

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Quido Vetter

Ke chronologii Archimedových geometrických objevů a spisů. [II.]

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 50 (1921), No. 4-5, 250--254

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123793>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1921

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Ke chronologii Archimedových geometrických objevů a spisů.

Guido Vetter.

(Dokončení)

Mezi větami Kononovi zaslanými zaujímají zvláštní postavení poučky o spirále. Archimedes jest si toho plně vědom, jak svědčí jeho slova v předmluvě spisu „O spirálách“.²⁸⁾ I vzniká maně otázka, nestal-li se snad objev hlavních pouček o této křivce rovněž mechanickým Archimedovým způsobem. Hypothésu tuto lze postavit.²⁹⁾

Posléze nelze pomlčet i o dvou větách, Kononovi zaslaných, které byly nesprávné. Jak a proč se tak stalo, jest nesnadno rozhodnouti. Slova, z nichž bylo lze vyčísti nějaký důvod na konci 1. odstavce předmluvy „O spirálách“,³⁰⁾ nejsou zachována v zaručeně přesném znění. V rukopisech jsou odchylky a Heiberg je neuvádí v obou svých vydáních řeckého originálu stejně. Byl by chtěl vážný Archimedes skutečně přelstít chvástouny, jak to vyznívá z Heibergova textu? Či dopustil se přesný, svědomitý a ženiální matematik nějaké chyby, která jej zavedla na zcestí? Kdož to ví?³¹⁾

Po bohaté periodě plodné tvořivosti, kdy myšlenky matematického genia tryskaly o překot z jeho neúnavného ducha, nastalo poměrné uklidnění. Archimedes nabyl dostatečného času a oddechu, aby své objevy a důkazy uveřejnil. Nastala snad léta úmorné, pečlivé práce, jichž svědkem jsou nejen promyšlené důkazy pouček o rotačním hyperboloиду a elipsoidu, nýbrž i řada zachovaných pojednání a, jak již uvedeno, narážek a předpokladů prací ztracených.

Odeslav své poučky Kononovi, jal se pro něj pracovat i o svém pojednání *Τετραγωνισμὸς τῆς τοῦ ὀρθογωνίου ἁπλοῦς τομῆς*³²⁾ neboli „Kvadratura paraboly“. Zatím však stihla Konona smrt, nedopřavši mu dosti času, by probadal poučky a úlohy,

²⁸⁾ Arch. II., 9. ²⁹⁾ Viz „Několik poznámek a t. d.“ V.

³⁰⁾ Arch. II., 2. ³¹⁾ Viz „Několik poznámek a t. d.“ VII.

³²⁾ Tak rekonstruuje původní Archimedův nadpis Heath. 20.

Archimedesem mu zasláné.³³⁾ I zaslal Archimedes své pojednání matematikovi Dositheovi, snad příteli nebo žáku Kononovi. Učenci tomu poslal i všechna svá další zachovaná geometrická pojednání mimo „Metodu“. Komu byla zaslána „Rovnováha rovin“ a „Plovcí telesa“, která nemají předmluv, nevíme.

V předmluvě spisu „O spirálách“ stěžuje si Archimedes, že neslyšel, ačkoli od smrti Kononovy uplynulo mnoho let, že by se byl kdo zabýval některým z problémů Kononovi zasláných. I uvádí tyto problémy a úlohy, neboť jsou mezi nimi dvě nesprávné poučky. Tyto poučky byly prozkoumány a správně formulovány ve spise *Περὶ σφαιρῶν καὶ κωνιδίου* čili „O kouli a válci“ a to v jeho druhé knize. Po vydání této knihy mohl Archimedes nejvýše očekávat, že ostatní matematikové budou reagovat na toto dílo, nikoli však na nesprávné věty Kononovi zasláné, jež byly již zastaralé. Poučky první knihy téhož spisu tvoří však podklad pro vývody knihy druhé. Soudím proto, že mezi publikací obou knih, které tvořily celek, nemohla uplynout dlouhá doba, kdežto Konon umřel řadu let dříve. Domněnka ta jest tím pravděpodobnější, že Archimedes v předmluvě ke druhé knize slibuje Dositheovi, že mu brzy pošle důkazy vět dalších, totiž o spirálách a konoidech. Zdá se tudíž, že druhá kniha uvažovaného spisu byla napsána nedávno před „Spirálami“. Hlavní poučky první knihy jsou věty 33. a 34., které vyjadřují povrch a obsah koule. 42. a 44., určující povrch a obsah kulové úseče. V knize této předchází vždy povrch před obsahem, jak to předpisuje přísně systematický postup od útvaru dvojrozměrného ke třírozměrnému. Objev však, jak Archimedes v „Metodě“ naznačuje,³⁴⁾ se bral obráceně, od obsahu koule a kulové úseče k povrchu koule a k vrchlíku. Tento postup Archimedův jest jen do prostoru přeložená myšlenka z 1. věty Archimedova „Měření kruhu,“³⁵⁾ že plocha kruhu se rovná trojúhelníku, jehož základna jest obvod kruhu a výška poloměr kruhu. Řídíme-li se Archimedovým způsobem badání, lze snadno rekonstruovat jeho objevnou cestu.³⁶⁾

