

# Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

---

Bohuslav Pavlík

O ladičkovém generátoru

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 62 (1933), No. 4-5, R84--R86,R87--R90

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123895>

## Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1933

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

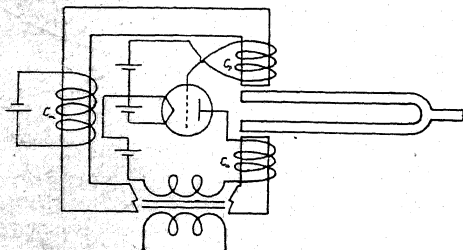
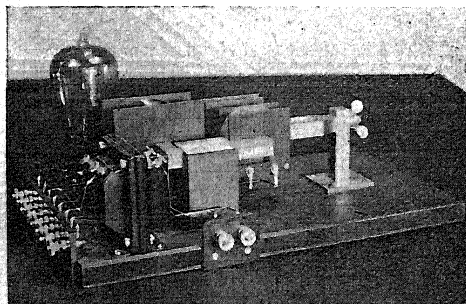


This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

## O ladičkovém generátoru.

Dr. Bohuslav Pavlík.

Velmi často potřebujeme zdroj střídavého proudu konstantní, po případě známé frekvence takový, aby křivka napětí byla co možná sinusová. Svrchu uvedeným požadavkům vyhovuje velmi dobře (jak patrné z oscilogramů) za vhodných podmínek ladičkový generátor. Ladičkového generátoru lze výhodně použítí místo obvyklých bzučáků; od 28. října m. r. vysílá Radiojournal pomocí



Obr. 1.

podobného generátoru časový signál. V dalším popíši velmi jednoduchý ladičkový generátor, kterého lze v praxi používatí jako zdroje střídavého proudu známé frekvence při měření rychlosti zvuku metodou Thiesenovou.

Popis přístroje. Schema zapojení je patrně z obr. 1. V anodovém kruhu elektronové lampy je cívka  $C_a$  (10.000 závitů), v mřížkovém kruhu cívka  $C_g$  (25.000 závitů). Obě jsou na společném jhu, jehož konstantní magnetisaci obstarává proud cívkou  $C_m$  a stejnosměrná složka anodového proudu, jdoucí cívkou  $C_a$ .

Anodový proud elektronové lampy lze dokonale ovládatí mřížkovým napětím. Aby naše zařízení bylo zdrojem netlumených

escilací, je nutno, aby stejnosměrný anodový proud byl zesilován rino zeslabován ve vhodném taktu, ve správné frekvenci a fázi o (pncip Meissnerův). Tuto funkci obstarává ladička.

Teorie. Aby výpočty byly jednodušší, budeme v dalším předpokládati, že mřížkový a anodový kruh jsou úplně uspořádány a že konstantní magnetická indukce (lze si mysliti, že je vzbuzena pouze anodovou cívkou) je daleko větší než střídavá.

Je-li vzduchová mezera tloušťky  $x$  mezi oběma póly magnetického prstenu velmi úzká, je síla, jíž jsou k sobě taženy oba póly

$$f = \frac{B^2 p}{8\pi}, \quad *)$$

kde  $p$  je plocha pólů (průřezu) a  $B$  indukce.

V magnetismu platí analogon zákona Ohmova v nauce o elektrickém proudu, totiž zákon Hopkinsonův. Z teorie elektrického proudu je známo, že intenzita proudu tekoucího elektrickým kruhem se spočte jako podíl elektromotorické síly a celkového odporu kruhu ( $I = E/R$ ; tento zákon Ohmův platí ovšem i pro kteroukoli část proudového kruhu).

Na magnetický prsten průřezu  $p$ , přerušený úzkou vzduchovou mezerou tloušťky  $x$ , je navinut stejnoměrně drát v  $N$  závitěch; jím protéká elektrický proud intenzity  $I_a$ . Tu jádrem i vzduchovou mezerou protéká jistý indukční tok. Pak platí zákon zcela analogický zákonu Ohmovu (zákon Hopkinsonův)

$$\text{magnetický (indukční) tok} = \frac{\text{magnetomotorická síla}}{\text{magnetický odpor}}$$

Magnetický odpor určité části magnetického kruhu analogicky jako elektrický odpor drátu je přímo úměrný její délce a nepřímo průřezu; faktor úměrnosti je  $1/\mu$ , kde  $\mu$  je permeabilita. Elektromotorickou sílu Ohmova zákona pak zastupuje ve vzorci Hopkinsonově síla magnetomotorická  $4\pi N I_a$ . Magnetická indukce  $B$  pak je indukční tok redukovaný na plošnou jednotku. Platí tedy konečně podle uvedeného zákona Hopkinsonova, označíme-li  $l$  střední délku magnetického kruhu,  $\mu$  permeabilitu železa

$$B = \frac{4\pi N I_a}{\frac{l-x}{\mu} + x} \quad (\text{permeabilita vzduchu} = 1).$$

