

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

František Kaňka

O silovém akustickém poli. [VII.]

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 41 (1912), No. 2, 181--203

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123843>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1912

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

proudění plynu. Obrácenou úměrnost D s tlakem dokázal *Salles* nově v mezích 760 až 1300 *mm* rtuti.

§ 46. Srovnáme-li koeficienty diffuse iontů s koef. diffuse plynů (na př. vzduch — CO_2 0·134, H_2 — vzduch 0·634 $\frac{cm^2}{sec}$), vidíme, že u iontů jsou daleko menší. Jen u některých par jsou téhož řádu (ether — CO_2 0·0552, isobutylamid — CO_2 0·0305).

Kdyby ionty sestávaly z jediné molekuly plynové nábojem opatřené, musely by dle kinetické theorie plynů býti jejich koeficienty diffuse daleko větší, na př. pro H_2 asi 1·2, CO_2 0·092, O_2 0·17. Z této okolnosti, jakož i z poměrně malé pohyblivosti iontů plyne, že jsou agregátem několika molekul, dle přibližné úvahy *Thomsonovy* (Cond. of el. str. 75.) tři až čtyř.

Dle práce *Mc Clellandovy* (Cambr. Phil. Soc. Trans. 10, 241. 1899) závisí koeficienty diffuse iontů v plamenových plynech podobně jako jejich pohyblivosti velmi značně na teplotě plamene a vzdálenosti iontů od něho. Snížením teploty se velmi značně rychlost diffuse zmenší. Z toho je patrné, že se agregaty ion tvoří z uvedených příčin značně mění.

(Dokončení.)

O silovém akustickém poli.

Rozšířená přednáška o IV. sjezdu přírodovědců a lékařů českých v Praze, r. 1908.

Napsal **František Kaňka**, professor v Praze.

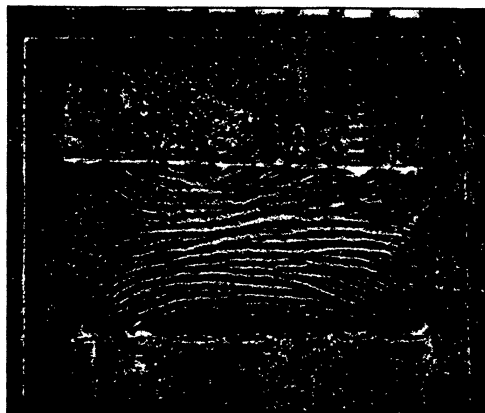
(Dokončení.)

Podobným způsobem vzniká elektromagnetické pole v solenoidu. I zde jsou základní osová pole v téže řadě okolo průsečíků, v nichž se sekou závity s rovinou, stejnosměrná, v protilehlých řadách vzájemně však protisměrná. Uprostřed mezi oběma řadami vzniká též pouhým přiřazením siločar pole stejnosměrné.

Dle této shody vzniku a tvaru pozorovaného pole akustického s elektromagnetickým nazveme je akustickým polem solenoidovým.

Intensita solenoidového pole elektromagnetického roste s počtem závitů; intensity solenoidového pole akustického přibývá s počtem reson. trubic, jak ukazuje obr. 10.

K obr. 10. bylo užito sedmi reson. trubiček hlavních a osmi trochu užších krytých reson. trubiček vedlejších. Obě řady trubic, jejichž ústí jsou od sebe $3\frac{1}{2}$ cm vzdálena, mají vzájemnou polohu sousou, a jsou umístěny před touž rozkmitnou. Na obrazi lze viděti obrysy zachycené krycí sesilovací desky čtvercové o straně 8,5 cm, jíž jsem při tom užil.

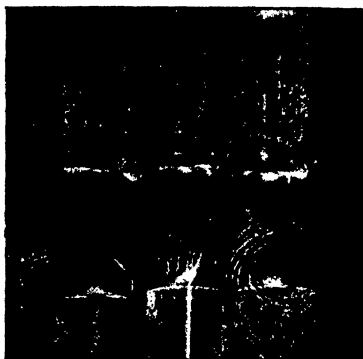


Obr. 10.

Vzniklá polosolenoidová pole před oběma řadami reson. trubek se spojila na mohutné pole solenoidové, jehož intenzitu lze posouditi dle hojného množství rozvířených pilin.

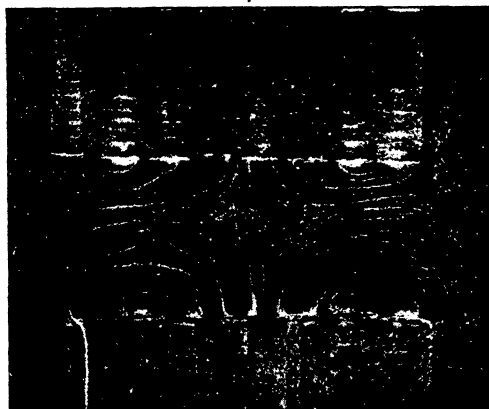
2. Proti sousedním rozkmitnám. — Tři kryté reson. trubky jsou souose položeny se třemi trubkami hlavními před sousední rozkmitny, tak že uzlina sklenice míří k prostřední trubce (obr. 11.).

U krajních trubic hlavních utvořila se osová protisměrná pole; kolem čáry doteku prostřední hlavní trubice nakupila se protitlaky přímá, ostře ohraničená hromádka pilin. Protože si vedlejší trubice uchovaly části svých osových polí, lze v tom shledávati odpuzení protilehlých polí základních



Obr. 11.

Značně mohutnější pole tohoto druhu si pořídíme, užijeme-li seskupení řad trubic takového, jako k obrazci 10., a stojíme-li znějící sklenici uzlinou proti trubce prostřední (obr. 12.).



Obr. 12.

Část pole, kterou vytvořila resonance vedlejších trubic krytých, jest souměrná s polem trubic hlavních dle dvou os na sobě kolmo stojících.

Tvar celého složeného pole budí mimoděk představu o ozvěně neb o obraze v rovinném zrcadle.

