Ivan Tzénoff

Sur les lignes géodésiques et les éléments fondamentaux des courbes tracées sur une surface

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 64 (1935), No. 6, 198--199

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/123604`

plochou kubickou podél rovinné křivky dotyk druhého stupně.[1]) Chci ukázati, že věty tam získané lze také odvoditi z projekce variety $V \equiv P^3(x_1, x_2, x_3, x_4) + kx_5^3 = 0$, (varieta s oskulačním kuželem). Střed promítání buď $O(0, 0, 0, 0, 1)$ a promítejme na prostor S ($x_5 = 0$). Hessiena skládá se z S a kužele H s vrcholem O, jenž má za stopu hessienu H_0 plochy $P = 0$. Průsek (V, H) je varieta parabolická. Průseky V s prostory trojrozměrnými R promítají se z O do S jako plochy, jež s P mají podél rovinné křivky dotyk stupně druhého. Dotkne-li se R plochy V, dostáváme plochu s C_2, je-li dotyčný bod na parabolické varietě, plochu s B_3. Přímky na V promítají se jako asymptotické tečny, přímky speciální jako tečny vratu v bodech parabolické křivky Γ plochy P. Speciální přímky na V tvoří rozvinutelnou plochu Σ stupně 90,[2]) jež má Γ za trojnásobnou a promítne se jako plocha Σ_0 st. 30. Σ je místem dotyčných bodů prostorů bitangenciálních, jejich stopy na S se dotýkají křivky Γ. Odtud vycházejí vlastnosti ploch uvažovaného systému se dvěma dvojnými body ($2C_2$, $C_2 + B_3$, B_4). Nejzajímavější jsou prostory tritangenciální. Jejich stopy na S jsou roviny, které se dotknou Γ ve 3 bodech téže přímky. Z toho vychází, že trisekanty křivky Γ tvoří rozvinutelnou plochu a podobnou vlastnost má i křivka σ_0, hrana vratu na Σ_0. Podrobným rozborem vycházejí vlastnosti uvažovaného systému ploch třetího stupně a křivky Γ.

Sur les lignes géodésiques et les éléments fondamentaux des courbes tracées sur une surface.

Iv. Tzénoff, Sofia.

Soient

$$x = \varphi_1(x_1, x_2), \quad y = \varphi_2(x_1, x_2), \quad z = \varphi_3(x_1, x_2)$$

les équations paramétriques d'une surface (S) et soit (C) une courbe tracée sur cette surface. Formons les fonctions (les dérivées sont prises par rapport à l'arc s)

$$\mathrm{T}^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 = g_{ik}x'_ix'_k = 1 \qquad (i, k = 1, 2)$$

$$\frac{1}{\varrho^2} = x''^2 + y''^2 + z''^2 = g_{ik}x''_i\left[x''_k + \begin{Bmatrix} mn \\ k \end{Bmatrix} x'_mx'_n\right] + \left[\begin{Bmatrix} ik \\ p \end{Bmatrix}\begin{bmatrix} mn \\ p \end{bmatrix} + b_{ik}b_{mn}\right] x'_ix'_kx'_mx'_n. \qquad (1)$$

[1]) Spisy vydávané přírodovědeckou fakultou Masarykovy univ., č. *107* (*1929*).

[2]) Fano, Ricerche sulla varieta cubica etc, Annali di matematica, S. *3*, *t*. *X*. (*1904*).

Alors les équations des lignes géodésiques sont

$$\frac{1}{2}\frac{\partial \frac{1}{\varrho^2}}{\partial x''_i} = g_{ik} x''_k + \begin{bmatrix} mn \\ i \end{bmatrix} x'_m x'_n = 0 \quad (i = 1, 2). \qquad (2)$$

En remplaçant dans l'équation (1) x''_i par leurs valeurs tirées des équations des lignes géodésiques, on obtient

$$\frac{1}{\varrho_n} = b_{ik} x'_i x'_k.$$

Avec les trois fonctions T^2, $\frac{1}{\varrho^2}$, $\frac{1}{\varrho_n}$ nous trouvons: 1. les lignes géodésiques (2); 2. la courbure normale

$$\frac{\cos \Theta}{\varrho} = \frac{1}{\varrho_n} = b_{ik} x'_i x'_k; \qquad (3)$$

3. la torsion géodésique

$$\frac{1}{\tau} - \frac{d\Theta}{ds} = \frac{1}{4g} \begin{vmatrix} \frac{\partial \frac{1}{\varrho^2}}{\partial x'_1} & \frac{\partial T^2}{\partial x'_1} \\ \frac{\partial \frac{1}{\varrho^2}}{\partial x'_2} & \frac{\partial T^2}{\partial x'_2} \end{vmatrix}, \text{ où } g = \sqrt{g_{11} g_{22} - g_{12}^2}; \qquad (4)$$

4. la courbure géodésique

$$\frac{\sin \Theta}{\varrho} = \frac{1}{4g} \begin{vmatrix} \frac{\partial T^2}{\partial x'_1} & \frac{\partial \frac{1}{\varrho^2}}{\partial x''_1} \\ \frac{\partial T^2}{\partial x'_2} & \frac{\partial \frac{1}{\varrho^2}}{\partial x''_2} \end{vmatrix}. \qquad (5)$$

Les formules (3), (4), (5) servent pour le calcul des éléments fondamentaux Θ, $\frac{1}{\varrho}$, $\frac{1}{\tau}$ de la courbe considérée.

Lineární přímkový komplex jako trojrozměrná varieta.

F. Vyčichlo, Praha.

V přednášce byly ukázány předně výsledky studia přímkového prostoru jako čtyřrozměrné variety druhého stupně V_4. V takové varietě lze zavésti vhodně metriku volbou funda-