Důchod invalidní.

Napsal

Martin Pokorný.

(Dokončení.)

5. Proměnný důchod invalidní a pro stáří.

a) Případ obecný. Položme si otázku o hodnotě důchodu doživotního, který se bude vypláceti dle tohoto pravidla:

„*Stane-li se n letý aktivní po m leté karenční době invalidním ihned, počne se mu vypláceti od počátku příštího roku doživotní důchod D_1, kdyby stal se invalidním v 2. roce, D_2, kdyby v 3. roce, D_3 atd.; po uplynutí však x let od uzavření smlouvy počne se mu platiti stálý důchod D_{x-m}, nehledíc k tomu, je-li pak ještě aktivním, nebo již invalidním*“.

Označíme-li hodnotu tohoto důchodu ${}^{(m)}V_{n(x)}$, jako v případě 4., abychom se vyhnuli přílišnému nahromadění značek, můžeme dle všeho, co předchází, snadně napsati ihned:

$$
\begin{aligned}
A_n \,.\, {}^{(m)}V_{n(x)} = D_1 \,.\, \frac{\dot{i}_{n+m+1}}{v^{m+1}} \varDelta_{n+m+1} + D_2 \,.\, \frac{\dot{i}_{n+m+2}}{v^{m+2}} \varDelta_{n+m+2} \\
+ \ldots + D_{x-m-1} \,.\, \frac{\dot{i}_{n+x-1}}{v^{x-1}} \varDelta_{n+x-1} + D_{x-m} \Bigg(\frac{\dot{i}_{n+x}}{v^x} \varDelta_{n+x} \\
+ \frac{A_{n+x}}{v^x} + \frac{\dot{i}_{n+x+1}}{v^{x+1}} \varDelta_{n+x+1} + \frac{A_{n+x+1}}{v^{x+1}} + \ldots \Bigg),
\end{aligned}
$$

čili, dělíme-li úročitelem v^n:

$$
\begin{aligned}
\alpha_n {}^{(m)}V_{n(x)} = D_1 \varkappa_{n+m+1} \varDelta_{n+m+1} + D_2 \varkappa_{n+m+2} \varDelta_{n+m+2} \\
+ \ldots + D_{x-m-1} \varkappa_{n+x-1} \varDelta_{n+x-1} + D_{x-m} [\Sigma_{n+x}(\varkappa \varDelta) + \Sigma_{n+x}(\alpha)],
\end{aligned}
$$

tedy

$$
\begin{aligned}
{}^{(m)}V_{n(x)} = \{D_1 \varkappa_{n+m+1} \varDelta_{n+m+1} + \ldots + D_{x-m-1} \varkappa_{n+x-1} \varDelta_{n+x-1} \\
+ D_{x-m} [\Sigma_{n+x}(\varkappa \varDelta) + \Sigma_{n+x}(\alpha)]\} : \alpha_n \,. \qquad (21)
\end{aligned}
$$

Poznam. 1. Kdyby se k podmínkám jmenovaným přidala ještě ta, že invalidům v karenční době povstalým vrátí se vklad bez úroků, změnila by se pouze hodnota jmenovatele v takovou, jakou jest ve vzorci (18).

Poznam. 2. Z obecného vzorce (21) vyjdou snadně všecky vzorce předešlé, položí-li se především vůbec $D_1 = D_2 = \ldots = D_{x-m} = 1$, a zvláště pro vzorec (16) $m = 0$, pak $n + x$ = prvnímu roku toho věku, při němž všickni aktivní jsou již invalidními, tak že tu

$$A_{n+x} = A_{n+x+1} = \ldots = 0, \text{ tedy i } \Sigma_{n+x}(\alpha) = 0, \text{ atd.}$$

Poznam. 3. Obyčejně řídívají se při důchodě proměnném veličiny D_1, $D_2, \ldots$ určitým pravidlem, které mohouc býti velmi různé spůsobuje pak také různé tvary zvláštní pro vzorec (21). — Pro příklad uvedeme v následujícím případ, který by pak ještě mohl býti dále specialisován aneb obdobou na jiné převeden.

b) Stoupající důchod invalidní a pro stáří.

Aktivní *n*letý zabezpečí si právo na důchod plný po *x* letech. Kdyby však po *m*leté karenční době stal se invalidním v 1. roce, obdrží za doživotní důchod kvotu celého důchodu, již nazveme D, po každém pozdějším roce aktivity však vzrůstá právo na důchod o kvotu B tak, že právě *x*tým rokem dosáhne se celého důchodu, jejž položíme $= 1$.

Tu jest tedy položiti ve vzorci (21):

$$D_1 = D, \quad D_2 = D + B, \quad D_3 = D + 2B, \ldots$$
$$D_{x-m} = D + (x - m)B = 1.$$

Z posledního vztahu jde

$$B = \frac{1 - D}{x - m - 1}. \tag{21'}$$

Čítatel vzorce (21) přejde tím ve:

$$\begin{aligned} &D \cdot \varkappa_{n+m+1}\Delta_{n+m+1} + (D + B)\varkappa_{n+m+2}\Delta_{n+m+2} + \ldots \\ &+ [D + (x - m - 2)B]\varkappa_{n+x-1}\Delta_{n+x-1} + \Sigma_{n+x}(\varkappa\Delta) + \Sigma_{n+x}(\alpha) \\ &= D[\varkappa_{n+m+1}\Delta_{n+m+1} + \ldots + \varkappa_{n+x-1}\Delta_{n+x-1}] + B[\varkappa_{n+m+2}\Delta_{n+m+2} \\ &+ 2\varkappa_{n+m+3}\Delta_{n+m+3} + \ldots + (x - m - 2)\varkappa_{n+x-1}\Delta_{n+x-1}] \\ &+ \Sigma_{n+x}(\varkappa\Delta) + \Sigma_{n+x}(\alpha). \end{aligned} \tag{21''}$$

Součet v závorce druhé dá se rozvésti takto:

$$\varkappa_{n+m+2}\Delta_{n+m+2} + 2\varkappa_{n+m+3}\Delta_{n+m+3} + 3\varkappa_{n+m+4}\Delta_{n+m+4} + \dots$$
$$+ (x - m - 2)\varkappa_{n+x-1}\Delta_{n+x-1}$$
$$= \varkappa_{n+m+2}\Delta_{n+m+2}$$
$$+ \varkappa_{n+m+3}\Delta_{n+m+3} + \varkappa_{n+m+4}\Delta_{n+m+4} + \dots + \varkappa_{n+x-1}\Delta_{n+x-1}$$
$$+ \varkappa_{n+m+3}\Delta_{n+m+3} + \varkappa_{n+m+4}\Delta_{n+m+4} + \dots + \varkappa_{n+x-1}\Delta_{n+x-1}$$
$$+ \varkappa_{n+m+4}\Delta_{n+m+4} + \dots + \varkappa_{n+x-1}\Delta_{n+x-1}$$
$$+ \dots\dots\dots\dots$$
$$+ \varkappa_{n+x-1}\Delta_{n+x-1}.$$

Jest pak patrně obdobně jako ve vzorci (g′)

první řádka $= \Sigma_{n+m+2}(\varkappa\Delta) - \Sigma_{n+x}(\varkappa\Delta)$,
druhá řádka $= \Sigma_{n+m+3}(\varkappa\Delta) - \Sigma_{n+x}(\varkappa\Delta)$,
třetí řádka $= \Sigma_{n+m+4}(\varkappa\Delta) - \Sigma_{n+x}(\varkappa\Delta)$,

atd.; poslední pak čili $(m - x - 2)$há řádka

$$= \Sigma_{n+x-1}(\varkappa\Delta) - \Sigma_{n+x}(\varkappa\Delta).$$

Součet všech řádek tedy jest:

$$\Sigma_{n+m+2}(\varkappa\Delta) + \Sigma_{n+m+3}(\varkappa\Delta) + \dots + \Sigma_{n+x-1}(\varkappa\Delta)$$
$$- (x - m - 2)\,\Sigma_{n+x}(\varkappa\Delta).$$

