy zdánlivě pohybuje. Budiž $\overline{ON} = \overline{OU'}$ tu obdržíme N projekci pozorované hvězdy na rovině aequatoru, myslíme-li si tuto okolo $\overline{ZV}$ přeloženou do roviny horizontální. Je-li $\overline{NP''}$ kolmo na $\overline{OJ}$, obdržíme P'' projekci bodu N na rovině poledníkové a je-li $\overline{OP} = \overline{OP''}$, tu bod P odpovídá této projekci P'', přivedeme-li zvednutím rovinu rovníka do původní polohy. $\overline{UU'}$ nám značí výšku pozorované hvězdy nad rovinou rovníkovou. Je-li dále $\overline{PL}$ kolmo na $\overline{OQ'}$ a $\overline{PL} = \overline{U'U}$, tu obdržíme L projekci pozorované hvězdy na rovině poledníkové v přeložené poloze. Budiž pak $\overline{LK}$ kolmo na $\overline{OJ}$ tu obdržíme $\overline{KL}$ výšku pozorované hvězdy nad rovinou horizontální. Při zvedání roviny rovníkové s roviny horizontální, okolo $\overline{ZV}$, až do původní polohy, pohybuje se bod N v rovině na $\overline{ZV}$ kolmé. Na $\overline{ZV}$ sestrojená kolmice $\overline{NB}$ značí nám průřez této roviny s rovinou horizontální. Sestrojíme-li v K kolmici na $\overline{OJ}$, tu obdržíme v průřezu této s přímkou $\overline{NB}$ bod H', t. j. projekcí pozorované hvězdy na rovině horizontální. Bod H' s O spojený určuje nám $\sphericalangle JOM = A$, t. j. hledaný azimuth pozorované hvězdy. Sestrojíme-li v bodu H' na kolmici $\overline{HH'} = \overline{KL}$, tu obdržíme

$$\sphericalangle H'OH = h$$

hledanou výšku h. Bod musí ležeti v kruhu opsaném se zvoleným poloměrem

$$\overline{OJ} = \overline{OH} = R = 1.$$

Pro odvození číselné relace mezi δ a t na jedné a A a h na druhé straně spustíme od bodu P kolmici $\overline{PP'}$ na $\overline{OJ}$ a kolmici $\overline{PR'}$ na $\overline{KL}$.

Bude pak:

$$\overline{HH'} = \overline{KL} = \sin h,$$
$$\sin h = \overline{KR'} + \overline{R'L} = \overline{P'P} + \overline{R'L},$$
$$\sin h = \overline{OP} \cos \varphi + \overline{PL} \sin \varphi;$$

dále jest:

$$\overline{OP} = \overline{OP''} = \overline{ON} \cos t = \overline{OU} \cos t = \cos \delta \cos t,$$
$$\overline{PL} = \overline{U'U} = \sin \delta$$

a tedy

$$\sin h = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos t. \tag{4}$$

Dále jest:

$$\overline{OK} = \overline{OP'} - \overline{KP'} = \overline{OP'} - \overline{R'P},$$

$$\cos h \cos A = \overline{OP} \sin \varphi - \overline{LP} \cos \varphi$$

a tedy:

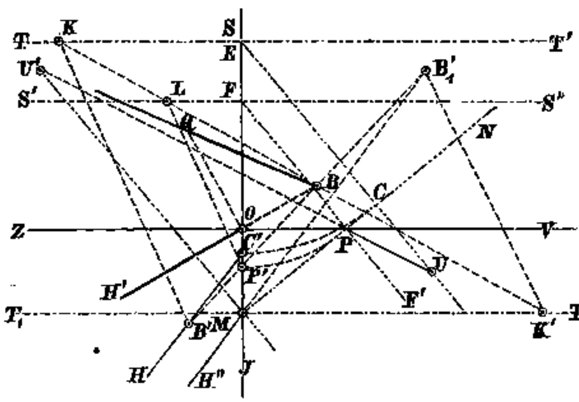
$$\cos h \cos A = -\sin \delta \cos \varphi + \cos \delta \sin \varphi \cos t. \quad (5)$$

Konečně jest:

$$\overline{BO} = \overline{H'K} = \overline{NP''},$$

$$\cos h \sin A = \cos \delta \sin t. \quad (6)$$

14. Podobně jako v odstavcích předešlých možno tuto úlohu také řešiti takto: Buďtež zase (viz obraz: 12.) $\overline{JS}$ směr jiho-severní, $\overline{ZV}$ směr západo-východní a O bod pozorování. V O ve výšce $\overline{OP}$ nad horizontem leží bod, který považujeme za střed paprsku.