B. Vírná indukce a polarita v mnohoosých polích.

1. Každá reson. rozborná trubice, do akust. pole vložená, má strany, k nimž se akust. víry přimykají, opačně upólené (část II. e), 2.). Totéž platí o stranách celé řady reson. trubek, jež vytvářejí polosolenoidová neb úplně solenoidová pole, nebo zastupují celé rozkmitané stěny, tak že, označíme-li polaritu jejich stran znaménky vztahu, obdržíme řadu, po případě řady střídavých znamení: $- + - + - +$ atd. Tím přicházíme k analogii elementárných magnetků trvalého magnetu.

Avšak z ústí všech těch rozborných reson. trubíc šíří se vírné prstence se svými osobitými vlastnostmi, s kroužením proti téže rozkmitně stejnosměrným, proti sousedním rozkmitnám protisměrným, jež dle zákonů akustickodynamických skládají druh akust. polí takového vzhledu, jaký má pole trvalého magnetu.

Tím jsme dospěli k období Ampère-ovy theorie magnetismu: Magnet (normální) se skládá z molekulových magnetků, jejichž magnetičnost jest způsobena elementárními elektrickými proudy, které obíhají rovnoběžně a stejnosměrně kolem molekul.

I protisměrnost kroužících proudů se vyskytne u abnormálních magnetů.

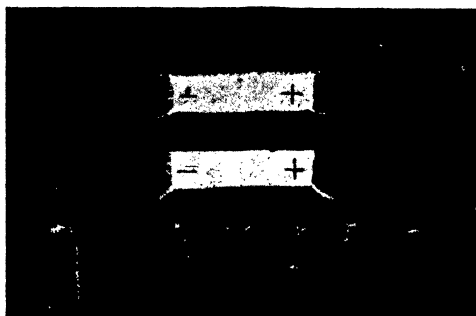
Užijeme-li zkušebných sbíhavých hranolků (část I. obr. 11. a 12.) a prozkoumáme-li jimi pole před rozkmitnami i před trvalým magnetem, pošnujíce je od dílku k dílku po celé délce pozorovaných útvarů, nabudeme poznatku, jenž platí pro oba různorodé úkazy společně: Pokud oba hranolky obkružují týž pól neb uzal, t. j. pokud jsou oba ovládány silokřivkami z téhož pólu neb uzlu vycházejícími, potud jest vedlejší pole mezi hranolky *rozpjité* a na sebe působící póly hranolků jsou *souhlasné*; podléhají-li oba hranolky silokřivkám, nalézajícím se současně uvnitř obou pólů nebo uzlů, je vedlejší pole *spojité* a póly hranolků na sebe působící jsou *protivné*.

Těmito zkušebními hranolky jest zároveň prokázáno, že jest přípustno pokládati i jednotlivé dílky rozkmitny — jako zdroje pole mnohoosého — za opačně akusticky upólené, a že ve znějících stěnách sklenice vládnu polaritní poměry úplně takové, jako v tyči trvalého magnetu, t. j. vrchol rozkmitny odpovídá místu indifferentnímu a uzly zastupují póly.

Tyto výsledky doplňují úvahy části I. v statích *A.* a *D.* uvedené.

2. Mnohoosá pole, poněvadž vzešla souborem z elementárních polí kroužkových, jsou s poli jednoosými a dvojosými equivalentní vzhledem k tělískům do nich kladeným.

Na obr. 13. lze pozorovati působení pole mnohoosého na dva rovnoběžné korkové hranolky, jež umístěny byly do stejnolehlosti se silokřivkami.



Obr. 13.

Indukce a opačná polarita se jeví připoutanými siločarami ke koncům každého hranolku; roztrídění polarity na obou hranolcích lze posouditi dle vzniklých nových dvou polí rozpojitých. Konce, jež způsobují pole rozpojité, mají souhlasnou polaritu; pročež, označíme-li polaritu levých konců znameními zápornými, budou příslušet polaritě pravých konců znaménka kladná.

Z obrazce je zároveň patrné, že mezi rovnoběžnými, stejnolehle s akust. silokřivkami položenými hranolky není akust. pole; všechny siločáry jsou sebrány, takže se mezi hranolky nejeví akustická energie (srovn. s částí I. obr. 10.).

3. Sekou-li dva rovnoběžné hranolky siločáry akust. mnohoosého pole (obr. 14.), naznačí homogenní, mezi hranolky vzniklé nové pole spojité (srovn. s částí I. obr. 10.), opačnou polaritu stěn protilehlých; i jest polarita tak roztríděna, že jsou pravé strany hranolků kladné, jsou-li levé záporně akusticky upóleny.

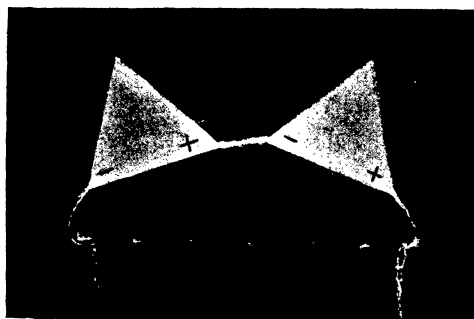
Snahou virů vůbec: stavěti se kolmo k stěnám těles, kroužením částíček kolem vírné osy (siločáry) se rozšiřovati a tím

se zkracovati, lze vysvětliti vzpřímení se akust. vírů mezi rovnoběžnými stěnami.



Obr. 14.

4. K obr. 15. jsem užil dvou trojbokých hranolů z korku. Způsob, kterým původní obloukově klenuté mnohoosé pole oběma hranoly bylo přetvořeno, objasňuje rozřídění na nich polarity.



Obr. 15.

Spojité pole mezi protilehlými rohy vyžaduje jejich opačnou polaritu. Mohutné trsy na rozích a změna polohy vypukliny, které nabyla část silokřivek mezi hranoly a řadou reson. trubic, dává zprávu o úsilí, s jakým se děje kolmé přisávání se akust. vírů ke stěnám.

5. Podobné pokusy o polaritě možno konati i s poli solenoidovými, jakkoli vytvořenými.

C. Některé zvláštní případy solenoidových polí.

a) Řadu krytých vedlejších trubiček (obr. 12.) lze nahraditi resonanční dutinou, jež se zřídí podlouhlou skleněnou deštičkou a přiměřenou korkovou podložkou tak, aby hloubka dutiny se vyrovnala délce dutiny kryté reson. trubice. Pole jest velmi mohutné.

b) Odtud lze učiniti pouze krok k upotřebení desk určitých rozměrů na zesílení původního akust. pole, jichž skoro u všech svých pokusů o akust. poli s velkou výhodou užívám (srovn. s částí II. *B.*, *b*) a s částí III., *c*), β). I takto zesílené pole jest solenoidové, na němž bývá viděti smáčknutí, které způsobily tísnící se a odpuzující se vírné trubice.