Vytvoří-li se tedy ze součtové tabulky $\Sigma(\varkappa\Delta)$ opět součtová tabulka, v níž označíme:

$$S_n(\Sigma\varkappa\Delta) = \Sigma_n(\varkappa\Delta) + \Sigma_{n+1}(\varkappa\Delta) + \dots \text{ do k.,} \qquad \text{(i)}$$

bude součet náš patrně rovnati se

$$S_{n+m+2}(\Sigma\varkappa\Delta) - S_{n+x}(\Sigma\varkappa\Delta) - (x - m - 2)\Sigma_{n+x}(\varkappa\Delta),$$

z čehož tedy hodnota čítatele (21″) po sečtení členů v závorce první:

$$D[\Sigma_{n+m+1}(\varkappa\Delta) - \Sigma_{n+x}(\varkappa\Delta)] + B[S_{n+m+2}(\Sigma\varkappa\Delta) - S_{n+x}(\Sigma\varkappa\Delta)$$
$$- (x - m - 2)\Sigma_{n+x}(\varkappa\Delta)] + \Sigma_{n+x}(\varkappa\Delta) + \Sigma_{n+x}(\alpha)$$
$$= D\,.\,\Sigma_{n+m+1}(\varkappa\Delta) + B\,[S_{n+m+2}(\Sigma\varkappa\Delta) - S_{n+x}(\Sigma\varkappa\Delta)]$$
$$- [D + (x - m - 2)B - 1]\Sigma_{n+x}(\varkappa\Delta) + \Sigma_{n+x}(\alpha).$$

Ze vztahu (21′) jde však:

$$-[D + (x - m - 2)\,B - 1]$$
$$= (x - m - 1)\,B - (x - m - 2)\,B = B,$$

čímž poslední výraz pro čítatele (21″) přejde ve:

$$D\Sigma_{n+m+1}(\varkappa\Delta) + B\,[S_{n+m+2}(\Sigma\varkappa\Delta) - S_{n+x}(\varkappa\Delta) + \Sigma_{n+x}(\varkappa\Delta)] \\ + \Sigma_{n+x}(\alpha),$$

a poněvadž podle povstání tabulek součtových obdobně se vztahem v poznámce ke vzorci (15):

$$S_{n+x}(\Sigma\varkappa\Delta) = S_{n+x+1}(\Sigma\varkappa\Delta) + \Sigma_{n+x}(\varkappa\Delta),$$

čili:

$$- S_{n+x}(\Sigma\varkappa\Delta) + \Sigma_{n+x}(\varkappa\Delta) = - S_{n+x+1}(\Sigma\varkappa\Delta),$$

jest konečně hodnota (21″)

$$D\,.\,\Sigma_{n+m+1}(\varkappa\Delta) + B[S_{n+m+2}(\Sigma\varkappa\Delta) - S_{n+x+1}(\Sigma\varkappa\Delta)] + \Sigma_{n+x}(\alpha).$$

Z toho tedy konečně *hodnota našeho důchodu*:

$$^{(m)}V_{n(x)} = \{D\,.\,\Sigma_{n+m+1}(\varkappa\Delta) + B[S_{n+m+2}(\Sigma\varkappa\Delta) - S_{n+x+1}(\Sigma\varkappa\Delta)] \\ + \Sigma_{n+x}(\alpha)\} : \alpha_n. \qquad (22)$$

---

6. Hledíme-li k hodnotám důchodů posud vypočteným jakožto ke vkladům, jež osoby důchod si pojišťující činí v pojišťovně nebo ve společnosti jinak utvořené, přistupuje k tomu ještě otázka jiná. Jsou totiž případy velmi řídké, kdy by pojištěnec mohl tak značný vklad najednou složiti, aby jím sobě poněkud jen slušnější důchod zabezpečil. Proto učiněno jest opatření, aby pojištěnec mohl na místě toho zaplatiti hodnoty důchodu znenáhla splátkami ročními (z pravidla stejnými), které se mu ovšem nemohou ukládati dále, než až k té chvíli, kdy se mu počíná vypláceti důchod.

Těmto splátkám říká se pak *roční pojistné*, i budeme je označovati P s týmiž příznaky, jaké jsme připojili v jednotlivých případech ku znaku V pro pojistné jednou pro vždy zapravené.

Otázka naše jest tedy tato:

Jak veliké jest pojistné roční, jehož úhrnné hodnoty na nynějšek převedené vyrovnají se vkladu jednou pro vždy učiněnému čili hodnotě celého důchodu?

Máme-li jako dříve A_n pojištěnců věku n let, kteří smlouvu uzavřeli a V_n dotyčný vklad jednou pro vždy, složili všickni dohromady A_nV_n a této hodnotě mají rovnati se hodnoty splátek ročních. Hodnoty tyto jsou:

počátkem 1. roku A_nP_n,

počátkem 2. roku již jen $A_{n+1}P_n$ odúročeny o 1 rok,

počátkem 3. roku již jen $A_{n+2}P_n$ odúročeny o 2 roky, atd.

Počne-li od x-tého roku bezvýminečné vyplácení důchodu, končí se počátkem toho roku placení pojistného, tak že hodnota poslední splátky jest počátkem $x$tého roku $A_{n+x-1}P_n$, odúročena o $(x-1)$ roků.

Z toho jde vztah:

$$A_n V_n = A_n P_n + \frac{A_{n+1}}{v} P_n + \frac{A_{n+2}}{v^2} P_n + \ldots + \frac{A_{n+x-1}}{v^{x-1}} P_n,$$

násobí-li se pak obě strany $\frac{1}{v^n}$ a v pravo se vyjme P_n:

$$\alpha_n V_n = (\alpha_n + \alpha_{n+1} + \alpha_{n+2} + \ldots + \alpha_{n+x-1}) P_n,$$

čili dle dřívějšího označení

$$\alpha_n V_n = [\Sigma_n(\alpha) - \Sigma_{n+x}(\alpha)] P_n,$$

z čehož

$$P_n = \frac{\alpha_n V_n}{\Sigma_n(\alpha) - \Sigma_{n+x}(\alpha)}. \tag{23}$$

Užijeme-li tohoto vztahu na jednotlivé případy dříve probrané, shledáme, že při vzorcích (16) a (17) dlužno $n+x-1$ položiti rovno nejzazšímu věku aktivních, poněvadž počne bezvýminečné vyplácení důchodu zde teprv pak, až všickni aktivní se stali invalidními; tu pak jest $\Sigma_{n+x}(\alpha) = 0$. Ve vzorcích těchto nahradí se tedy patrně jmenovatel α_n prostě jmenovatelem $\Sigma_n(\alpha)$, ve vzorcích pak (19), (20), (21) a (22) jmenovatelem $\Sigma_n(\alpha) - \Sigma_{n+x}(\alpha)$. Sestavíme-li případy tyto k sobě, bude *roční pojistné* pro prostý důchod invalidní (odst. 1.)

$$P_n = \frac{\Sigma_{n+1}(\varkappa \Delta)}{\Sigma_n(\alpha)}, \tag{24}$$

pro odročený důchod invalidní (odst. 2.)

$$^{(m)}P_n = \frac{\Sigma_{n+m+1}(\varkappa \Delta)}{\Sigma_n(\alpha)}, \tag{25}$$

pro prostý důchod invalidní a pro stáří (odst. 4.)

$$P_{n(x)} = \frac{\Sigma_{n+1}(\varkappa \Delta) + \Sigma_{n+x}(\alpha)}{\Sigma_n(\alpha) - \Sigma_{n+x}(\alpha)}, \tag{26}$$

pro odročený důchod invalidní a pro stáří (odst. 3.)

$$^{(m)}P_{n(x)} = \frac{\Sigma_{n+m+1}(\varkappa \Delta) + \Sigma_{n+x}(\alpha)}{\Sigma_n(\alpha) - \Sigma_{n+x}(\alpha)}, \tag{27}$$

pro stoupající důchod invalidní a pro stáří (odst. 5. b)

$$^{(m)}P_{n(x)} = \{D \,.\, \Sigma_{n+m+1}(\varkappa \Delta) + B[S_{n+m+2}(\Sigma \varkappa \Delta) - S_{n+x+1}(\Sigma \varkappa \Delta)] + \Sigma_{n+x}(\alpha)\} : [\Sigma_n(\alpha) - \Sigma_{n+x}(\alpha)]. \tag{28}$$

Poznam. Odročené důchody s odbytným nepojali jsme v tuto řadu, poněvadž, rozumí-li se zde odbytným vrácení všeho do té doby splaceného pojistného (bez úroků), stává se úkol jiným, poněkud složitějším.

