Franz Müller

Grafické řešení některých úloh sférické astronomie. [III.]

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 24 (1895), No. 5, 313--316

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123847

Příloha k Časopisu pro pěstování mathematiky a fysiky.

Grafické řešení některých úloh sférické astronomie.

Napsal

František Müller,
professor české vysoké školy technické v Praze.

(Dokončení.)

15. *Křivky stínové.* Máme-li bod P, ležící ve výšce $\overline{OP}$ nad bodem O a spojíme-li bod P s hvězdou H, tu paprsek $\overline{HP}$ protíná rovinu horizontální bodem O položenou v bodě H', který bod H' nazýváme stinným bodem nebo stínem bodu H.

Název stín jest odůvodněn tím, že, je-li paprsek z H vycházející světelný a dosti intensivní, pak bod H' na rovině horizontální označen jest stinným bodem ve smyslu fysickém. Při slunci jest to skutečně tak, a také při některých jiných svítících hvězdách za příznivých okolností možno fysický stín pozorovati. Body H a H' jsou tedy v témže poměru k sobě jako body v rovině sečné a základní ležící. (Úvahy v odstavcích 1.—8.) Bod stinný H bude *skutečným, reelním*, vychází-li paprsek světelný od bodu H, prochází-li bod P, a protíná-li rovinu horizontální, je-li tedy výška bodu positivní, nebo leží-li bod H nad horizontem pozorovatelovým. Kdyby však bod H ležel pod horizontem pozorovatelovým, t. j. kdyby výška jeho byla negativní, tu body H a H' budou na téže straně paprsku $\overline{HP}$ od bodu P a stín H' nemá fysického, reelního významu, pouze význam theoretický, formální; takový stinný bod nazýváme pak *virtuelním*.

Otočením země okolo své osy tělesa nebeská se stálou deklinací na obloze nebeské opisují okolo točen světových (t. bodův, kde zdánlivě osa zeměkoule protíná oblohu nebeskou) kruhy, které považovati můžeme za křivky vedoucí ploch kuželových. Také nepatrné změny deklinace slunce za jednoho dne můžeme pro grafickou konstrukci nedbati, takže co zde uvedeme, také platí pro dráhu slunce. Pol (střed) plochy kuželové bude především uvedený bod P. Tato plocha kuželová protíná rovinu horizontální v křivce, která obsahovati bude všecky body stínové pro každou jednotlivou polohu svítícího bodu H.

Kruhová dráha každého tělesa nebeského (stálice a s uvedeným obmezením také slunce) leží buď celá nad horizontem nebo pod ním (*hvězdy cirkumpolární*), nebo protíná zdánlivý horizont pozorovatelův (*hvězda vychází a zapadá*). Část dráhy, která leží nad horizontem, nazývá se *obloukem denním*, a která leží pod horizontem, *obloukem nočním*. Křivka stinná každé hvězdy bude tedy kuželosečkou, a sice jest to pro hvězdy cirkumpolární *ellipsa*, a to ellipsa reelní, leží-li celá dráha nad horizontem, nebo virtuelní, je-li celá dráha pod horizontem. Přechod ku hvězdám, které vycházejí a zapadají, jsou hvězdy, jejichž kruhová dráha se dotýká horizontu. Křivka stinná takových hvězd bude *parabola*, a sice reelní nebo virtuelní, dle toho, je-li dráha nad horizontem nebo pod ním. Stinná křivka hvězd, které vycházejí a zapadají, jest konečně *hyperbola*, a bude reelní větev hyperboly odpovídati oblouku dennímu, a virtuelní větev oblouku nočnímu dráhy hvězdy pozorované. Co se týče některých theoretických poznámek stran bodu a doby, kdy nějaká hvězda vychází a zapadá, použijeme vzorce (1α) a (2α), bude totiž

$$\sin\delta = \sin\varphi \sin h - \cos\varphi \cos h \cos \mathrm{A},$$
$$\sin h = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t.$$

Pro východ a západ bude $h = 0$, $\mathrm{A} = \mathrm{A}_0$, $t = t_0$ a jest tudíž

$$\sin\delta = -\cos\varphi \cos \mathrm{A}_0,$$
$$0 = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t_0$$

nebo

$$\cos \mathrm{A}_0 = -\frac{\sin\delta}{\cos\varphi}, \tag{3}$$
$$\cos t_0 = -\operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\delta. \tag{4}$$

Rovnice (4) znamená úhel hodinový, v kterém hvězda vychází, a ježto $\cos(+\alpha) = \cos(-\alpha)$, což znamená, že absolutní hodnota úhlu hodinového pro východ a západ jest stejná: jest t_0 pro západ, a $(24^h - t_0)$ nebo $-t_0$ pro východ.