Obr. 16.

Kladu sem obr. 16., na němž zříme, jak osové pole reson. hlavní trubice bylo doplněno na solenoidové krycí skleněnou kruhovou ($2r = 11.5 \text{ cm}$) deskou (srovn. s částí II. obr. 1. a 2.).

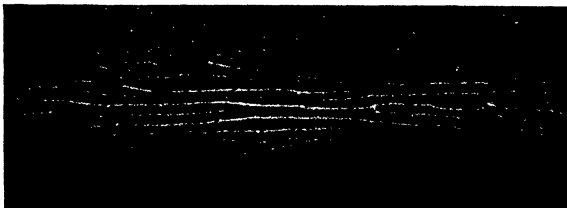
c) Silová solenoidová pole pod stěnami sklenice, zvonku a desky Chladního.

1. Dejme podélné ose válcové sklenice polohu vodorovnou a stočme uzlinu sklenice nad vodorovnou desku, poprášenou kor-

kovými pilinami. Tvar pole, který obdržíme pod uzlinou, jest z části podán obrazem 17., délka celku rovná se straně válce.

Kterak si vznik tohoto tvaru vysvětlíme?

Již na počátku I. části stati *A.* tohoto pojednání jsem poznamenal, že mne na tvar akust. pole uvedlo pátrání, jak by bylo lze zachytiti vzdušné víry, jimiž Faraday vyložil zjev Savartových obrazců na Chladniho desce. Dospěl jsem tím k obr. 1. části I. Ve stati *B., a)* téže části pojednávám o *prostornosti* akust. pole před rozkmitnou, neboť se jeví na každé vodorovné rovině po celé délce strany skleněného válce. Dále jsem ukázal v téže stati *B. a* článku *b)*, jak lze obloukové pole *změnit* ve tvar *paprskovitý* neboli *vzpřímít*.

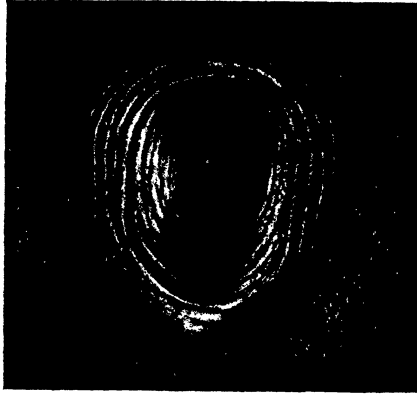


Obr. 17.

Toto *vzpřímení* hustých, do prostoru prýštících vírů nastane po celé délce a po obou stranách svislé uzliny mezi dvěma sousedními rozkmitnami, přistavíme-li do dostatečné blízkosti proti uzlině pevnou stěnu. Týž úkaz se samozřejmě zopakuje, dáme-li uzlině i pevné stěně polohu vodorovnou. Tím jsme na obou stranách uzliny několika řad paprskovitých vírných trubíc, jejichž krouživé pohyby jsou po téže straně stejnoměrné, na opačných stranách však navzájem protisměrné. Po každé straně uzliny jsou výsledkem akustickodynamického působení, kterému podléhají elementární kroužení, pole polosolenoidová, jež se k sobě přiřadí ve společné pole solenoidové. Tím jest vznik obr. 17. vysvětlen.

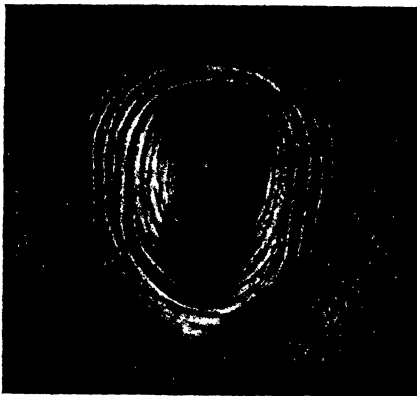
2. Upevníme-li skleněný zvon ($2r = 12.8 \text{ cm}$) na stojanu tak, aby jeho uzliny měly polohu vodorovnou, a podložíme-li pod rozkmitnu desku posypanou prachem z korku, obdržíme

akust. pole, jež je složeno ze souběžných v sebe uzavřených vírných trubic (obr. 18.).



Obr. 18.

Z prostředku jest prach smeten a uvrstven na akust. čarách, jež náležejí polí solenoidovému.



Obr. 19.

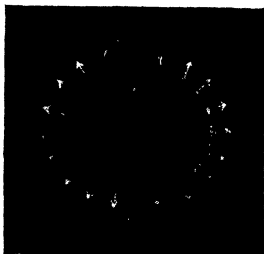
Že jsou tyto čáry nahrnuty vírnými trubicemi, bude možno usouditi z pokusu následujícího.

Snižme zvon k poprášené tabulce tak, aby se uzlinou jemně dotýkal prachu. Spatříme obr. 19., na němž jsou oboje

pole pod sousedními rozkmitkami i společný útvar pod uzlinou. Tento společný útvar vyznamenává se zvláštním novým úkazem: Na obou koncích dotykové čáry děje se živý pohyb pilin ne nepodobný šlehajícím plaménkům; vybíhaje rozbíhavě ze společné části, zdá se na každé polovině proti sobě postupovati.

V části III. A., a), b) byla již učiněna zmínka o otáčivých pohybech stejnosměrných a protisměrných, jež byly pozorovány na kouscích ze sítiny v složených polích dvojosých spojitých a rozpojitých.

Těmito pohyby dal by se snad vysvětliti pozorovaný úkaz na jediném konci dotykové vrstvy, ale ne pohyby pod rozkmitnou proti sobě směřující.



Obr. 20.