K povinnostem pojišťovny přibývá zde totiž ještě vyplatiti pojistné P_n tolikkrát:

$$\begin{array}{llll} \text{invalidům} & \text{z } 1. & \text{roku} & \dot{i}_{n+1} P_n, \\ \quad " & \text{z } 2. & \quad " & \dot{i}_{n+2} \,.\, 2P_n, \\ \quad " & \text{z } 3. & \quad " & \dot{i}_{n+3} \,.\, 3P_n, \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \quad " & \text{z } m. & \quad " & \dot{i}_{n+m} \,.\, mP_n. \end{array}$$

Odúročí-li se tyto výplaty na nynějšek a sečtou, jest jejich součet

$$s = \left(\frac{\dot{i}_{n+1}}{v} + 2\,.\,\frac{\dot{i}_{n+2}}{v^2} + 3\,.\,\frac{\dot{i}_{n+3}}{v^3} + \ldots + m\,.\,\frac{\dot{i}_{n+m}}{v^m}\right) P_n,$$

čili

$$\frac{s}{v^n} = (\varkappa_{n+1} + 2\varkappa_{n+2} + 3\varkappa_{n+3} + \ldots + m\,\varkappa_{n+m})\, P_n.$$

Majíce zření ke vztahu (g) a při tom k vytvoření podobného součtu (5. b.), obdržíme ihned:

$$\frac{s}{v_n} = [\Sigma_{n+1}(\varkappa) + \Sigma_{n+1}(\varkappa) + \ldots + \Sigma_{n+m}(\varkappa) - m\,.\,\Sigma_{n+m+1}(\varkappa)]\, P_n,$$

a sestavíme-li součty jako v *(i)*:

$$\Sigma_n(\varkappa) + \Sigma_{n+1}(\varkappa) + \ldots \text{ do k.} = S_n(\Sigma\varkappa), \qquad (k)$$

také:

$$\frac{s}{v^n} = [S_{n+1}(\Sigma\varkappa) - S_{n+m+1}(\Sigma\varkappa) - m\,.\,\Sigma_{n+m+1}(\varkappa)]\, P_n.$$

Vezmouce za vzor případ ve 2. b) uvedený, a obrátíce zření k vývodům tohoto odstavce a k tomu, že z $\frac{s}{v^n}$ odúročitel zmizí v odúročených číslech žijících, budeme míti z tamější rovnice pro $\alpha_n\,.\,{}^{(m)}V'_n$:

$$\Sigma_n(\alpha)\,.\,{}^{(m)}P'_n = [S_{n+1}(\Sigma\varkappa) - S_{n+m+1}(\Sigma\varkappa) - m\,.\,\Sigma_{n+m+1}(\varkappa)]\,.\,{}^{(m)}P'^{n} + \Sigma_{n+m+1}(\varkappa\Delta),$$

z čehož

$${}^{(m)}P'_n = \frac{\Sigma_{n+m+1}(\varkappa\Delta)}{\Sigma_n(\alpha) - S_{n+1}(\Sigma\varkappa) + S_{n+m+1}(\Sigma\varkappa) + m\,.\,\Sigma_{n+m+1}(\varkappa)}. \qquad (29)$$

7. Při bližším popatření na způsob, jímž stanovil se invalidní důchod ve všech případech námi probraných *), shledáme zajisté tu mezeru, že doba, od které se důchod počíná vypláceti, většinou nesplývá s dobou, kdy invalidita nastala, neboť invalidům během některého roku (třeba hned na počátku) povstalým počítáme důchod teprv od počátku příštího roku a tu pak zase jen těm, kteří tu z nich ještě žijí.

Máme za to, že jest potřebí mezeru tuto doplniti, neboť nelze si mysliti, že by společnost pojišťovací mohla státi na podmínce, že pro případ nastalé invalidity svému členu počne důchod vypláceti až po uplynutí plného roku pojišťovacího, nýbrž musí zajisté stanoviti počátek důchodu na počátek invalidnosti.

Oprava vzorců pojišťovacích vzhledem k tomuto ustanovení může se provésti asi takto:

a) Invalidi, kteří během roku povstanou ($A_n p_n$ dle I. odst. 1.), počnou bráti důchod hned v prvním roce, ale poněvadž průměrem, jak jsme již shora činili, můžeme stejný počet na prvou jako na druhou polovici roku bráti, lze pro každého průměrem vzíti jen polovičný důchod jednoho roku, totiž $\frac{1}{2}$ zl., t. j. výplata v 1. roce činí celkem

$$\frac{1}{2} A_n p_n.$$

To pak má se ještě odúročiti na počátek roku, což stane se, poněvadž můžeme počátek důchodu průměrem položiti do prostřed roku, činitelem

$$\frac{1}{1+\frac{1}{2}\frac{p}{100}} = \frac{2}{2+\frac{p}{100}} = \frac{2}{1+\left(1+\frac{p}{100}\right)} = \frac{2}{1+v},$$

tak že hodnota těchto výplat prvého roku činí

$$\frac{1}{2} A_n p_n \cdot \frac{2}{1+v} = \frac{A_n p_n}{1+v}.$$

Vyjádří-li se ještě $A_n p_n$ ze vzorce (12) takto:

*) Mathematikové, kteří tou otázkou dosud se obírali, všickni ustanovili dobu k početi důchodu invalidního týmž způsobem, aniž si všimli mezery, o které chceme pojednati.

$$A_n p_n = \frac{1+s_n}{2s_n} \cdot i_{n+1},$$

jest výplata 1. roku:

$$\frac{1+s_n}{2s_n} \cdot \frac{i_{n+1}}{1+v} = \frac{1}{2(1+v)} \cdot \left(1+\frac{1}{s_n}\right) i_{n+1}. \qquad (30')$$

To opakuje se při povstávajících invalidech každého dalšího roku, i bude pak činiti nynější *hodnota celkové opravy zřejmě*:

$$K = \frac{1}{2(1+v)}\left[\left(1+\frac{1}{s_n}\right) i_{n+1} + \left(1+\frac{1}{s_{n+1}}\right)\frac{i_{n+2}}{v} + \left(1+\frac{1}{s_{n+2}}\right)\frac{i_{n+3}}{v^2} + \ldots \text{ do k.}\right]$$

$$= \frac{1}{2(1+v)}\left[\left(i_{n+1} + \frac{i_{n+2}}{v} + \frac{i_{n+3}}{v^2} + \ldots\right) + \left(\frac{i_{n+1}}{s_n} + \frac{i_{n+2}}{v \cdot s_{n+1}} + \frac{i_{n+3}}{v^2 \cdot s_{n+2}} + \ldots\right)\right],$$

čili

$$\frac{K}{v^n} = \frac{v}{2(1+v)}\left[\Sigma_{n+1}(\varkappa) + \Sigma_{n+1}\left(\frac{\varkappa}{s_{-1}}\right)\right], \qquad (30)$$

kde znamená

$$\Sigma_{n+1}\left(\frac{\varkappa}{s_{-1}}\right) = \frac{\varkappa_{n+1}}{s_n} + \frac{\varkappa_{n+2}}{s_{n+1}} + \frac{\varkappa_{n+3}}{s_{n+2}} + \ldots \qquad (l)$$

Veličina (30) přidá pak se patrně přímo do čítatele hodnot důchodů (16), (17), atd. anebo příslušných výrazů pro pojistné roční (24), (25) atd.