³³⁾ Arch. II., 262. a 2.

³⁴⁾ Arch. II., 446. ³⁵⁾ Arch. I., 232.

³⁶⁾ Viz »Několik poznámek a t. d.« IV.

Když byly hlavní poučky objeveny, šlo o přesný důkaz. Lze sestrojiti postup objevu jednotlivých pomocných vět, jak je Archimedes k důkazu potřeboval, počínaje hlavními poučkami a konče větami, jimiž spis počíná. Mezi jiným potřeboval Archimedes poučku o velikosti pláště rotačního kužele, jejíž důkaz rozdělil do tří vět. I provádí také analogii pro válec. Uvádím to jako doklad oněch doplňků, o nichž jsem se na počátku zmínil.

Druhá kniha obsahuje řešení 6 úloh a 3 pouček, z nichž jedna obsahuje vzorec pro obsah kulové úseče v jiném znění než jest v I. knize. Jest zajímavo, že formulaci, jak jest v „Metodě“, uvádí jen jako důsledek, ač tato poslední formulace musila býti východiskem celé úvahy. Ostatní dvě poučky jsou ony nesprávné věty, Kononovi zasláné, ovšem ve správném znění.

Další publikací Archimedovou bylo pojednání *Περὶ ἑλιζῶν* čili „O spirálách“. V předmluvě označuje Archimedes za cíl této rozpravy poučky o plochách omezených oblouky Archimedovy spirály a paprsky z pólu vedenými, a poučky o délce polární subtangenty. I praví, že pojednání přináší tyto a jiné poučky. Z ostatních vět se k důkazům hlavních pouček nevyužívá jediné věty 13., že totiž tečna se spirály dotýká v jediném bodě. Jest pochopitelno, že Archimedes, vydávaje monografii o křivce, před ním snad zcela neznámé, nemohl odolat přání, založiti své pojednání šíře. Proto jsou sem pojaty uvedené poučky, charakterisující tečny spirály. Celá stavba knihy i jednotlivých důkazů budí zase otázku po způsobu objevu hlavních pouček. Věty o průvodičích spirály, kterých potřebuje k důkazu hlavních pouček, vplynuly z definice spirály, větu o subtangentě mohl objeviti pokusem nití, větu o dotyku tečny rysem. Prováděl-li snad Archimedes pro poučky o plošném obsahu pokusy vážením, tu se snažil, jak nám aspoň „Metoda“ ukazuje, výsledky těchto pokusů teoreticky, mechanicky odůvodniti a pak teprve přikročil k přesnému geometrickému důkazu. V „Metodě“ není pokynu, ze kterého by se mohlo souditi na objev. Jsme tudíž odkázáni na pouhé hypotesy. Jak jsem již uvedl, lze s jakousi pravděpodobností vysloviti hypotézu, že i tyto věty mohl Archimedes objeviti obdobným mechanickým způsobem jako

věty ostatní. Tím by byla současnost objevu těchto vět s ostatními vysvětlena.