Obr. 12.

Přeložíme-li teď okolo $\overline{JS}$ rovinu poledníkovou do roviny základní, tu obdržíme $\overline{MN}$ přeloženou osu světovou, a $\overline{FF'}$ přeložený průřez roviny rovníkové s rovinou poledníkovou. Budiž teď $\sphericalangle F'PU = \delta$ daná deklinace, a sice positivní. Libovolným bodem C osy světové položíme výpomocnou rovinu sečnou kolmo na osu světovou; tu protne tato paprsek $\overline{PU}$ v bodě U, a $\overline{SJ}$ v bodě E, podobně protíná $\overline{FF'}$ čáru poledníka $\overline{SJ}$ v bodě F.

Vedeme-li bodem E a F přímky rovnoběžně k $\overline{ZV}$, tu obdržíme trať roviny sečné $\overline{TT'}$ a přímku směrnou $\overline{S'S''}$. $\overline{EU}$ jest přeložený průřez roviny sečné s rovinou poledníka. Okolo přímky směrné přiložený bod P obdržíme v P', je-li $\overline{FP'} = \overline{FP}$, a podobně obdržíme okolo trati $\overline{TT'}$ přeložený bod C, je-li $\overline{EC'} = \overline{EC}$.

Budiž teď $\sphericalangle$ JC'H $= t$ daný úhel hodinový, a budiž $\overline{C'B'} = \overline{CU}$: tu obdržíme v bodě B' polohu pozorované hvězdy, odpovídající zvolené rovině sečné. Bodem B' vedeme libovolnou přímku $\overline{B'K}$, která protíná trať v bodě K. Bodem P' ku $\overline{B'K}$ rovnoběžně vedená přímka protíná přímku směrnou v bodě L. Spojíme-li K s L, tu protne tato přímka paprsek, jenž spojuje bod P' s bodem B', v bodě B. B jest pak bod v horizontu, pozorované hvězdě odpovídající. Bod B spojen s bodem O dá nám úhel $\sphericalangle$ JOH', hledaný azimuth.

Sestrojíme-li v O na $\overline{H'B}$ kolmici $\overline{OQ} = \overline{OP}$ a spojíme-li Q s B, obdržíme $\sphericalangle$ OBQ, hledanou výšku. Ale položíme-li výpomocnou rovinu sečnou bodem M, tu protíná paprsek deklinaci udávající rovinu sečnou v bodu U'. Bodem M k $\overline{ZV}$ rovnoběžně vedená přímka dá nám příslušnou trať, a je-li $\sphericalangle$ JMH'' daný úhel hodinový, $\overline{MB'_1} = \overline{MU'}$, obdržíme příslušný bod B'_1 vztahující se na novou rovinu sečnou. Vedeme-li bodem B'_1 přímku libovolnou $B'_1 K'$, protíná tato trať $\overline{T_1T'_1}$ v bodě K'; vedeme-li dále bodem P' ku $\overline{B'_1K'}$ přímku rovnoběžnou $\overline{P'L}$, a protíná-li tato přímku směrnou v bodě L, obdržíme, spojíme-li L s K', v průřezu s paprskem $\overline{P'B'_1}$ jako dříve v horizontu ležící bod B.

(Pokračování.)

O průměrové rovnici ellipsy.

Pro žáky škol středních napsal

Augustin Pánek.

Pokládáme-li sdružené průměry ellipsy za osy soustavy kosoúhlé a označíme-li délky sdružených poloměrů $\overline{OA} = a$, $\overline{OB} = b$, bude průsečník spojnic $\overline{LB}$ a $\overline{HA}$ bodem M ellipsy při podmínce vyjádřené relací

$$\overline{AL} \, . \, \overline{BH} = 2ab \, ,$$