b) Jednodušší vzorec pro korrekturu tuto vyjde z uvažování tohoto:

Předpokládajíce, jako shora, že všichni v roce povstalí invalidi $A_n p_n$ požívají průměrem do konce roku polovičního důchodu, činíme opravu poněkud velkou, poněvadž v tom vězí mlčky podmínka, že invalidi ti přežijí celý rok. Ježto však skutečně z nich žije koncem roku jen i_{n+1}, mohli bychom také tento počet vzíti za základ a souditi takto:

Invalidi v roce povstalí a po roce ještě žijící nepožívají důchodu teprv od počátku tohoto druhého roku, nýbrž požívali ho zajisté průměrem již půl roku před tím,*) t. j. výplata v prvním roce, jako v *a)* o půl roku odúročena, jest

*) Zde vynecháváme patrně zase ty invalidy, kteří v roce minulém již počali bráti důchod, ale pak zatím zemřeli.

$$\frac{i_{n+1}}{2} \cdot \frac{2}{1+v} = \frac{i_{n+1}}{1+v}, \qquad (31')$$

což liší se od výrazu (30′) patrně tím, že místo činitele $\frac{1+s_n}{2s_n}$ položena zde jednička. Poněvadž vždy jest $s_n < 1$, jest zlomek ten vždy > 1, avšak s_n jest veličina dle tabulky příslušné dosti blízká jedničce (kromě při věku vysokém, což však zde málo rozhoduje), pročež i hodnota $\frac{1+s_n}{2s_n}$ není od jedničky příliš vzdálena.

Berouce tedy za opravu veličinu (31′) místo (30′), činíme korrekturu poněkud malou; avšak poněvadž (30′), jak jsme viděli, jest poněkud velké, není příčiny dávati jedné z nich zvláštní přednost před druhou, zvláště proto, že obě veličiny jsou pouze přibližné.

Pro všecka příští leta bude činiti tedy celkem oprava:

$$K' = \frac{1}{1+v}\left(i_{n+1} + \frac{i_{n+2}}{v} + \frac{i_{n+3}}{v^2} + \ldots\right),$$

čili

$$\frac{K'}{v^n} = \frac{v}{1+v} \cdot \Sigma_{n+1}(\varkappa), \qquad (31)$$

kterýžto vzorec ze vzorce (30) vyšel by také, kdybychom tam prostě položili $\Sigma_{n+1}\left(\frac{\varkappa}{s_{-1}}\right) = \Sigma_{n+1}(\varkappa)$, to jest, kdyby všecka s_n nahradila se jedničkou.

Poznam. 1. Poněvadž pro každou společnost pojišťovací jest důležito, aby měla příjmy ve srovnání k možným vydáním spíše o něco větší, než menší, zamlouvala by se zde korrektura (30). Zajisté však přišli bychom pravdě ještě blíže, kdybychom z obou oprav vzali průměr arithmetický, totiž:

$$\frac{K''}{v^n} = \frac{v}{4(1+v)}\left[3\Sigma_{n+1}(\varkappa) + \Sigma_{n+1}\left(\frac{\varkappa}{s_{-1}}\right)\right].$$

Kdybychom si sestavili pro vždy tabellu veličin

$$3\Sigma_{n+1}(\varkappa) + \Sigma_{n+1}\left(\frac{\varkappa}{s_{-1}}\right),$$

bylo by zřízení opravy této ve všech případech snadné.

Poznam. 2. Při důchodech odročených změní se patrně korrektura v tom, že součet $\Sigma_{n+1}(\varkappa)$ i $\Sigma_{n+1}\left(\frac{\varkappa}{s_{-1}}\right)$ nahradí se součtem $\Sigma_{n+m+1}(\varkappa)$ a $\Sigma_{n+m+1}\left(\frac{\varkappa}{s_{-1}}\right)$.

Poznam. 3. Při proměnném důchodě invalidním stane se korrektura již složitější. Podržíme-li zde jen opravu dle *b)* a pominouce případ proměnného důchodu všeobecného obmezíme-li se na případ v 5. *b)* probraný, tu jest na snadě, že korrektura zde činí:

$$\mathrm{K}' = \frac{1}{1+v}\Big[\mathrm{D}\,.\,\frac{\dot{i}_{n+m+1}}{v^m} + (\mathrm{D}+\mathrm{B})\,.\,\frac{\dot{i}_{n+m+2}}{v^{m+1}} + \ldots$$

$$+ (\mathrm{D} + \{x - m - 2\}\mathrm{B})\,.\,\frac{\dot{i}_{n+x+1}}{v^{x-2}} + \frac{\dot{i}_{n+x}}{v^{x-1}} + \frac{\dot{i}_{n+x+1}}{v^{x}} + \ldots\Big],$$

tedy

$$\frac{\mathrm{K}'}{v^n} = [\mathrm{D}.\varkappa_{n+m+2} + (\mathrm{D}+\mathrm{B})\varkappa_{n+m+2} + .. + (\mathrm{D} + \{x - m - 2\}\mathrm{B}.\varkappa_{n+x+1}$$

$$+ \varkappa_{n+x} + \varkappa_{n+x+1} + \ldots],$$

což dá po snadné redukci jako při rovnici (21′):

$$\frac{\mathrm{K}'}{v_n} = \frac{v}{1+v}\{\mathrm{D}\,.\,\Sigma_{n+m+1}(\varkappa) + \mathrm{B}[\mathrm{S}_{n+m+2}(\Sigma\varkappa) - \mathrm{S}_{n+x+1}(\Sigma\varkappa)]\}. \quad (32)$$

IV.

Velmi důležitý jest další úkol — zvláště pro pojišťovací společnosti — totiž ustanovení *hodnoty pojistky*)* ve kterékoli době po uzavřeném pojištění, čili tak řečené *reservy pojistného.*

Poněvadž úkol ten jest již povahy více specialní a patří do obsáhlejších spisů odborných, přestaneme zde na jediném a to nejjednodušším případě, abychom ukázali na něm, kterak se podobné úlohy vůbec řeší; spočíváť arci řešení to na týchž základech, jako vyhledávání pojistného, ale vyskytují se při tom některé vztahy, na něž tím chceme upozorniti. Řešení jiných úloh toho druhu nebude pak poskytovati již zvláštních obtíží.

Výraz *hodnota pojistky* svým významem ukazuje k tomu, že pojistka nemá tu cenu, jakou činí všecko zapravené pojistné.

---

*) **Listu, který o uzavřené smlouvě mezi pojištěncem a pojišťovací společností vydává se k rukoum pojištěnce, říká se pojistka.**

Jeť zřejmo, že v našich případech všech z pojistného od jednotlivého pojištěnce zaplaceného spotřebuje se hned v prvních letech jakási část na uhrazení výplat povstalým invalidům, že tedy pojistka má hodnotu menší, než činí pojistné se svými úroky. Theoreticky najde se tato hodnota postupem tímto:

Pojistné členy téže kategorie zapravené se sečte, k tomu přidá se úrok a odečte se hodnota všech dosud členům (theoreticky) učiněných výplat. Zbytek rozdělen na všecky žijící pojištěnce dává hodnotu pojistky jednotlivé.

Tolik, co činí hodnota pojistky, může pojištěnec pokládati za svůj u společnosti uložený majetek. Tolik také měl by obdržeti nazpět, kdyby chtěl společnosti pojistku vrátiti, tak že lze hodnotu pojistky také nazvati čistou *kupní cenou.* **)

Zároveň však jest hodnota pojistky *i* rovna *reservě pojistného*, kteráž svým významem obsahuje zřejmě to, co z pojistného přijatého dlužno ukládati do zálohy pro budoucí výplaty.

Obyčejně vyměřuje se pak význam reservy pojistného jakožto obnos, jejž musí pojišťovna míti pohotově, aby mohla budoucím povinnostem svým ke členům dostáti.

Podle této definice bylo by ustanoviti reservu tak, že *se určí theoretická hodnota budoucích výplat členům a odečte se hodnota toho, co členové k tomu budoucně ještě (theoreticky) poskytnou.* To vše uvedeno na dobu, kdy se reserva určuje, rozdělí se počtem členů súčastněných.