Ještě za života Kononova objevil Archimedes také věty o obsahu úseče rotačního paraboloidu. Objev ten, jak nám „Metoda“ ukazuje, stal se zase cestou mechanickou. Poněvadž pak mechanický objev obdobných vět o rotačním dvojplochem hyperboloidu a elipsoidu nepůsobil mnohem větších obtíží než objev obdobných vět pro kouli, lze se domnívat, že byly objeveny asi současně. Leč jejich důkazy, jak již řečeno, mu působily obtíže a teprve později se mu podařilo vybědnouti z rozpaků, jimi zaviněných. Proto neposlal tyto věty Kononovi a uveřejnil je až po létech. Jak z „Metody“ zjevno, užil obsahů těch pro objev vět o těžišti těles. V „Metodě“ jest to ukázáno na paraboloidu a elipsoidu³⁷⁾ a podáno znění pro úseč rotačního hyperboloidu.³⁸⁾

Že Archimedes výsledky svého badání o poloze těžišť ovšem s přesnými důkazy nejspíše také publikoval, o tom jsem se již dříve zmínil. Důkazy pouček o obsahu rotačních paraboloidů, elipsoidů a dvojplochých hyperboloidů uveřejnil ve svém spise *Περὶ κωνοειδῶν καὶ σφαιροειδῶν* nebo „O konoidech a sféroidech“ asi nedlouho po vydání pojednání „O spirálách“.

Hlavní poučky, jak ostatně Archimedes i v přemluvě³⁹⁾ naznačuje, jsou věty o obsahu uvažovaných rotačních těles. Nejříve objevil obsah rotačního paraboloidu způsobem v „Metodě“ udaným⁴⁰⁾, kteroužto poučku doplnil větou o poměru dvou úsečí téhož paraboloidu pro orthogonální úseče. Tyto také Kononovi zaslal. Pak přemýšlel o šikmé úseči rotačního paraboloidu a prostudoval teorii šikmých úsečí rotačního kužele a válce, jakož i tvar základny úseče paraboloidu a rovnoběžných s ní řezů. Dále potřeboval poměr obsahů podobných elips, pročež musil určit plochu elipsy. Důkazy ostatních hlavních pouček se zdařily až po smrti Kononově. Postup objevů vylíčen nebo naznačen opět v „Metodě“, kde ovšem podány jen poučky pro orthogonální úseče. Avšak změny postupu metody pro případ,

³⁷⁾ Arch. II., 458. nn. a 482. nn. ³⁸⁾ Arch. II., 484.

³⁹⁾ Arch. I. 246 nn. ⁴⁰⁾ Arch. II. 458 nn.

že utínající rovina jest k ose rotace skloněna jsou jen nepatrné a lze tudíž předpokládati, že nepůsobily Archimedovi zvláštních potíží, byť je snad i provedl až později. Věty sem spadající patřili asi k těm „přemnohým jiným větám, které vynechává a které lze tímto způsobem probádati“ jak v „Metodě“ praví⁴¹⁾.

Když Archimedes objevem pouček o obsahu rotačních ploch 2. stupně až na jednoploché hyperboloid si vymezil cíl své práce, přistoupil k jich důkazům, jejichž přesnou formulaci vypracoval pro Dosithea. Postup objevů, jak je důkaz vyžadoval, lze tu zase snadno sestavit.

Teprve po publikaci „Konoidů“ připadá podle mého přesvědčení z důvodů již výše zmíněných sepsání „Metody“. Kam jest zařaditi předpokládaný ztracený Archimedův spis „O těžištích“, obsahující jeho objevy o poloze těžišť geometrických těles, zvláště rotačních ploch 2. stupně, nelze říci. Poněvadž při důkazech jistě použil vzorců pro obsahy těchto těles, stalo se tak asi až po „Konoidech a sféroidech“. Poněvadž pak ve svém spise *Ὀχομύμων α', β'* neboli „O plovoucích tělesech“ používá polohy těžiště kulové a parabolické úseče, stalo se tak asi před uveřejněním tohoto spisu.⁴²⁾

Zakončením celého geometricko-mechanického díla Archimedova byl spis „O plovoucích tělesech“ kde se dovolává všeobecných vět o poloze těžišť ze spisu „O rovnováze rovin“ i vzorců o obsahu těles ze spisů „O kouli a válci“ a „O konoidech a sféroidech“ jakož poučky o poloze těžiště šikmo utaté úseče rotačního paraboloidu z nějakého ztraceného spisu.

⁴¹⁾ Arch. II. 484.

⁴²⁾ Téhož názoru jest také T. Kirboe: *Bemerkungen über die Terminologie des Archimedes*. *Bibl. math.* (3) XIV. (1914) str. 33—40.