Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Otakar Borůvka

Sur les courbes analytiques dans les espaces hermitiens

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 64 (1935), No. 6, 187--188

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123625

drei Kurvenscharen im x, y, z-Raum, die in einem Gebiet dieses Raumes ein räumliches Kurvengewebe bilden. Die Höchstzahl linear unabhängiger Identitäten in x, y, z vom Typ

$$f_1(s_1, t_1) + f_2(s_2, t_2) + f_3(s_3, t_3) = 0$$

ist fünf. Alle zugehörigen 3-Gewebe sind geradlinig und lassen sich in einfacher Weise aus den geraden Linien auf einer Hyperfläche dritter Ordnung im projektiven vierdimensionalen Raum herleiten.[7][8]

Meine Herren! Man kann vom politischen und wirtschaftlichen Standpunkt aus nicht ohne weiteres behaupten, daß die Welt, in der wir heute leben, dem Ideal von der besten aller denkbaren Welten entspricht. Anders in der Mathematik! Es scheinen da gerade in den letzten Jahren die verschiedenen scheinbar völlig getrennten Zweige in überraschender Weise zu einer idealen Einheit zusammen zu wachsen. Es sind also vielleicht gerade wir Mathematiker (oder wenigstens die Mehrzahl unter uns) dazu berufen, das gegenseitige Verständnis und die gegenseitige Achtung der Völker zu fördern, da wir einem gemeinsamen Ziel zustreben, das weitab vom Lärm der Straße hoch über den Wolken thront.

Sur les courbes analytiques dans les espaces hermitiens.

O. Borůvka, Brno.

Dans l'espace hermitien parabolique à r dimensions K_r, déterminé par la forme $z_1\bar{z}_1 + \ldots + z_r\bar{z}_r$, une courbe analytique est l'ensemble de points $z_\alpha = y_\alpha(z)$, $1 \leq \alpha \leq r$, les $y(z)$ étant des fonctions analytiques de la variable complexe $z = x + iy$. Une telle courbe, supposée d'appartenir à l'espace, peut être définie par un système d'équations différentielles de la forme

$$\begin{aligned} dy &= (\omega_1 + i\omega_2)\, n_0, \\ dn_\alpha &= -\, R_\alpha\, (\omega_1 - i\omega_2)\, n_{\alpha-1} + i\tilde{\omega}_\alpha n_\alpha + R_{\alpha+1}\, (\omega_1 + i\omega_2)\, n_{\alpha+1}, \qquad (1) \\ &\qquad (\alpha = 0, \ldots, \quad r - 1;\ R_0 = R_r = 0), \end{aligned}$$

les ω, $\tilde{\omega}$ étant des formes de Pfaff réelles en x, y telles que $\tilde{\omega}_0 + \ldots + \tilde{\omega}_{r-1} = 0$ et les R étant certaines fonctions analytiques de x, y, réelles et positives. Dans la représentation habituelle de l'espace K_r sur l'espace euclidien réel S_{2r}, l'image de la courbe $y(z)$ est une surface caractéristique et l'étude du système (1), en relation avec la représentation en question, conduit à de nombreux théo-

---

[7]) W. Blaschke und P. Walberer, T_{56} Hamburg. Abhandlungen **10** (1934).

[8]) Zur topologischen Differentialgeometrie vergleiche man auch insbesondere das neuerscheinene Buch von E. Kähler, Einführung in die Theorie der Systeme von Differentialgleichungen, Leipzig u. Berlin, 1934.

rèmes concernant les surfaces caractéristiques.[1]) La méthode peut être étendue à l'étude de variétés à m ($< r$) dimensions plongées dans des espaces hermitiens à courbure quelconque. En relation avec le système (1) je signale encore le théorème suivant: L'ensemble d'équations différentielles linéaires homogènes d'ordre r, dont les coefficients sont des fonctions uniformes et analytiques de la variable complexe $z = x + iy$ et dont le groupe de monodromie conserve une forme hermitienne non dégénérée à $2r$ variables, est en correspondance biunivoque avec l'ensemble des solutions réelles, uniformes et analytiques du système d'équations partielles.[2])

$$\frac{\partial^2 \log |H_\alpha|}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \log |H_\alpha|}{\partial y^2} = 4\,\frac{H_{\alpha-1} . H_{\alpha+1}}{H_\alpha^2},$$
$$(\alpha = 0, \ldots, r - 1;\quad H_{-1} = 1,\ H_r = 0).$$

Sur les involutions quadratiques dans l'espace à n dimensions.

B. Bydžovský, Praha.

Le systeme homaloïdal appartenant à une transformation quadroquadratique Cremonienne dans l'espace à n dimensions est un système linéaire d'hyperquadriques ayant en commun une variété quadratique q_{n-2} à ($n - 2$) dimensions et un point H. La variété q_{n-2} est la variété principale et le point H est le point principal isolé, auquel correspond, dans le deuxième espace, l'hyperplan contenant la variété principale respective. Si cette transformation est involutive, elle peut être exprimée par les équations suivantes:[1])

$$x'_1 : \ldots : x'_{n+1} = x_1 x_{n+1} : \ldots : x_h x_{n+1} : - x_{h+1} x_{n+1} : - \ldots : - x_n x_{n+1} : Q\ (x_1, \ldots, x_n) \qquad (1)$$

Q étant une forme quadratique invariante par rapport à l'homographie involutive exprimée par les n premières de ces équations. Ces équations ont été établies en supposant que le point principal isolé n'appartient pas à la variété quadratique principale. Parmi les propriétés de cette involution citons une des plus importantes: elle est le produit d'une homographie involutive et d'une inversion quadratique.

La variété quadratique principale de cette involution est donnée par les équations

$$x_{n+1} = 0, \quad Q = 0;$$

[1]) V. ma note aux C. R. Acad. Sci., Paris, t. *197* (1933), p. *109*.
[2]) V. l'article de M. L. Schlesinger dans le Archiv der Math. u. Physik, 3. Reihe, Bd. *1* (1902), S. *262*.
[1]) Voir mon article, écrit en tchèque: „Sur les involutions quadratiques dans l'espace à n dimensions“ dans ce Journal (Časopis etc.), t. LX (1931), p. 214.