Jsou-li splátky členů pojišťovně pravidelné, není nesnadno uvésti oběma jmenovanými způsoby výpočtu hodnotu pojistky a reservu pojistného v týž tvar, i jest tedy lhostejno, kterým z obou způsobů si povedeme.

Má-li pojišťovna za základ k vypočítání pojistného tabulky statistické se skutečností dobře se srovnávající, bude také vypočtená hodnota pojistky co nejlépe se shodovati se skutečnou

---

**) Žádná společnost pojišťovací nepropouští ráda někoho ze svých členů a to z příčin ze předchozích vývodů patrných; proto také nerozvazuje smlouvu beze všech podmínek, nýbrž ukládá za zrušení smlouvy, které může jedině vycházeti od pojištěnce, nikdy od společnosti, pojištěnci jaksi pokutu, záležející v tom, že z hodnoty pojistky strhuje odstupujícímu částku určitou, zbytek toliko jakožto kupní cenu vyplácejíc.

hotovostí pokladny. Kdyby souhlas theorie a skutečnosti byl úplný, nebylo by zvláštního ustanovování reservy potřebí; avšak tomu nemusí tak býti, zvláště není-li počet členů dosti veliký. Proto jest nutno, aby reserva každého roku pro bilanci se ustanovila.

Položme si za úkol vypočítati hodnotu pojistky důchodu invalidního dle III. 1., a to na konci $r$tého roku po uzavřeném pojištění.

Označíme zde S hodnotu toho, co společnost členům od počátku n-letým jakožto nápotomním invalidům již vyplatila, U toho, co členové jakožto aktivní k tomu do té doby poskytli, T počet členů majících na tom podílu; i bude patrně hodnota pojistky:

$$\frac{\mathrm{U}-\mathrm{S}}{\mathrm{T}}.$$

Byl-li učiněn od členův jeden vklad za vždy, jest patrně

$$\mathrm{U} = \mathrm{A}_n \,.\, \mathrm{V}_n \,.\, v^r = v^{n+r} \,.\, \alpha_n \mathrm{V}_n$$

(zúročeno na konec $r$tého roku). Při vkladech ročních pak jest:

$$\begin{aligned} \mathrm{U} &= (\mathrm{A}_n \,.\, v^r + \mathrm{A}_{n+1} \,.\, v^{r-1} + \ldots + \mathrm{A}_{n+r-1} \,.\, v) \,.\, \mathrm{P}_n \\ &= v^{n+r}(\alpha_n + \alpha_{n+1} + \ldots + \alpha_{n+r-1})\, \mathrm{P}_n \\ &= v^{n+r}[\Sigma_n(\alpha) - \Sigma_{n+r}(\alpha)]\mathrm{P}_n. \end{aligned}$$

Společnost vyplatila důchod všem v letech uplynulých povstalým invalidům, pokud zůstali na živě, avšak hodnota důchodu po r letech pro jednotlivého invalidu z 1. roku nemá zde hodnotu Δ_n, poněvadž se musí počítati pouze část připadající do $r$tého roku, již označíme $\Delta_{n(r)}$.

Máme-li M_n invalidů důchod nastupujících, vyplatí pojišťovna do $r$tého roku 1 zl. ročně tolikráte (viz odd. III. úvod):

$$\mathrm{M}_n \,.\, \Delta_{n(r)} = \mathrm{M}_n + \frac{\mathrm{M}_{n+1}}{v} + \ldots + \frac{\mathrm{M}_{n+r-1}}{v^{r-1}},$$

čili

$$\mu_n \Delta_{n(r)} = \Sigma_n(\mu) - \Sigma_{n+r}(\mu),$$

z čehož

$$\Delta_{n(r)} = \frac{\Sigma_n(\mu)}{\mu_n} - \frac{\Sigma_{n+r}(\mu)}{\mu_n} = \Delta_n - \frac{\Sigma_{n+r}(\mu)}{\mu_n}.$$

Společnost vyplatila tedy skutečně:

$$S = \left[i_{n+1} v^r \left(\Delta_{n+1} - \frac{\Sigma_{n+r}(\mu)}{\mu_{n+1}}\right) + i_{n+2} \cdot v^{r-1} \left(\Delta_{n+2} - \frac{\Sigma_{n+r}(\mu)}{\mu_{n+2}}\right) + \ldots \right.$$

$$\left. + \, i_{n+r} \left(\Delta_{n+r} - \frac{\Sigma_{n+r}(\mu)}{\mu_{n+r}}\right)\right]$$

$$= v^{n+r} \left[\varkappa_{n+1}\Delta_{n+1} + \varkappa_{n+2}\Delta_{n+2} + \ldots + \varkappa_{n+r}\Delta_{n+r} \right.$$

$$\left. - \Sigma_{n+r}(\mu) \cdot \left(\frac{\varkappa_{n+1}}{\mu_{n+1}} + \frac{\varkappa_{n+2}}{\mu_{n+2}} + \ldots + \frac{\varkappa_{n+r}}{\mu_{n+r}}\right)\right].$$

Avšak $\frac{\varkappa_n}{\mu_n}$ vůbec patrně $= \frac{i_n}{M_n}$; jest tedy druhý součet v závorce

$$\frac{i_{n+1}}{M_{n+1}} + \frac{i_{n+2}}{M_{n+2}} + \ldots + \frac{i_{n+r}}{M_{n+r}}$$

a označíme-li součet podílů

$$\frac{i_n}{M_n} + \frac{i_{n+1}}{M_{n+1}} + \frac{i_{n+2}}{M_{n+2}} + \ldots \text{ do k.} = \Sigma_n \left(\frac{i}{M}\right) \qquad (m)$$

jest také

$$\Sigma_{n+1}\left(\frac{i}{M}\right) - \Sigma_{n+r+1}\left(\frac{i}{M}\right),$$

tedy

$$S = v^{n+r}\left[\Sigma_{n+1}(\varkappa\Delta) - \Sigma_{n+r+1}(\varkappa\Delta) - \Sigma_{n+r}(\mu) \cdot \left\{ \Sigma_{n+1}\left(\frac{i}{M}\right) \right.\right.$$

$$\left.\left. - \Sigma_{n+r+1}\left(\frac{i}{M}\right) \right\}\right].$$

Z toho jde při vkladu jednom:

$$U - S = v^{n+r}\left[\alpha_n V_n - \Sigma_{n+1}(\varkappa\Delta) + \Sigma_{n+r+1}(\varkappa\Delta) \right.$$

$$\left. + \Sigma_{n+r}(\mu) \cdot \left\{ \Sigma_{n+1}\left(\frac{i}{M}\right) - \Sigma_{n+r+1}\left(\frac{i}{M}\right) \right\}\right],$$

a poněvadž dle (16)

$$\alpha_n V_n = \Sigma_{n+1}(\varkappa\Delta),$$

$$U - S = v^{n+r}\left[\Sigma_{n+r+1}(\varkappa\Delta) + \Sigma_{n+r}(\mu) \cdot \left\{ \Sigma^{n+1}\left(\frac{i}{M}\right) \right.\right.$$

$$\left.\left. - \Sigma_{n+r+1}\left(\frac{i}{M}\right) \right\}\right]. \qquad (34')$$

Při vkladech ročních jest

$$U - S = v^{n+r}\left[\left\{\Sigma_n(\alpha) - \Sigma_{n+r}(\alpha)\right\}.\,P_n - \Sigma_{n+1}(\varkappa\Delta) + \Sigma_{n+r+1}(\varkappa\Delta)\right.$$
$$\left. + \Sigma_{n+r}(\mu).\left\{\Sigma_{n+1}\left(\frac{i}{M}\right) - \Sigma_{n+r+1}\left(\frac{i}{M}\right)\right\}\right],$$

a poněvadž dle (24)

$$\Sigma_n(\alpha).\,P_n = \Sigma_{n+1}(\varkappa\Delta),$$
$$U - S = v^{n+r}.\left[\Sigma_{n+r+1}(\varkappa\Delta) - \Sigma_{n+r}(\alpha).\,P_n\right.$$
$$\left. + \Sigma_{n+r}(\mu).\left\{\Sigma_{n+1}\left(\frac{i}{M}\right) - \Sigma_{n+r+1}\left(\frac{i}{M}\right)\right\}\right]. \tag{35'}$$