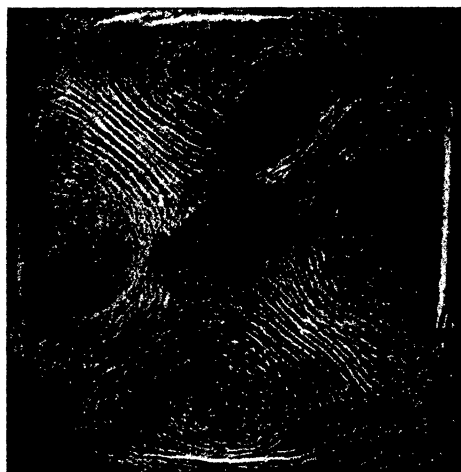
Snažil jsem se tento úkaz objasniti následujícím způsobem: Dle dosavadních mých pokusů není pochyby, že všechny druhy akust. polí byly vytvořeny vírnými (prstencovými) trubicemi. Napodobil jsem tedy dvě polovice vírného prstence z trubiček skleněných a promítl jsem je na citlivou papírovou desku (obr. 20.), aby bylo snáze možno o směru krouživých pohybů uvažovati.

A skutečně šipky, které značí směr krouživých částiců okolo vírné osy prstence, na obou sblížených koncích poloprstenců v místech a), b) z pole různými směry vybíhají a na jednotlivém poloprstenci víc a více — od obou konců sledováno — k sobě se nachylují; tak že, představíme-li si několik soustředných prstenců, budou stejnoběžné krouživé pohyby — od místa a nebo b pozorováno — v pohyby postupné zdánlivě se měniti, a taktéž se bude zdáti, že částičky korku od míst a a

b na poloprstencích proti sobě postupují. To by pak souhlasilo s pokusem dle obr. 19.

Pravděpodobno jest, že obr. 19. vznikl z dvou pásem poloprstenců, které se svými konci o dotykovou stěnu zvonu opírají.

Nadzvedneme-li trochu zvon (asi o 3 mm), sevrou se obě pásma poloprstenců v pásma prstenců úplných, a mezi nimi, zvonu pod uzlinou, vytvoří se pěkné pole solenoidové. Onen pohyb není však již pozorovati.



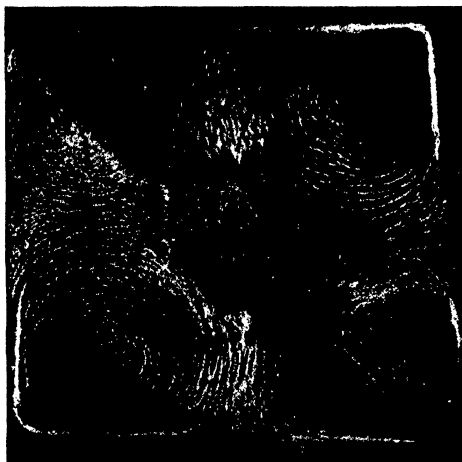
Obr. 21.

3. Krásná solenoidová pole vznikají pod znějícími deskami Chladniho, ať upevněnými nebo volnými. Jejich tvar i složitost přiléhá úplně k tvaru a složitosti Chladniho obrazců na deskách; poloha uzlových čar na deskách provázena jest na obrazcích pod deskami celými pásmy čar souběžných.

Přikládám dva obrazce (21. a 22.) nejjednodušší: na obr. 21. splývají uzliny se symetrálami úhlů, na obr. 22. se symetrálami stran čtvercové desky o straně 85 cm . Deska byla upevněna v průsečíku symetrál.

V obou případech se dělí deska na čtyři rozkmity, z nichž dvě a dvě sousední mají opačné fase. Pod každou jednotlivou rozkmitnou jest vytvořeno pole polosolenoidové s elementárním

vířením stejnosměrným. Pole polosolenoidová sousední mají však elementární víření protisměrná, což jest podmínkou pole solenoidového, mezi nimi se nalézajícího, tak že pod uzlinami se tísní stejnoběžné řady akust. vírů.



Obr. 22.

Že jsou to pole silová a ne klidné čáry uzlové, možno poznati po akust. indukci a polaritě tělísek do nich kladených (srovn. s I. částí B., a).

O geometrických a fyzikálních methodách k určení parallaxy sluneční.

Napsal Dr. Karel Vodička.

(Pokračování.)

Rovnice (39) jsou závislé na čase, a zoveme-li pro okamžik pro fasi V

$$\Delta \sin M = x_0, \quad \Delta \cos M = y_0,$$

budou tytéž výrazy pro fasi, odpovídající času $\tau > T$, dány rovnicemi

$$\begin{aligned} x &= x_0 + (\tau - T)x' \\ y &= y_0 + (\tau - T)y', \end{aligned} \quad (40)$$

kde x' a y' patrně udávají změnu x_0 a y_0 v jednotce časové; můžeme je tedy považovati za komponenty vektoru n — relativního to pohybu Venuše v dráze — a psáti konformně

$$x' = n \sin N = \frac{d}{dt} (\Delta \sin M) = \frac{d}{dt} (a - A) \cdot \cos d - (a - A) \sin d \cdot \frac{d}{dt} (d) \sin 1'' \quad (41)$$

$$y' = n \cos N = \frac{d}{dt} (\Delta \cos M) = \frac{d}{dt} (d - D) + \dots$$

Je-li v čase τ distance center Δ_0 a posiční úhel M_0 , mají rovnice (40) tvar

$$\begin{aligned} \Delta_0 \sin M_0 &= \Delta \sin M + n \sin N (\tau - T) \\ \Delta_0 \cos M_0 &= \Delta \cos M + n \cos N (\tau - T), \end{aligned}$$

z nichž stanovíme jednak posiční úhel M_0 příslušný dané fasi Δ_0 z rovnice

$$(42) \quad \Delta_0 \sin (M_0 - N) = \Delta \sin (M - N),$$

jednak dobu τ , pro niž ona daná fase nastane, z rovnice

$$\tau = T + \frac{\Delta_0}{n} \cos (M_0 - N) - \frac{\Delta}{n} \cos (M - N). \quad (43)$$

Význam konstanty N jest jednoduchý; poněvadž

$$\Delta_0^2 = \Delta^2 + n^2 (\tau - T)^2 + 2\Delta n \cos (M - N) (\tau - T),$$

differencujeme rovnici tu dle τ a anulováním prvního kvocientu obdržíme

$$\tau_{min} = T - \frac{\Delta}{n} \cos (M - N),$$

dobu, pro niž nastane střed úkazu, a současně nejmenší distanci Δ

$$\Delta_{min} = \pm \Delta \sin (M - N) = \pm \Delta_0 \sin (M_0 - N).$$

Jest tedy N posiční úhel nejkratší vzdálenosti dráhy Venuše od středu slunce.