Skládá-li se anodový proud  $I_a$  ze stejnosměrné složky  $i_0$  a střídavé  $i_a$ , síla  $f$  obsahuje konstantní složku  $f_0$  a střídavou  $F'$ . Předpokládáme-li, že  $i_a$  je velmi malé vůči  $i_0$ , platí

\*) Novák: Fysika II., 549, 1921.

$$f_0 + F' = \frac{\rho}{8\pi} \left( \frac{4\pi N}{l-x} \right)^2 (i_0^2 + 2i_0 i_a + i_a^2),$$

$$F' = \frac{4\pi N i_0}{\frac{l-x}{\mu} + x} \cdot \frac{N}{\frac{l-x}{\mu\rho} + \frac{x}{\rho}} \cdot i_a = \frac{B_0 N}{\mathfrak{R}_m} \cdot i_a.$$

Této síle podléhá jedno rameno ladičky; celková redukovaná hmotota podléhá tedy síle

$$F = \frac{2B_0 N}{\mathfrak{R}_m} i_a = A i_a,$$

kdež  $\mathfrak{R}_m$  značí reluktanci a  $B_0$  konstantní složku magnetické indukce.

Označme  $r$  efektivní mechanický odporový faktor ladičky,  $m$  její efektivní hmotu soustředěnou na konci ramen a  $S$  efektivní direkční sílu; pak platí pro vynucený pohyb „ladičky“ rovnice

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} + Sx = F = A i_a. \quad (1)$$

Předpokládáme-li, že  $F$  obsahuje čas pouze ve formě faktoru  $e^{j\omega t}$ \*, je patrné, že také partikulární integrál této rovnice bude obsahovat čas pouze v tomto faktoru; zavedeme-li tedy do rovnice pouze  $\frac{dx}{dt}$  těmito vztahy

$$x = \frac{1}{j\omega} \frac{dx}{dt},$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = j\omega \frac{dx}{dt},$$

plyne

$$mj\omega \frac{dx}{dt} + r \frac{dx}{dt} + S \cdot \frac{1}{j\omega} \frac{dx}{dt} = F,$$

$$\frac{dx}{dt} \cdot \left\{ r + j \left( \omega m - \frac{S}{\omega} \right) \right\} = F,$$

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{F}{r + j \left( \omega m - \frac{S}{\omega} \right)} = \frac{F}{\mathfrak{z}_m} = \frac{A}{\mathfrak{z}_m} i_a, \quad (2)$$

kdež

$$\mathfrak{z}_m = r + j \left( \omega m - \frac{S}{\omega} \right)$$

je mechanická impedance ladičky.

\*)  $j = \sqrt{-1}$ . R.

Nyní spočteme napětí vznikající v mřížkové cívice. Uvažme, že podle zákona Faradayova indukovaná elektromotorická síla se rovná změně indukčního toku plochou vodiče za časovou jednotku; jsou-li tedy obě cívky — anodová i mřížková — shodné, platí

$$e_g = e_{g_1} + e_{g_2}.$$

Prvé napětí vzniká v důsledku pohybu ladičky, druhé v důsledku změny anodového proudu, neboť obě cívky jsou vázány prostřednictvím jádra. Vzhledem k orientaci mřížkové cívky platí

$$\begin{aligned} e_{g_1} &= 2N \frac{d}{dt} \left( \frac{4\pi N I_a}{\frac{l-x}{\mu p} + \frac{x}{p}} \right) = 2N \frac{d}{dt} \left( \frac{4\pi N i_0}{\frac{l-x}{\mu p} + \frac{x}{p}} \right) = \\ &= 2 \cdot 4\pi N^2 i_0 p \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\frac{l-x}{\mu} + x} \right) \end{aligned}$$

$$e_{g_1} = -2 \cdot 4\pi N^2 i_0 p \frac{1}{\left( \frac{l-x}{\mu} + x \right)^2} \cdot \left( -\frac{1}{\mu} + 1 \right) \frac{dx}{dt}$$

$$e_{g_1} = -2 \frac{4\pi N i_0}{\frac{l-x}{\mu} + x} \cdot \frac{N}{\frac{l-x}{\mu} + \frac{x}{p}} \cdot \frac{dx}{dt} \left( 1 - \frac{1}{\mu} \right).$$