Hodnotu (34') nebo (35') rozděliti jest stejnou měrou na všecky pojištěnce, kteří z původních A_n pojištěnců ještě žijí, nechť jsou ještě aktivní, nebo již invalidní. Těch pak jest aktivních A_{n+r}; počet invalidních pak najde se takto:

Pravděpodobnost, že $(n+1)$letý invalida bude na konci $(n+r)$tého roku svého věku ještě živ, jest dle (a) patrně

$$\frac{M_{n+r}}{M_{n+1}},$$

tedy počet invalidů, kteří z i_{n+1} invalidů dočkají se $(n+r)$tého roku:

$$i_{n+1}.\frac{M_{n+r}}{M_{n+1}}.$$

To tedy jest počet invalidů, kteří z těch, již v 1. roce povstali, po r letech ještě žijí. Jest tedy patrně všech invalidů z 1., 2,... $r$tého roku koncem $r$tého roku na živě:

$$i_{n+1}.\frac{M_{n+r}}{M_{n+1}} + i_{n+2}\frac{M_{n+r}}{M_{n+2}} + \ldots + i_{n+r}.\frac{M_{n+r}}{M_{n+r}}$$
$$= M_{n+r}.\left(\frac{i_{n+1}}{M_{n+1}} + \frac{i_{n+2}}{M_{n+2}} + \ldots + \frac{i_{n+r}}{M_{n+r}}\right)$$
$$= M_{n+r}\left[\Sigma_{n+1}\left(\frac{i}{M}\right) - \Sigma_{n+r+1}\left(\frac{i}{M}\right)\right].$$

Bude tedy

$$T = A_{n+r} + M_{n+r}\left[\Sigma_{n+1}\left(\frac{i}{M}\right) - \Sigma_{n+r+1}\left(\frac{i}{M}\right)\right]$$
$$= v^{n+r}\left[\alpha_{n+r} + \mu_{n+r}.\left\{\Sigma_{n+1}\left(\frac{i}{M}\right) - \Sigma_{n+r+1}\left(\frac{i}{M}\right)\right\}\right].$$

Konečně tedy vyjde ze vztahů (34') a (35') při *vkladě jednou za vždy*:

$$[\mathrm{res}_r \mathrm{V}_n]$$

$$= \frac{\Sigma_{n+r+1}(\varkappa\varDelta) + \Sigma_{n+r}(\mu) \,.\, \left[\Sigma_{n+1}\left(\frac{i}{\mathrm{M}}\right) - \Sigma_{n+r+1}\left(\frac{i}{\mathrm{M}}\right)\right]}{\alpha_{n+r} + \mu_{n+r}\left[\Sigma_{n+1}\left(\frac{i}{\mathrm{M}}\right) - \Sigma_{n+r+1}\left(\frac{i}{\mathrm{M}}\right)\right]}, \quad (34)$$

při *pojistném ročním*:

$$[\mathrm{res}_r \mathrm{P}_n] =$$

$$\frac{\Sigma_{n+r+1}(\varkappa\varDelta) - \Sigma_{n+r}(\alpha) \,.\, \mathrm{P}_n + \Sigma_{n+r}(\mu) \,.\, \left[\Sigma_{n+1}\left(\frac{i}{\mathrm{M}}\right) - \Sigma_{n+r+1}\left(\frac{i}{\mathrm{M}}\right)\right]}{\alpha_{n+r} + \mu_{n+r}\left[\Sigma_{n+1}\left(\frac{i}{\mathrm{M}}\right) - \Sigma_{n+r+1}\left(\frac{i}{\mathrm{M}}\right)\right]}. \quad (35)$$

Abychom se přesvědčili, že i druhou cestou téhož konce dojdeme, probereme týž případ takto:

Označme S′ hodnotu důchodů, které společnost členům po *r*tém roce bude vypláceti, U′ toho, co členové aktivní ještě zbylí budou pak poskytovati, T pak počet pojištěnců na konci *r*-tého roku ještě žijících.

Uvažme, že společnost na počátku $(r+1)$ého roku přejímá staré povinnosti, totiž vypláceti důchod všem invalidům z 1., 2., 3.,.. *r*tého roku na konci *r*tého čili na počátku $(r+1)$ého roku ještě žijícím; mimo to pak že jí nastanou nové povinnosti vypláceti důchod také nově povstávajícím invalidům v $(r+1)$ém, $(r+2)$hém roce atd.

Invalidů z 1. roku dle hořejšího rozboru zbylo

$$i_{n+1} \,.\, \frac{\mathrm{M}_{n+r}}{\mathrm{M}_{n+1}},$$

jimž náleží od té chvíle doživotní důchod 1 zl., tak že souhrnná hodnota těch důchodů jest

$$i_{n+1} \,.\, \frac{\mathrm{M}_{n+r}}{\mathrm{M}_{n+1}} \,.\, \varDelta_{n+r}.$$

Pro invalidy z druhého roku bude obdobně hodnota doživotního důchodu na konci *r*tého roku smlouvy:

$$i_{n+2} \,.\, \frac{\mathrm{M}_{n+r}}{\mathrm{M}_{n+2}} \,.\, \varDelta_{n+r}, \qquad \text{atd.}$$

pro invalidy z *r*-tého roku tedy:

$$i_{n+r} \,.\, \frac{\mathrm{M}_{n+r}}{\mathrm{M}_{n+r}} \,.\, \varDelta_{n+r}.$$

Další povinnosti pojišťovny v budoucnosti stanoví se pak již snadně odúročeny na konec $r$tého roku:

pro invalidy z $(r+1)$ého roku: $\frac{i_{n+r+1}}{v} \cdot \Delta_{n+r+1}$,

pro invalidy z $(r+2)$hého roku: $\frac{i_{n+r+2}}{v^2} \Delta_{n+r+2}$, atd.

Souhrnem tedy jest:

$$S' = M_{n+r} \cdot \Delta_{n+r} \cdot \left(\frac{i_{n+1}}{M_{n+1}} + \frac{i_{n+2}}{M_{n+2}} + \ldots + \frac{i_{n+r}}{M_{n+r}}\right)$$
$$+ \frac{i_{n+r+1}}{v} \Delta_{n+r+1} + \frac{i_{n+r+2}}{v^2} \Delta_{n+r+2} + \ldots,$$

čili dělíme-li úročitelem v^{n+r} a užijeme-li známých označení:

$$S' = v^{n+r} \left[\mu_{n+r} \cdot \Delta_{n+r} \cdot \left\{\Sigma_{n+1}\left(\frac{i}{M}\right) - \Sigma_{n+r+1}\left(\frac{i}{M}\right)\right\}\right.$$
$$\left. + \Sigma_{n+r+1}(\varkappa\Delta)\right],$$

poněvadž však

$$\Delta_{n+r} = \frac{\Sigma_{n+r}(\mu)}{\mu_{n+r}},$$

tedy

$$\mu_{n+r} \cdot \Delta_{n+r} = \Sigma_{n+r}(\mu),$$

také

$$S' = v^{n+r} \left[\Sigma_{n+r}(\mu) \cdot \left\{\Sigma_{n+1}\left(\frac{i}{M}\right) - \Sigma_{n+r+1}\left(\frac{i}{M}\right)\right\} + \Sigma_{n+r+1}(\varkappa\Delta)\right].$$

Povinnost členů jest v budoucnosti, byl-li zaplacen vklad V_n pro vždy:

$$U' = 0,$$

platí-li se však pojistné roční P_n, patrně:

$$U' = \left(A_{n+r} + \frac{A_{n+r+1}}{v} + \frac{A_{n+r+2}}{v^2} + \ldots\right) P_n$$
$$= v^{n+r} \cdot \Sigma_{n+r}(\alpha) \cdot P_n.$$

Jest tedy při vkladě jednom

$$S' - U' = v^{n+r} \left[\Sigma_{n+r+1}(\varkappa\Delta) + \Sigma_{n+r}(\mu)\left\{\Sigma_{n+1}\left(\frac{i}{M}\right)\right.\right.$$
$$\left.\left. - \Sigma_{n+r+1}\left(\frac{i}{M}\right)\right\}\right],$$

při vkladech ročních

$$S' - U' = v^{n+r}\left[\Sigma_{n+r+1}(\varkappa\Delta) - \Sigma_{n+1}(\alpha) \,.\, P^n\right.$$
$$\left. + \Sigma_{n+r}(\mu) \,.\, \left\{\Sigma_{n+1}\left(\frac{i}{M}\right) - \Sigma_{n+r+r}\left(\frac{i}{M}\right)\right\}\right].$$

Veličiny tyto dokonale se srovnávají s veličinami S — U ve (34′) a (35′), a poněvadž T není zde jiné, než tam, udají také vzorce pro reservu tyže jako (34) a (35).