Polární výšku φ pokládáme pro severní polokouli jako positivní, a bude pak, pro positivní δ, absolutní hodnota $t_0 > 90^0$ a pro negativní δ, $t_0 < 90^0$. Pro $\delta = 0$ jest $t_0 = 90^0$. Jelikož konečně $\cos t_0$ číselnou hodnotu 1 překročiti nemůže, jest maximální hodnota pro δ dána vzorcem $tg\,\delta = \pm \cot \varphi$, nebo $\cos t = \mp 1$.

V prvním případu jest $\varphi + \delta = 90^0$, a $\cos t_0 = -1$, t. j. úhel hodinový, v kterém se dráha hvězdy dotýká horizontu, jest $12h$. Této relaci $\delta = 90^0 - \varphi$ musí odpovídati deklinace hvězdy, aby její dráha nad horizontem ležící tangovala horizont. Křivka stinná v tomto případě bude parabola, a to reelná.

Je-li $+\delta > (90 - \varphi)$, tu bude celá dráha nad horizontem a křivka stinná bude ellipsou reelní. Budiž však

$$tg\,\delta = -\cot g\,\varphi, \text{ pak jest } \cos t_0 = +1 \text{ a } (-\delta) + \varphi = 90^0;$$

je-li tedy deklinace negativní a doplňuje-li její numerická hodnota polární výšku na 90^0, pak jest celá dráha hvězdy pod horizontem. Horizont tanguje v úhlu hodinovém $t_0 = 0$, t. j. v meridianu na jih, a křivka stinná jest parabola virtuelní. Je-li zase $(-\delta) > +\varphi$, pak jest také celá dráha tělesa nebeského pod horizontem a křivka stinná jest ellipsou.

Ze vzorce (3) možno pak souditi:

Z příčiny jako dříve, ježto $\cos(+A_0) = \cos(-A_0)$, plyne, že azimut i jak bodu východu tak bodu západu mají stejnou velikost absolutní.

Jest totiž pro západ: A_0 a pro východ $(24^h - A_0)$ nebo $-A_0$.

Pro positivní δ jest numerická hodnota pro A_0 větší nežli 90^0 nebo 6^h, pro $\delta = 0$ jest $A_0 = \pm 90^0 = \pm 6^h$ a pro negativní hodnotu δ jest $A_0 < 90^0$, menší nežli 6^h.

Dále obdržíme pro nejkrajnější možnou hodnotu pro východ a západ hvězdy $\sin \delta = \cos \varphi$ nebo $\delta + \varphi = 90^0$, jest pak $A_0 = 12^h$, dráha celá jest nad horizontem, body východu a západu padnou dohromady, to jest zdanlivá dráha tanguje horizont v severu meridianu. Křivka stinná jest parabola reelní ($t_0 = 12^h$). Je-li ale δ negativní a $(-\delta) + \varphi = 90^0$, jest $A_0 = 0$; také zde padnou body východu a západu na jih v meridianu dohromady. Dráha hvězdy leží celá pod horizontem a tanguje pouze horizont, křivka stinná jest parabola virtuelní. Je-li ale číselná hodnota *cos* A, menší nežli jednotka, tu bude křivka stinná hyperbolou, a jest azimut východu a západu uvedeným vzorcem určen.

Úlohy.

Úloha 28.

Řešiti jest rovnici

$$x^5(x-1)+\frac{1}{x}=1.$$

Řešení. (Zaslal p. *Jiljí Jahn*, stud. VII. tř. r. na Malé Straně v Praze.)

Rovnici danou lze psáti též v podobě

$$x^6(x-1)=x-1;$$

rozpadá se tudíž v rovnice

$$x-1=0, \qquad x^6-1=0.$$

První z nich má kořen

$$x_1=1;$$

druhou pak lze rozložiti na

$$(x^3-1)(x^3+1)=0.$$

Je-li $\qquad x^3-1=0$

čili $\qquad (x-1)(x^2+x+1)=0,$

obdržíme kořeny

$$x_2=1, \qquad x_{3,4}=\frac{-1\pm i\sqrt{3}}{2};$$

je-li však $\qquad x^3+1=0$

čili $\qquad (x+1)(x^2-x+1)=0,$

obdržíme kořeny

$$x_5=-1, \qquad x_{6,7}=\frac{1\pm i\sqrt{3}}{2}.$$