Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Miloslav Hampl

Deformations- und Spannungszustand der achsensymmetrisch belasteten dicken Kugelschale

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 64 (1935), No. 6, 225--226

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123554

mit den krummlinigen Koordinaten x_1, x_2, x_3 ausdrücken, so berechnen wir nach (1)

$$ds^2 = c^2\,dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2) = gc^2\,dt^2 - 2g_i\,dt - g_{ik}\,dx^i\,dx^k$$

mit (3)

$$g = 1 - \frac{1}{c^2}(\varphi_0{}^2 + \chi_0{}^2 + \psi_0{}^2), \quad g_i = \varphi_0\varphi_i + \chi_0\chi_i + \psi_0\psi_i, \qquad (4)$$
$$g_{ik} = \varphi_i\varphi_k + \chi_i\chi_k + \psi_i\psi_k.$$

Man findet dann für die Transformationsgleichungen zum „lokalen Inertialsystem"

$$\begin{aligned} dx &= (\varphi_i + \gamma\varphi_0 g_i)\,dx^i + \alpha\varphi_0\,dx^0 \\ dy &= (\chi_i + \gamma\chi_0 g_i)\,dx^i + \alpha\chi_0\,dx^0 \\ dz &= (\psi_i + \gamma\psi_0 g_i)\,dx^i + \alpha\psi_0\,dx^0 \\ dt &= \alpha(dx_0 + 1/c^2\,g_i\,dx^i) \end{aligned} \qquad (5)$$

wobei γ und α zur Abkürzung für

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{g}}, \quad \gamma = \frac{1}{c^2\sqrt{g}}\,\frac{1}{1+\sqrt{g}} \qquad (6)$$

gesetzt ist. Das sind die relativistischen Verallgemeinerungen der entsprechenden klassischen Gleichungen

$$dx = \varphi_i\,dx^i + \varphi_0\,dx_0, \; dy = \chi_i\,dx^i + \chi_0\,dx_0, \; dz = \psi_i\,dx^i + \psi_0 dx_0,$$
$$dt = dx_0 \qquad (7)$$

und sie stehen zu diesen in derselben Beziehung wie die Lorentztransformationen zu den Galileitransformationen. Sie enthalten natürlich die Lorentztransformationen als Spezialfall, wenn man für (2) $\varphi = x_1 + ut$, usw. setzt. Im Grenzfall $c \to \infty$ gehen (5) wegen $\alpha = 1$, $\gamma = 0$ in (7) über. Die Umrechnung von ds^2 mit (5) auf die Größen dx_1, dx_2, dx_3, dx_0 ergibt

$$ds^2 = c^2\,dx_0{}^2 - g_{ik}\,dx^i\,dx^k.$$

Das Linienelement ist somit in den Raum mit der Metrik $d\sigma^2 = g_{ik}\,dx^i\,dx^k$ und die Zeit dx_0 zerspalten. Die eingehende Diskussion der Integrabilitätsbedingung von (5) ergibt, daß allein die dem „klassischen" Bewegungszustand $x = x_1 + ut$, $y = x_2 + vt$, $z = x_3 + wt$ entsprechenden Gleichungen (5) integrabel sind. Eine ausführliche Darstellung der behandelten Frage erscheint in der Z. f. Phys.

Deformations- und Spannungszustand der achsensymetrisch belasteten dicken Kugelschale.

Miloslav Hampl, Praha.

Die Verschiebungen und Spannungen der achsensymetrisch belasteten Kugelschale ohne Berücksichtigung des Eigengewichtes lassen sich in Polarkoordinaten durch die folgenden Beziehungen darstellen: Verschiebungen:

$$u_r = \frac{\partial \chi}{\partial r} + 2r\Phi, \qquad u_\vartheta = \frac{1}{r}\frac{\partial \chi}{\partial \vartheta}.$$

Spannungen:

$$\begin{aligned}
\frac{1+\nu}{E}\widehat{rr} &= \frac{\partial^2 \chi}{\partial r^2} + \frac{2-\nu}{1-\nu}\frac{\partial r\Phi}{\partial r}, \\
\frac{1+\nu}{E}\widehat{r\vartheta} &= \frac{\partial}{\partial \vartheta}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial \chi}{\partial r} - \frac{\chi}{r^2} + \Phi\right], \qquad (1) \\
\frac{1+\nu}{E}\widehat{\vartheta\vartheta} &= \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \chi}{\partial \vartheta^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \chi}{\partial r} + \frac{\nu}{1-\nu}\frac{\partial r\Phi}{\partial r} + 2\Phi, \\
\frac{1+\nu}{E}\widehat{\varphi\varphi} &= \frac{1}{r^2}\frac{\partial \chi}{\partial \vartheta}\operatorname{cotg}\vartheta + \frac{1}{r}\frac{\partial \chi}{\partial r} + \frac{\nu}{1-\nu}\frac{\partial r\Phi}{\partial r} + 2\Phi,
\end{aligned}$$

worin die Funktionen $\Phi(r, \vartheta)$ und $\chi(r, \vartheta)$ den Gleichungen

$$\nabla^2\Phi = 0, \quad \nabla^2\chi = -\frac{1}{1-\nu}\frac{\partial r\Phi}{\partial r} - 4\Phi, \quad (\nabla^4\chi = 0) \qquad (2)$$

genügen müssen. (E = Elast.-modul, ν = Poissonsche Konstante). Für Belastungsfälle, bei welchen sich die Belastung durch die Kugelfunktionen erster Art $P_\alpha(\vartheta)$ (α ganze Zahl) ausdrücken läßt, erhält man die vollständige Lösung des Problems, wenn man zur bekannten periodischen Lösung von Gl. (2) $\chi = \sum_{\alpha=0}^{\infty} R_\alpha(r) P_\alpha(\vartheta)$ die „hemisphärische“ Lösung $\bar{\chi} = \lim_{\alpha=1} \frac{\partial}{\partial \alpha}(r^\alpha P_\alpha)$ addiert. (Hampl, Monatshefte f. Math. u. Ph., 1930, S. 215). Die Auflagerbedingungen kann man mit Hilfe der Funktionen $P_\alpha(\vartheta)$ erfüllen, wobei α einer transzendenten Gleichung genügen muß.

Sur une forme normale des solutions périodiques et des solutions séculaires.

Wladimir Wáclav Heinrich, Praha.

Je vais Vous présenter un segment particulier de mes travaux, pendant les années toutes récentes. Le but principal est de fonder une nouvelle théorie du système planétaire en particulier et des systèmes stéllaires en général.

Les efforts des épigones des classiques tels que Gyldén, Newcomb, Lindstedt ont abouti vers le déclin du siècle dernier à la découverte sensationnelle de Henry Poincaré.