Poznam. Bylo-li při vypočítávání pojistného použito korrektury dle vzorce (31), bude i v reservě nutno připojiti opravu podobnou.

Jak se snadně shledá, bude připojiti k S:

$$v^{n+r} \,.\, \frac{v}{v+1}\left[\Sigma_{n+1}(\varkappa) - \Sigma_{n+r+1}(\varkappa)\right];$$

poněvadž pak v pojistném jest $\frac{v}{v+1} \,.\, \Sigma_{n+1}(\varkappa)$ opravou čítatele, t. j.

$$\alpha_n V_n = \Sigma_n(\alpha) \,.\, P_n = \Sigma_{n+1}(\varkappa\Delta) + \frac{v}{v+1}\Sigma_{n+1}(\varkappa),$$

přibude do čítatele reservy ve vzorcích (34) i (35) pouze

$$\frac{v}{v+1} \,.\, \Sigma_{n+r+2}(\varkappa).$$

Kdybychom byli korrekturu vyhledávali k S′, byla by vyšla tato veličina přímo.

V.

K tabellám, jež na konec připojujeme, podáváme ještě několik slov.

První budovatel nauky o důchodech invalidních, dr. Heym, položil za základ, jak z předu tohoto pojednání uvedeno, hypothesu o tom, kterak z lidí aktivních povstávají invalidi.

Heym z nepatrných do oné doby statistických dát mohl souditi jen tolik, že průměrem jest asi pravděpodobnost státi se v roce invalidním, 0·002. Polovičku toho, 0·001 přijal za stálou pro každý věk, pokládaje při tom za příčinu invalidnosti zevnější úraz, což ovšem nezávisí na věku člověka. Druhou část pravděpodobnosti položil za proměnnou a to s věkem pořáde vzrůstající, pocházející od vnitřních příčin organických. Při nejmladších lidech tato část pravděpodobnosti bude velmi malá, i položil ji Heym při 20. roce věku $= 0{\cdot}00002$, nechávaje ji odtud stoupati řadou geometrickou až do 80. roku věku, kdy pokládá všecky lidi již za invalidní.

Pravděpodobnost p_{20+x}, že osoba $(20+x)$letá stane se v roce invalidní, bude podle toho:

$$p_{20+x} = 0{\cdot}001 + 0{\cdot}00002 \, . \, q^x,$$

a zároveň

$$p_{79} = 0{\cdot}001 + 0{\cdot}00002 \, . \, q^{59} = 1.*)$$

Z toho jde

$$q = 49950^{\frac{1}{59}},$$

a

$$p_{20+x} = 0{\cdot}001 + 0{\cdot}00002 \, . \, 49950^{\frac{1}{59}}. \qquad (36)$$

Všeobecnější vzorec obdržíme, položíce místo krajních let věku 20 a 80, která jsou vzata libovolně, a, z, čímž vzejde:

$$p_{a+x} = 0{\cdot}001 + 0{\cdot}00002 \, . \, 49950^{\frac{1}{z-a-1}}. \qquad (37)$$

Behmova tabulka pravděpodobného vznikání invalidity, o níž také již z předu mluveno, jest jakožto výsledek z pozorování skutečných událostí zajisté významu vyššího**), než Heymova hypothetická. Avšak Heymova tabulka jest úplně urovnaná, průběh čísel v ní jest hladký, což o Behmově tabulce veskrze říci nelze.

To, co Heymovi při formulování jeho hypothese bylo vodítkem, že totiž invalidnost, nebo alespoň část její, jest plynulou funkcí věku, jest vůbec při všech jiných poměrech z průběhu života lidského čerpaných dávno za pravdu uznáno, tak že kdybychom funkci tu a každou jinou znázornili graficky, byla by křivka nepřetržitá s průběhem pravidelným.

V obr. 1. zobrazili jsme v malém nejprve křivku invalidnosti (p_n) dle Heyma, při čemž úsečky znamenají věk pojištěnce,

---

*) Heym, a po něm jiní, kladou místo druhé rovnice naší tuto: $0{\cdot}0002 \, . \, q^{59} = 1$, což patrně není správné, poněvadž by pak z první rovnice vyšlo $p_{79} = 1{\cdot}001$, číslo to jakožto hodnota pravděpodobnosti zcela nemožné.

**) Behm ve své práci statistické uveřejnil dvě tabulky, jednu o poměrech invalidity úředníků železničných vůbec, druhou pouze o invaliditě zřízenců při dopravě. Tato druhá tabella jest příliš jednostranná, i může zajisté jen první tabulka — a to dobře — položiti se za základ všeobecně platný.

příslušné pořadnice pak pravděpodobnost, že se stane osoba v roce příštím invalidní. — Věk pokračuje po 5 letech, hodnoty pravděpodobnosti po 5 setinách. Poněvadž do věku 50 let pravděpodobnost nečiní ani 0·01, jest křivka teprv odtud poněkud určitější.

Vedle křivky Heymovy, která dosahuje jedničky již při věku 79 let, vyznačili jsme hodnoty dle tabulky Behmovy od 5 ku 5 rokům a spojili jsme je přímkami (plně vytaženými). Jak viděti, má čára podobu již zde v malém nepravidelnou, klikatou, čehož jest želeti, poněvadž při spracování svého materiálu statistického Behm mohl provésti nejsnáze vyrovnání těchto nepravidelností, jak to jiní k tomu konci činívají.

Nemohli jsme se odhodlati na základě této nevyrovnané tabulky vypočítati ostatní tabulky základní, ač na př. Spitzer ve svém spise tak učinil s tou i s následující tabulkou úmrtnosti invalidů, při které průběh čáry jest ještě mnohem horší.

Vyrovnali jsme tedy čáru Behmovu graficky, uživše ovšem měřítka mnohem většího*) a výsledek v malém znázorněn na vyobr. našem čarou vytečkovanou. Celkem shoduje se průběh dosti dobře s průběhem křivky Heymovy, zvláště uvedeme-li také Heymovu řadu na věk 84 let (místo 79), aby se srovnaly meze její s mezemi tabulky Behmovy.

Tato druhá křivka Heymova jest ve výkrese stejným způ-

*) Spisovatel použil k první opravě logarithmů čísel, poněvadž ku přibližnému určení ještě páté číslice stačí 4místné logarithmy, kteréž pak pohybují se v mezích mnohem menších, než čísla sama. Pokládáme-li totiž zlomky pravděpodobnosti zatím za čísla celistvá a podobně i jejich logarithmy, pohybují se Behmova čísla mezi 22 a 100000, kdežto jejich logarithmy mezi 13424 a 50000. Čísla z opravených logarithmů opět graficky znázornil a kde potřebí ještě opravil. Konečně také ještě vytvořením differenční řady dá se provésti podrobnější vyrovnání posledních číslic. Nepokládáme naše vyrovnání za jedině možné, neboť záleží tu mnoho na individualním pocitu, která čára by lépe charakterisovala průběh v původní klikatině skrytý. Také nepodrobili jsme zde výsledná čísla všem dalším ještě možným opravám, spokojivše se s opravou grafickou, poněvadž zajisté nezůstanou Behmovy tabulky na dlouho ani jedinými, ani nejlepšími, a pokud není tabulka ze skutečnosti odvozená tak dokonalá, že průběh křivky v celku se stává již nepochybným, není přesně theoretické vyrovnání ani možno.

sobem — tečkami a čarami — provedena, jako první. Z průběhu jejího a průběhu vyrovnané křivky Behmovy viděti ihned, že se liší obě nemnoho od sebe a že tedy Heym svou hypothesou skutečně sáhl velmi šťastně po pravdě.