Pro fasi V_1 a V_4 jest $\Delta_0 = R + r$ a příslušný posiční úhel dle rovnice (42) dán relací

$$\sin (N - M_1) = \pm \frac{\Delta}{R + r} \sin (N - M),$$

kde horní znamení platí pro fasi V_1 , dolní pro fasi V_4 . Podobně pro fase V_2 a V_3 dán posiční úhel rovnicí

$$\sin(N - M_2) = \pm \frac{\Delta}{R - r} \sin(N - M).$$

Tyto posiční úhly možno konečně vypsati z tabulky β . Doby jednotlivých kontaktů dány tedy vzorci dle (43) a τ_{min} : pro vnější dotek při vstupu:

$$\tau_1 = T - \frac{\Delta}{n} \cos(N - M) - \frac{R + r}{n} \cos(N - M_1)$$

pro vnitřní dotek při vstupu:

$$\tau_2 = T - \frac{\Delta}{n} \cos(N - M) - \frac{R - r}{n} \cos(N - M_2) \quad (44)$$

pro vnitřní dotek při výstupu:

$$\tau_3 = T - \frac{\Delta}{n} \cos(N - M) + \frac{R - r}{n} \cos(N - M_2)$$

pro vnější dotek při výstupu:

$$\tau_4 = T - \frac{\Delta}{n} \cos(N - M) + \frac{R + r}{n} \cos(N - M_1),$$

v nichž všechny veličiny na pravé straně známe. Je-li T a τ vyjádřeno v hodinách, jest n hodinový pohyb Venuše v dráze a doba přechodu Venuše přes kotouč sluneční od fase první ke čtvrté dána tedy výrazem

$$\frac{2(R + r)}{n} \cos(N - M_1) \text{ hodin.} \quad (45)$$

Ze středu Země úkaz pozorovati nemůžeme a pozorování na povrchu zemském změní se vlivem parallaxy. Abychom vliv ten vyšetřili, uvažujme trojúhelník mezi geocentrickým zenitem pozorovacího místa Z (obr. 8.), mezi středem Venuše V a Slunce S , jejichž zenitové distance buďtež z resp. Z , a parallaktická vzdálenost středů v čase T budiž Δ' . Vliv parallaxy jest malý a možno jej tedy vyšetřiti jako diferenciál; z ΔZVS plyne dle věty cosinové

$$\cos \Delta' = \cos z \cos Z + \sin z \sin Z \cos SZV,$$

z kteréžto rovnice differencováním obdržíme

$$\begin{aligned} - \sin \Delta' d\Delta' &= - (\sin z \cos Z - \cos z \sin Z \cos SZV) dz \\ &\quad - (\cos z \sin Z - \sin z \cos Z \cos SZV) dZ \\ &\quad - \sin z \sin Z \sin SZV d(SZV), \end{aligned}$$

čili dle věty složené a nepřihlížíme-li k nepatrné změně azimutální (viz str. 477 roč. XL.)

$$- \sin \Delta' d\Delta' = - \sin \Delta' \cos Z \hat{V}S dz - \sin \Delta' \cos Z \hat{S}V dZ. \quad (46)$$

Protože parallaxa Venuše v dolní konjunkci může maximálně obnášeti 32'', můžeme rovnici (29) psáti jednoduše ve tvaru

$$dz = \varrho \cdot p \cdot \sin z$$

a pak dle rovnice (46) máme pro změnu parallaktické distance rovnici

$$d\Delta' = \varrho p \sin z \cos Z \hat{V}S + \varrho \pi_0 \sin Z \cos Z \hat{S}V. \quad (47)$$

Označíme-li z_0 zenitovou distancí bodu M půlícího oblouk Δ' a S_0 úhel, který v kladném smyslu tvoří s distancí Δ' , jest dle věty složené

$$\sin z \cos Z \hat{V}S = \cos z_0 \sin \frac{\Delta'}{2} - \sin z_0 \cos \frac{\Delta'}{2} \cos S_0$$

$$\sin Z \cos Z \hat{S}V = \cos z_0 \sin \frac{\Delta'}{2} + \sin z_0 \cos \frac{\Delta'}{2} \cos S_0,$$

a tím rovnice (47) nabude tvaru

$$d\Delta' = \varrho [(\pi_0 + p) \cos z_0 \sin \frac{\Delta'}{2} + (\pi_0 - p) \sin z_0 \cos \frac{\Delta'}{2} \cos S_0],$$

nebo konečně substitucí

$$(\pi_0 + p) \sin \frac{\Delta'}{2} = g \cos G, \quad (\pi_0 - p) \cos \frac{\Delta'}{2} = g \sin G \quad (48)$$

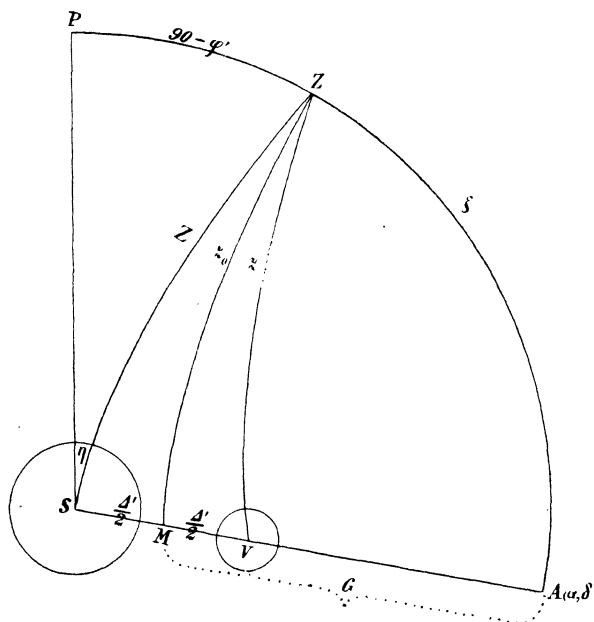
konečného tvaru

$$d\Delta' = \varrho g [\cos z_0 \cos G + \sin z_0 \sin G \cos S_0] = \varrho g \cos \xi. \quad (49)$$

Jest tedy ξ zenitová distance bodu A ležícího na oblouku SV a vzdáleného od M směrem přes V o oblouk G . Relace (49)

$$\Delta' = \Delta + \varrho g \cos \xi$$

jest analytickým výrazem theoremu poprvé *Lagrangem* dokázáno. Zanedbáme-li totiž sploštění Země praví ona rovnice, že zdánlivá zenitová distance pro místa, pro která $\cos \zeta$ má stejnou



Obr. 8.

hodnotu, jest také stejná. Místa ta leží na kruhu, který na povrchu zemském poloměrem ξ opišeme kolem bodu majícího souřadnice bodu A , a ta vidí faší Δ' v jednom a téměř okamžiku. Tím verifikována platnost dříve uvedené soustavy rovnoběžníků.

