

Úlohy

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 24 (1895), No. 1, 76--80

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123864>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1895

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

číslo n , neb součin dvou činitelův o společném děliteli, který ovšem v čitateli obsažen není. V těchto případech rozvedeme zlomek na součin dvou zlomkův a, prodloužíce v obr. 2. rovnoběžky na levo od AC, počínáme si takto: Je-li dán zlomek

$$\frac{20}{49} = \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{7}, \text{ najdeme napřed } \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot (5)}{7 \cdot 2}, \text{ nanese } \text{tuto}$$

hodnotu na prodlouženou rovnoběžku 7. a spojíme mezní její bod Z_1 s bodem A. Spojnice Z_1A utne od prodloužené rovnoběžky 4. část $\frac{5}{7} \cdot \frac{4}{7}$.

$\frac{21}{50} = \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{5}$. Tu nanese úsečku $\frac{7}{10} = \frac{3 \cdot (7)}{10 \cdot 3}$ na prodlouženou rovnoběžku 5. a utneme přímkou Z_2A , vedenou z jejího mezního bodu Z_2 k A, na prodloužené rovnoběžce 3. hodnotu $\frac{7}{10} \cdot \frac{3}{5}$.

3. Podobně si vypomůžeme vedlejším výkresem, hledající hodnotu zlomku, jehož jmenovatelem jest součin více než dvou čísel, nelze-li zlomek rozložit na součet neb rozdíl dvou zlomků, jichž jmenovateli by byly součiny jen dvou čísel paprskových.

(Dokončení.)

Úlohy.

Úloha 1.

Řešiti rovnici

$$\log 5^2 \sqrt[3]{x} - \log 5^3 \sqrt[6]{x} = 2 - \log 4.$$

Prof. A. Strnad.

Úloha 2.

Řešiti soustavu rovnic

$$\begin{aligned} 4 \cdot 3^{x+1} - 5 \cdot 2^{y+3} &= 164 \\ 5 \cdot 3^{2x-3} + 4 \cdot 2^{2y-1} &= 187. \end{aligned}$$

Tyž.

Úloha 3.

Při kterých celistvých hodnotách x , y jest

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{x+y}{a+b} ?$$

Prof. A. Strnad.

Úloha 4.

Do koncertu prodáno 475 vstupenek za 424 zl. Sedadlo I. třídy stálo 1·60 zl., sedadlo II. třídy 1·10 zl. a místo k stání 50 kr. Kolik bylo kterých vstupenek, prodáno-li sedadel jen o málo více než míst k stání?

Týž.

Úloha 5.

Najítí dvě celá čísla, jichž průměr arithmetický jest o n větší než geometrický.

Týž.

Úloha 6.

Ve kterých dvou pravidelných mnohoúhelnících jsou velikosti vnitřních úhlů v poměru počtu vrcholů?

Týž.

Úloha 7.

Součet odvěsen pravouhlého trojúhelníka jest 35 *cm*, výška příslušná k přeponě má 12 *cm*. Které jsou strany trojúhelníka?

Týž.

Úloha 8.

V trojúhelníku jest jedna strana 65 *cm*, výšky příslušné k druhým stranám jsou 60 *cm* a 56 *cm*. Ustanoviti obsah trojúhelníka.

Týž.

Úloha 9.

Vyšetřiti povahu kořenů rovnice

$$\frac{x}{x-1} - \frac{x-1}{x} = a.$$

Prof. A. Strnad.

Úloha 10.

Z 5ti samohlásek a 19ti souhlásek kolik lze utvořiti slov, v nichž tři souhlásky střídají se se dvěma samohláskami?

Týž.

Úloha 11.

V trojúhelníku ABC vedena příčka A_1B_1 procházející středem kružnice vepsané rovnoběžně k půdici $AB = C$. Oč jest obvod trojúhelníka A_1B_1C menší než obvod trojúhelníka ABC? Kterak lze sestrojiti trojúhelník A_2B_2C , jehož obvod jest o týž rozdíl větší než obvod trojúhelníka daného?

Prof. V. Jellinek.

Úloha 12.

Dány jsou trojúhelníky podobné, jichž plochy jsou $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$. Sestrojiti trojúhelník jim podobný, jehož obvod rovná se součtu obvodů trojúhelníků daných, a ustanoviti jeho plochu P.

Týž.

Úloha 13.

Sestrojiti pravouhlý trojúhelník, jehož přepona dělena jest dotčným bodem vepsané kružnice na části dané c_1 a c_2 .

Týž.

Úloha 14.

V trojúhelníku ABC, pravouhlém při C vedeny příčky $CD \perp AB, DM \perp BC, DN \perp AC$. Sestrojiti trojúhelník, dáno-li

$$BM = m, \quad AN = n.$$

Týž.

Úloha 15.

Do dané kružnice sestrojena jest strana vepsaného pravidelného trojúhelníka, čtyřúhelníka a šestiúhelníka. Do obou úsečí, každou z těchto stran vzniklých, vepsány kružnice, které se ve spolek v středu příslušné strany dotýkají. Jak se má součet s_3 prvních dvou kruhů k součtu s_4 druhých a k součtu s_6 třetích kruhů?

Prof. V. Jelínek.

Úloha 16.

Paprsek, který rozděluje úhel γ trojúhelníka ABC na části $\gamma_1 + \gamma_2 = \gamma$, půlí protější stranu, jest-li

$$\sin \gamma_1 : \sin \gamma_2 = \sin \alpha : \sin \beta. \quad \text{Tyž.}$$

Úloha 17.

Do kruhu poloměru r vepsati rovnoramenný trojúhelník, jehož půdice s výškou mají součet $3r$.

Prof. A. Strnad.

Úloha 18.

Řešiti trojúhelník, dáno-li

$$a^2 + b^2 = 113, \quad c = 13, \quad \gamma = 120^\circ. \quad \text{Tyž.}$$

Úloha 19.

Dvě strany trojúhelníka a jimi sevřený úhel dány jsou rovnicemi

$$a + b = 26, \quad a + b \cos \gamma = 24, \quad a + b \sin \gamma = 17.$$

Který jest povrch a obsah tělesa vznikajícího otočením tohoto trojúhelníka kolem třetí strany? Tyž.

Úloha 20.

V širém poli stojí strom, jehož vrchol spatřuje se od severu v úhlu výškovém $30^\circ 18'$; pokročíme-li o $25\frac{1}{4} m$ na západ, užíme jej v úhlu $19^\circ 35'$. Která jest výška stromu? Tyž.

Úloha 21.

Ve sférickém trojúhelníku rovnoramenném dána jest půdice b , jejíž $\cos b = 1/3$ a výška $v = 45^\circ$. Vypočítati jeho obsah.

Prof. A. Strnad.

Úloha 22.

Kolikátý asi díl oblohy můžeme zřetelně přehlednouti upřeným okem, je-li úhel zorného kužele 40° ?

Týž.

Úloha 23.

Ustanoviti obsah tělesa, které vznikne, když se kolem osy X otočí trojúhelník omezený přímkami

$$x - y + 3 = 0, \quad 2x + y - 18 = 0, \quad x + 2y - 12 = 0.$$

Týž.

Úloha 24.

V kružnici dán průměr \overline{ab} ; které jest geom. místo bodu m , jehož mocnost ke kružnici rovná se obsahu trojúhelníka abm ?

Týž.

Úloha 25.

Ohniskem paraboly $y^2 = 2px$ prochází sečna, protínající křivku v bodech (x_1, y_1) , (x_2, y_2) . Dokázati, že

$$\frac{y_1 y_2}{x_1 x_2} = -4.$$

Prof. V. Jellinek.