Označíme-li  $\frac{dx}{dt} = v$  a uvážíme-li, že  $\mu$  železa je velmi velké, platí

$$e_{g_1} = -Av = -\frac{A^2}{\delta m} i_a. \quad (3)$$

Dále

$$e_{g_2} = j\omega L_{12} i_a. \quad (3')$$

Tedy

$$e_g = -\left( \frac{A^2}{\delta m} - j\omega L_{12} \right) i_a.$$

Na mřížku vkládáme záporné předpětí, takže mřížkovým kruhem neteče proud. Pro celkovou impedanci v anodovém kruhu tudíž platí

$$\mathfrak{R}'_a = \mathfrak{R}_a + \frac{A^2}{\delta m} = \mathfrak{R}_a + \mathfrak{R}_m,$$

kdež  $\mathfrak{R}_a$  je vlastní elektrická impedance kruhu (ohmický odpor, ztráty v jádře, samoindukce),  $\mathfrak{R}_m$  značí ztráty v důsledku mechanických kmitů ladičky:

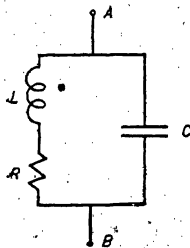
$$\Re_m = \frac{A^2}{r + j\left(\omega m - \frac{S}{\omega}\right)} \quad (4)$$

Náhradní schema pro  $\Re_m$ : Uvažujme kruh obr. 2. Platí

$$\Re_{A,B} = \frac{R + j\omega L}{j\omega C \left[ R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \right]}$$

Je-li  $R \ll \omega L$ , plyne

$$\Re_{A,B} = \frac{L}{C \left[ R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \right]} \quad (5)$$



Obr. 2.

Srovnáním výrazů (5) a (4) plyne, že jsou oba ekvivalentní, když

$$R = \frac{rA^2}{mS}, \quad L = \frac{A^2}{S}, \quad C = \frac{m}{A^2}.$$

Obr. 2 podává tedy náhradní schema ladičky v uvažovaném případě.

Určení frekvence generátoru. Přivádíme-li na mřížku triody střídavé napětí  $e_g$ , působí elektronová lampa v anodovém kruhu jako generátor elektromotorické síly  $e = \frac{e_g}{D}$  a vnitřního odporu  $\dot{R}_i = \frac{1}{SD}$ , který pracuje na vnějším odporu  $\Re'_a$ .  $S, D, R_i$  jsou známé konstanty elektronové lampy, splňující vztah Barkhausenův. Podle rovnice Helmholtzovy platí

$$\frac{e_g}{D} = -\frac{1}{D} \left( \frac{A^2}{\delta m} - j\omega L_{12} \right) i_a = -i_a \left( R_i + \Re'_a + \frac{A^2}{\delta m} \right). \quad (6)$$

Výraz (6) upravíme na tvar

$$\frac{A^2}{\delta m} = \frac{R_i + \Re'_a + \frac{j\omega L_{12}}{D}}{\frac{1}{D} - 1}. \quad (7)$$

Porovnáme-li imaginární části na obou stranách, obdržíme

$$\omega r L'_a + \left( \omega m - \frac{S}{\omega} \right) (R_i + R_a) = 0,$$

kde

$$L'_a = L_a + \frac{L_{12}}{D}.$$

Odtud

$$\omega = \sqrt{\frac{S}{m + rL'_a}} \doteq \omega_0 \left(1 - \frac{\Delta_m}{2\Delta_a}\right), \quad (8)$$

kdež

$$\Delta_m = \frac{r}{2m}, \quad \Delta_a = \frac{R_i + R_a}{2L'_a} \text{ a } \omega_0 = \sqrt{\frac{S}{m}}.$$

Srovnáním reálných částí plyne

$$\frac{A^2}{r} = \frac{R_i + R_a}{D - 1} \left[1 + \left(\frac{\omega L'_a}{R_i + R_a}\right)^2\right]. \quad (9)$$



Obr. 3. Oscilogramy napětí ladičkového generátoru.

1. Ladička  $f = 1000$  hertzů;  $I_{mg} = 42$  mA,  $e_g = -14,6$  v.
2. Ladička  $f = 435$  hertzů;  $I_{mg} = 80$  mA,  $e_g = -12,8$  v.
3. Ladička  $f = 1000$  hertzů;  $I_{mg} = 47,6$  mA,  $e_g = -14,6$  v.
4. Ladička  $f = 730$  hertzů;  $I_{mg} = 90$  mA,  $e_g = -29,2$  v.
5. Ladička  $f = 730$  hertzů;  $I_{mg} = 20$  mA,  $e_g = -24,5$  v.