Ze substituce (48) plyne

$$g^2 = (\pi_0 - p)^2 + 4\pi_0 p \sin^2 \frac{\Delta'}{2}, \text{ t. j. } g = (\pi_0 - p) + \frac{2\pi_0 p}{\pi_0 - p} \sin^2 \frac{\Delta'}{2} \dots,$$

a poněvadž $\frac{\Delta'}{2}$ může maximálně dosáhnouti $9'$, stačí psáti

$$G = (\pi_0 - p), \quad \text{tg } G = \frac{\pi_0 - p}{\pi_0 + p} \cotg \frac{\Delta'}{2}. \quad (50)$$

Doba τ geocentrického doteku dána rovnicemi (44) a pro ni distance $\Delta = R \pm r$; je-li $\frac{d\Delta}{dt}$ změna distance v jednotce časové a τ' časový okamžik ležící blízko τ , bude pro něj distance $= (R \pm r) + (\tau' - \tau) \frac{d\Delta}{dt}$. Značí-li tedy τ' dobu parallaktického doteku pro dané místo pozorovací, musí býti $\Delta' = (R \pm r) + (dR \pm dr)$, a k určení τ' máme rovnici

$$(\tau' - \tau) \frac{d\Delta}{dt} + (\Delta' - \Delta) = dR \pm dr. \quad (51)$$

Parallaktické změny dR a dr vypočteme jako difference vlivu parallaxy na střed a na okraj kotoučů dle rovnice (29) ve tvaru $dz = \varrho p \sin z$, t. j.

$$dR = \varrho \pi_0 [\sin(Z + R) - \sin Z] = \varrho \pi_0 \sin R \cos Z.$$

Ze sférického trojúhelníku mezi pólem, zenitem a středem Slunce jest

$$\cos Z = \sin D \sin \varphi' + \cos D \cos \varphi' \cos(A - \Theta),$$

tedy

$$dR = \varrho \pi_0 R \sin 1'' [\sin D \sin \varphi' + \cos(A - \Theta) \cos D \cos \varphi']$$

a podobně

$$dr = \varrho p r \sin 1'' [\sin d \sin \varphi' + \cos d \cos \varphi' \cos(a - \Theta)].$$

Z rovnic (41) jest

$$n \sin N = \frac{d\Delta}{dt} \sin M + \Delta \cos M \frac{dM}{dt}$$

$$n \cos N = \frac{d\Delta}{dt} \cos M - \Delta \sin M \frac{dM}{dt},$$

tedy

$$\frac{d\Delta}{dt} = n \cos(N - M).$$

Zde právě jako při odvození rovnic (44) nutno $\cos(N - M)$ udělití znamení \pm , kde $+$ platí pro výstup, $-$ pro vstup, a pak vzhledem k relacím (49) a (50) přejde rovnice (51) v rovnici

$$\tau' = \tau + \frac{dR \pm dr}{\pm n \cos(N - M)} - \frac{\varrho(\pi_0 - p)}{\pm n \cos(N - M)} \cos \xi. \quad (52)$$

V rovnici této nutno ještě ξ vyjádřiti známými veličinami a to ze sférických trojúhelníků mezi středem slunce a Venuše, polem, zenitem a bodem A (α , δ) (obr. 8.). Z rovnic (38), tedy z efemeridy β) známé hodnoty M a A a neznámé souřadnice α , δ plynou z rovnic dle věty sinové, složené a cosinové z ΔPSA odvozených

$$\cos \delta \sin (\alpha - A) = \sin \left(G + \frac{A}{2} \right) \sin M$$

$$\begin{aligned} \cos \delta \cos (\alpha - A) &= \cos \left(G + \frac{A}{2} \right) \cos D \\ &\quad - \sin \left(G + \frac{A}{2} \right) \sin D \cos M \end{aligned}$$

$$\sin \delta = \cos \left(G + \frac{A}{2} \right) \sin D + \sin \left(G + \frac{A}{2} \right) \cos D \cos M,$$

a vedle toho z ΔPZA dle věty cosinové

$$\cos \xi = \sin \delta \sin \varphi' + \cos \delta \cos \varphi' \cos (\alpha - \Theta);$$

píšeme-li tu $\cos (\alpha - \Theta) = \cos [(\alpha - A) + (A - \Theta)]$, rozvedeme a do vzniklého tak trojčlenu dosadíme za levé strany hořejších rovnic strany pravé, bude

$$\begin{aligned} \cos \xi &= \sin \varphi' \left[\cos \left(G + \frac{A}{2} \right) \sin D + \sin \left(G + \frac{A}{2} \right) \cos D \cos M \right] \\ &\quad + \cos \varphi' \cos (A - B) \left[\cos \left(G + \frac{A}{2} \right) \cos D \right. \\ &\quad \left. - \sin \left(G + \frac{A}{2} \right) \sin D \cos M \right] \\ &\quad - \cos \varphi' \sin (A - \Theta) \sin \left(G + \frac{A}{2} \right) \sin M. \end{aligned} \tag{53}$$

Pravá strana rovnice (52) obsahuje pak pro určitou fási konstantní a až na $p - \pi_0$ známé veličiny; k vůli zjednodušení dalších úvah vynecháme v ní malý druhý člen na straně pravé. Největší zpoždění neb zrychlení úkazu pro pozorovací místo na povrchu zemském vůči středu nastane pro ona místa, pro která $\tau' - \tau$ jest minimem nebo maximem, t. j. pro která

$$\cos \xi = \pm 1.$$

Bod A uvidí tedy zjev poslední, bod vůči A diametrálně ležící uvidí onu fazi první.