Myslíme-li si, že  $L'_a$  je konstantní a  $R_i + R_a$  proměnné, má výraz  $A^2/r$  minimum, když

$$R_i + R_a = \omega L'_a;$$

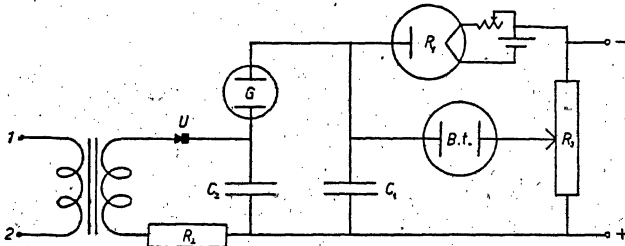
pak

$$\left(\frac{A^2}{r}\right)_{\min} = \frac{2(R_i + R_a)}{D - 1} = \frac{2\omega L'_a}{D - 1}.$$

Je-li  $\Delta_a \gg \Delta_m$ , je podle (8) frekvence generátoru blízko frekvence ladičky. Velký vzrůst odporů v anodovém kruhu zmenšuje podle (9) silový faktor  $A$ . Právě proto používají pro vysílání komorního a zesilovače, kde pomocí ladičky jsou vázány mřížka první lampy a anodový kruh druhé lampy. Výhodné je pro účely praktika upravit ladičku v generátoru tak, aby výsledný tón generátoru byl znám (na př. ladíme ladičku generátoru srovnáváním metodou rážů výsledného tónu s tónem normálním).

Jak byly získány oscilogramy. Připojené oscilogramy (obr. 3) byly získány pomocí známé Braunovy trubice. Elektroný, vysílané žhoucí katodou, jsou vrhány podél osy válcovité anody; procházejí polem dvou deskových kondenzátorů, jejichž pole jsou

navzájem a ke směru pohybu elektronů kolmá; konečně dospívají k fluorescenčnímu stínítku. Nejsou-li kondensátory nabitý, objeví se na stínítku světlý bod, který se změní v přímku, vložíme-li na jeden z kondensátorů střídavé napětí, na př. napětí, které chceme analyzovati. Vložíme-li také na druhý kondensátorek napětí, které ale bude stoupati lineárně s časem a pak téměř okamžitě klesne na nulu — což se bude díti ve frekvenci, jejímž násobkem je frekvence analysovaného napětí — provedli jsme časové rozvinutí křivky daného napětí. Poměrně jednoduché, třebaž ne docela přesné, je uspořádání používající doutnavé lampy, patrné z obr. 4 (ETZ 52, 78, 1931).  $U$  je usměrňovač,  $R_2 \doteq 50.000 \Omega$ ,  $R_3$  je poten-



Obr. 4.

ciometr  $2000-4000 \Omega$ ,  $C_1 \doteq 3000 \text{ cm}$ ,  $C_2 \doteq 10.000 \text{ cm}$ ,  $R_1$  je proměnný odpor, realizovaný diodou s wolframovým vláknem; pracuje se v oboru nasyceného proudu. *B. t.* je jedna dvojice desek kondensátoru Braunovy trubice (pro rozvíjení křivky podél časové osy). Kondensátor  $C_1$  se nabíjí přes diodu, neboť doutnavá lampa představuje prakticky nekonečně velký odpor. Nabíjecí proud kondensátoru  $i = C \text{ de/dt}$  je konstantní a tedy napětí  $e = It/C$  stoupá úměrně s časem. Dostoupí-li napětí na kondensátoru  $C_1$  hodnoty zažhacího napětí doutnavé lampy, vybijí se kondensátor  $C_1$  velmi rychle přes tuto lampu. Klesne-li napětí na kondensátoru pod hodnotu zhašecího napětí, počne se kondensátor  $C_1$  opět nabíjetí a děj se opakuje. Celé zařízení se opírá o fakt, že doutnavá lampa se zažhává při vyšším napětí, než při kterém výboj v ní ustane. Analysované napětí se vkládá jednak na jednu dvojici desek Braunovy trubice, jednak na svorky 1, 2, aby se dosáhlo trvalé synchronisace. Že synchronisace je dobrá, je patrné z obr. 3, kde expoziční doba oscilogramů byla asi  $1\frac{1}{2}$  až 2 minuty.

Přístupné prameny: Jhb. d. d. Tel. 32, 116; 1928. Phys. Rev. 17, 535; 1921. Proc. Phys. Soc. 33, 24; 1925. Proc. Royal Soc. 103, 240; 1923. ETZ 52, 78, 1931. Arch. f. El. 22, 459, 1929. Jhb. d. d. Tel. 34, 207, 1929.