Zjednodušenou rovnicí

$$\tau' = \tau \mp \frac{\varrho(p - \pi_0)}{n \cos(N - M)} \cos \xi$$

jest úloha řešena; v ní jsou časy vyjádřeny vzhledem k hlavnímu volenému meridianu. Pro místní čas bude však

$$\begin{aligned} \cos \xi &= \sin \delta \sin \varphi' + \cos \delta \cos \varphi' \cos(\alpha - \Theta_0 - \lambda) \\ \tau' &= \tau + \lambda \mp \frac{\varrho(p - \pi_0)}{n \cos(N - M)} \cos \xi. \end{aligned} \quad (54)$$

Pro první místo pozorovací jest tedy

pro parallaktický vstup

$$\tau'_1 = \tau_1 + \lambda_1 - \frac{\varrho_1(p - \pi_0)}{n \cos(N - M_1)} \cos \xi_1,$$

pro parallaktický výstup

$$\tau'_4 = \tau_4 + \lambda_1 + \frac{\varrho_1(p - \pi_0)}{n \cos(N - M_1)} \cos \xi'_1$$

a pro dobu přechodu

$$t_1 = \tau_4 - \tau_1 + \frac{\varrho_1(p - \pi_0)}{n \cos(N - M_1)} (\cos \xi_1 + \cos \xi'_1).$$

Podobně pro druhou pozorovací stanici bude doba přechodu

$$t_2 = \tau_4 - \tau_1 + \frac{\varrho_2(p - \pi_0)}{n \cos(N - M_1)} (\cos \xi_2 + \cos \xi'_2).$$

Jest tedy

$$\begin{aligned} t_1 - t_2 &= (p - \pi_0) \cdot k, \\ k &= \frac{\varrho_1 (\cos \xi_1 + \cos \xi'_1) - \varrho_2 (\cos \xi_2 + \cos \xi'_2)}{n \cos(N - M_1)} \end{aligned}$$

a

$$p - \pi_0 = \frac{t_1 - t_2}{k}. \quad (55)$$

Protože poměr p/π_0 známe z theorie pohybu Venuše, jest tím úloha řešena. Rozdíl dob přechodů může obnášeti až 1900 sec.; bude tedy chyba v parallaxe obnášeti $1/190$, chybíme-li při pozorování kontaktů o 10 sec. Ukázalo se sice, že

není možno s takovou přesností čas kontaktů stanoviti, a objevily se mnohé jiné obtíže, o nichž níže se zmíníme, přece však dlužno poukázati na onu okolnost, že malou veličinu, obnášející několik (asi 23") sekund prostorových, měříme veličinou obnášející mnoho sekund časových.

Methoda Delisleova a nedostatky obou method kontaktních.

Methoda *Halleyova* vyžaduje, aby na obou stanicích byl pozorován *celý* úkaz, což pro mnohá místa není možné, a pak pozorování na nich vykonaná nejsou k potřebě. Nutno tedy metodu *Halleyovu* modifikovati tak, aby se jí mohlo použítí i na neúplná pozorování, a úlohu tu rozřešil *Delisle* v „*Mémoire présenté au Roi le 27 avril 1760*“, kde ukázal, jak z *dob vstupů* a *výstupů* Venuše pozorovaných na různých stanicích lze paralaxu určití (methoda dotyková). Úlohu tu řeší rovnice (54).

Pozoruje-li se na jedné stanici na př. pouze vstup, platí pro něj

$$\tau'_1 = \tau_1 + \lambda_1 - \frac{\varrho_1 (p - \pi_0)}{n \cos (N - M_1)} \cos \xi_1$$

a pozorujeme-li na druhé stanici jen výstup, bude

$$\tau'_4 = \tau_4 + \lambda_2 + \frac{\varrho_2 (p - \pi_0)}{n \cos (N - M_1)} \cos \xi'_2,$$

takže

$$\tau'_4 - \tau'_1 = \tau_4 - \tau_1 + (\lambda_2 - \lambda_1) + \frac{p - \pi_0}{n \cos (N - M_1)} [\varrho_1 \cos \xi_1 + \varrho_2 \cos \xi'_2].$$

Podobně dají se kombinovati jiné fase úkazu; ve výsledku však vždy se vyskytuje rozdíl zeměpisných délek obou pozorovacích míst, který nutno znáti přesně. Za to není nutno, aby po celou dobu úkazu byla obloha jasná a pozorování příznivá.

Obou kontaktních method použito bylo při přechodech r. 1761 a 1769 a tu se ukázalo, že naděje, jež *Halley* ve svou metodu skládal, se nesplnily, a hlavně pozorování vnitřních doteků kotouče Venušina s kotoučem slunečním ukázala se velice nejistými. Výsledky z r. 1761 kolísaly mezi 8·5" a 10·5", výsledky z r. 1769 souhlasily poněkud lépe. Neurčitost ta nemohla ovšem býti námitkou proti methodě samé, neboť pozorovatelé nebyli

přípravě na všechny možné zvláštnosti, které při úkaze nastati mohly. *Halley*, *Pingré* a jiní doufali, že okamžik kontaktu možno přesně určit na 2 sek.; stalo se však, že pozorování dvou astronomů na téže stanici lišila se o více než 30 sek. Příčiny toho jsou různé; *Halley* byl toho náhledu, že vnitřní dotek jest okamžitě viditelným, a jediný *Hall* namítal, že fase ta musí býti viditelnou později a že viditelnost bude záviseti na dokonalosti užitého dalekohledu. Neboť mezi krajem Slunce a oběžnice musí se nacházeti světelný proužek určité, nikoli nekonečně malé šířky, aby okamžik doteku se stal viditelným. *Faye* předmět ten podrobil důkladnému studiu a shledal, že následkem toho úkazu, který závisí jednak na jakosti dalekohledu, jednak na výši a stavu atmosféry, může opoždění pozorovaného kontaktu proti skutečnému obnášeti až 20 sek., a navrhoval tedy upotřebení výtečných objektivů a volbu takových stanic, jejichž klimatické poměry jsou pro pozorování nejprůzračnější.

Větší překážkou přesného měření jest tak zv. *černá kapka*, dle objevitele též kapka *Bailyho* (Baily beads) zvaná. Starší astronomové považovali úkaz ten za irradiaci (*Lalande*) a difrakci, vyjma *Bessela* a *Arago*, kteří namítali, že mnozí astronomové úkaz ten při dobrých dalekohledech neviděli. *Wolf* a *André* činili v ohledu tom mnohé pokusy, přechod Venuše uměle napodobující, a výsledek uveřejněný v *Revue scientifique* 1872 ukazuje, že příčinou černé kapky jest jednak nedokonalost objektivu, jednak nesprávné pointování okuláru. Podstata úkazu spočívá v difuzi světla vlivem sférické a chromatické aberrace dalekohledu a v ohybu světla, a lze úkaz ten z pozorování odstraniti, jak podařilo se r. 1882 francouzským hvězdářům na Floridě, kde pozorovali přechod dalekohledy 6- a 8palcovými a shledali dotek přesně geometrický.

Jiný zdroj chyb spočívá v tom, že obrysy kotouče slunečního se ustavičně mění vlivem vlnivého pohybu povrchu slunečního. Methody kontaktní odvozeny jsou však pro neproměnlivou desku kruhovou, a kdyby na onom místě, kde dotek má nastati, změnilo se niveau sluneční jen o 2", bude při největší opatrnosti chyba v pozorování kontaktu obnášeti 40 sek. časových.

Vše to bylo uvažováno při očekávání přechodů r. 1874 a 1882 a vzbuzovalo to obavy, že mnohoslibná metoda Halleyova

se nehodí v původním svém rouše k pozorování. Pozorovatelé tedy jednak se cvičili na umělých přechodech, jednak však pomyslelo se na to, nahraditi nespolehlivá pozorování fází kontaktních zevrubným měřením fází jiných a to buď pomocí heliometru nebo cestou fotografickou.

Měření heliometrická a fotografická. Němci a Rusové vyslovili se pro upotřebení heliometru k měření distancí středů Slunce a Venuše a úhlů posičních; za tou příčinou byly stroje ty od *Repsolda* částečně znovu zřízeny, částečně dle jednotného plánu předělány tak, že se dala distance změřiti přesně na $0\cdot5''$. Pozorování samo může se vésti dvojným způsobem.

Buď přímo se měří distance tím, že jak nejbližší okraje Slunce a Venuše tak nejvzdálenější přivedeme k vnitřnímu doteku a kombinací protivných krajů docílíme doteku vnějšího. Úhel posiční, v němž se má měření provést, najdeme zkusmo, když současně během pozorování hledáme podmínku maxima a minima odlehlosti krajů. Od metody té lze očekávati přesné výsledky, jest však přece jen zdlouhavá a nevede k přesné znalosti zdánlivého úhlu posičního, což nutno považovati za nevýhodu. Tím totiž omezení jsme na výběr pozorovacích míst, ježto jen taková místa lze s výhodou voliti, na nichž parallaktický vliv jeví se výhradně jen na distanci. Vedle toho má však měření posičního úhlu i na takových stanicích, kde nijak nepřispívá k stanovení parallaxy, velkou výhodou; zavádíme tím nové podmíněčné rovnice, které správnost výsledku ještě zesílí.

Nebo dle *Oppolzera* měříme současně jak distanci tak i úhel posiční, což umožňuje naléztí stejně přesně relativní souřadnice středů ve dvou kolmých směrech. Methoda vyžaduje přesného dělení kruhového na stroji a důkladnou znalost indexové chyby kruhu, čehož při heliometru docíliti lze. Řez půlčí objektiv heliometru postavíme přibližně do spojky center Venuše a Slunce, odečteme přibližně postavení na kruhu posičním, který pak o 45° otočíme, fixujeme a odečteme přesně na obou lupách. Postavení toto možno předem vypočísti, když k efemeridě (β) úhlů posičních přidáme 45° s ohledem na indexovou chybu. Pak měříme — abychom měli stále v evidenci hodnotu otočky šroubové neb hodnotu dílce škály skleněného mikrometru tuto nahra-

zující — průměr sluneční dle obou směrů, abychom se jednak učinili nezávislími na supposici správnosti bodu nulového, jednak abychom eventuelní jeho odchylku mohli určití. Aníž bychom kruhem posičním pohnuli, přivedeme obraz Venuše s bližším i se vzdálenějším okrajem slunečním jak k vnitřnímu tak i ku vnějšímu doteku (4 měření) a odečteme vždy přesně na lupách. Pak otočíme posiční úhel v kladném směru asi o 90° , fixujeme jej a opakujeme hořejší postup. Ke konci tohoto měření změní se ještě jednou průměr sluneční. Takovou řadu měření ve dvou přibližně o 90° se lišících polohách úhlu posičního zove *Oppolzer* „pozorování“. Druhé „pozorování“ začíná, když opět o 90° v pozitivním smyslu posiční kruh otočíme a fixujeme; při tom nutno vzíti ohled na změnu směrů center, která za tu dobu nastane. Provádí-li se měření zručně, bude změna ta celkem malá a při druhém „pozorování“ bude tedy měřící stroj vůči „pozorování“ prvému asi o 180° otočen, což pro přesnost výsledku jest s výhodou. Před třetím „pozorování“, dovolují-li tomu okolnosti, stroj se přeloží, aby se jisté jeho chyby přibližně eliminovaly, a čtvrté „pozorování“ jest v témž poměru ke třetímu, jako druhé k prvému. Kombinace těchto 4 „pozorování“ (16 měření) dá velice přesný výsledek, a dohromady zove je *Oppolzer* „řadou“. Za příznivých poměrů povětrnostních možno za hodinu vykonati 3—4 takové „řady“. Časové okamžiky, ve kterých jednotlivá měření byla provedena, stačí určití na 0.5 sek., když otáčení dalekohledu hodinovým strojem ve směru denního pohybu hvězd děje se s úplnou pravidelností.

Předmětem heliometrických měření jsou tedy veličiny

$$R' \pm r' \pm A',$$

kde R' a r' značí parallaktické poloměry slunce a Venuše, A' parallaktickou vzdálenost center a pak posiční parallaktický úhel M' . Užívá se tu zpravidla názvu velké distance pro

$$s_1 = R' + A' \pm r'$$

a názvu malé distance pro $s_2 = R' - A' \pm r'$.

(Pokračování.)