Behmova tabulka invalidity nečiní u vyrovnání příliš velkých obtíží, tím více však jeho *tabulka úmrtnosti invalidů* (u_n).

Počínajíc 24tým rokem věku, končí se rokem 80tým, a v tom již spočívá první obtíž. Neboť dle první tabulky Behmovy počíná se invalidnost vůbec již 20tým rokem věku, a měla by tedy také pro tento věk býti vyznačena úmrtnost invalidů. Mimo to končí se dle první tabulky aktivnost lidí vůbec 85tým rokem věku, tak že všecky lidi 85leté pokládati jest za invalidní. Béřeme-li tedy k tabulkám těmto ještě některou osvědčenou tabulku úmrtní obecnou (L_n) anebo (t_n), musí úmrtnost invalidů s úmrtností obecnou od 85tého roku věku úplně splynouti, což také státi se musí nenáhle. Krom toho objevují se v čáře Behmově nepravidelnosti tak veliké, že se jen dosti zhruba poznává charakter průběhu úmrtnosti.

V obr. 2. jsou opět na ose úseček brána leta od 5 ku 5 letům, na ose pořadnic pak úmrtnost po setinách; i snažili jsme se podati postupem od roku k roku a pokud možno až do půlsetin Behmova čísla, načež body takto povstalé spojily se přímkami plně vytaženými.

Čára tato veskrze nepravidelná ukazuje v celku překvapující na první pohled faktum, že úmrtnost invalidů v nízkém věku jest velmi vysoká a že jí od 24tého až do 33tého asi roku rychle ubývá. Zřejmo jest dále, že úmrtnost dosahuje nejmenší hodnoty při 53. až 55. roce, odkud pak již rychle stoupá; jedině od 79. do 80. roku stáří pojednou trochu klesá, což nemožno míti za správné. Největší odchylka od stálého postupu shledává se mezi 35. a 45. rokem, kdež úmrtnost před tím se zmenšující nápadně po 5 roků stoupá, načež právě tak rychle po 5 let dalších klesá.

Pokládajíce nepravidelnosti tyto za nahodilé, jež vznikly z nahromadění nepříznivých okolností v dátech použitých a které by zajisté vyrovnaly se, kdyby byl po ruce hojnější a zvláště i starší material pozorovací, shledáváme povšechný charakter této tabulky v tom, že u mladých lidí má povstalá invalidnost v zápětí brzkou smrt, že invalida v pozdějších letech povstalý odolává snáze smrti, až od určitého věku přirozeným způsobem invalidnost spolu se stářím působí k ukončení života. Není úkolem naším, vyhledávati důvody pro pravost nebo proti pravosti těchto poměrů, ale zajisté jsme nuceni dle průběhu čáry naší za pravé je pokládati, pokud by nás spolehlivější dáta o jiném nepřesvědčila.

Při vyrovnání čáry vedl nás nejprvé názor, že průběh její od 24. do 30. roku jest velmi pravidelný, že tedy zde nutno držeti se jí co nejvíce. Další průběh křivky zdál se nám po mnohém zkoušení a uvažování nejpřípadnější ten, jejž jsme v obrazci naznačili čarou vytečkovanou. Nepopíráme, že mohla křivka býti také poněkud jinak vedena, k obhájení však našeho provedení dá se uvésti především to, že z příčin, které odborník ihned za důležité uzná, jež však zde vykládati vedlo by příliš daleko, zdálo se nám lepší držeti čáru poněkud v číslech menších, než ve větších. Mimo to odůvodněn průběh naší křivky tím, že bylo nutno převésti ji při věku 85 let ve křivku úmrtnosti obecné.

Tu tedy bylo se nám rozhodnouti o tabulce úmrtnosti obecné, jíž bychom zde užili. Stala se v těchto výpočtech obecně oblíbenou tabulka *Fischerova*, upravená na základě starší známé tabulky *Bruneovy* a také Spitzer užívá jí vedle tabulek Behmových. Musíme se tomu diviti; neboť, nehledíc ani k tomu, že tabulka Fischerova počíná se teprv od 25tého roku věku, jest úmrtnost dle tabulky té ve vyšších věcích (již okolo 70tého roku) místy větší než úmrtnost invalidů dle Behma, což našim názorům předchozím naprosto se příčí.

Z těch příčin rozhodli jsme se, přibrati tabulku tak řečenou „sedmnácti anglických společností“ *), která jsouc velmi dobře vyrovnána, byla dr. Heymem uznána za hodnu, že ji na základě dát jiných rozšířil na věk od novorozence počínající, která tedy prosta jest obmezení v tabulce Fischerově a ve vyšším věku nemá té neshody ve srovnání s tabulkou Behmovou, jako ona.

---

*) T. j. tabulku, která byla sdělána na základě statistiky úmrtí mezi pojištěnci při 17 pojišťovacích společnostech anglických, jejichž činnost byla rozšířena po velké části Evropy a poskytovala tedy dáta velmi četná.

Část této tabulky znázorněna jest v našem obr. 2., pokud se do jeho rámce vešla, křivkou složenou z teček a čárek a jde od 65tého roku k 90tému.

Při úsečce 85 převedena jest vyrovnaná křivka Behmova v křivku úmrtnosti obecné.

Úmrtnost invalidů od 24tého roku věku nazpět až ke 20tému, kdy invalidnost již začíná, doplnili jsme prodloužením křivky jak možno přirozeným a souvislým.

V příčině ostatních tabulek podotýkáme jen ještě, že jsme za základ úročení zde vzali *míru úrokovou* 5%.

Všecka čísla tabulek vypočítána jsou na Thomasově počítadle (arithmometru) mimo čísla součtová ve sloupcích 10, 12, 13, 15, 18, 19, 21, 23, jakož i mimo sloupec 3., který povstal odečítáním hodnot ve sloupci 2. od jedničky a mimo sloupec 6., který obsahuje rozdíly čísel ve sloupcích 7. a 5. —

Na jednu věc vidí se nám ještě obrátiti zřetel. Ve všech totiž výpočtech podobných ustálil se zvyk, jehož jsme se zde také my prozatím přidržeti uznali za dobré, že se čísla v tabulkách, obsahujících jakýsi počet osob, pokládají za přesná, jimiž tedy při počítání netřeba nakládati jako čísly nedokonalými. V našich tabulkách platí to o číslech ve sloupcích 4 až 8. To pak má v zápětí ustanovování čísel jiných, na př. μ_n a $\Sigma_n(\mu)$ a z nich čísla Δ_n a pod. na tolik cifer, na kolik libo, kdežto by zajisté poslední číslice, jedna nebo i více, na mnoze byly zcela neurčité, kdybychom počty osob nechtěli pokládati za dokonalé.

Pravidlem ustanovují se napřed tabulky pravděpodobnosti, jako naše p_n a u_n, vyrovnají se tím či oním způsobem a z nich pak určují se čísla výsledná: i_n, J_n, A_n, M_n. Podrží-li se tu pouze vycházející část celistvá, nelze ji zajisté pokládati za přesnou, i mělo by se po soudě našem od této obvyklosti upustiti, neboť zajisté lze spíše čísla pravděpodobnosti v tabulce vyrovnané bráti za přesná, než kusá čísla tabulek osob.

Na př. pro i_{21} našli jsme číslo 17, kdežto vzorcem $i_{n+1} = 2 . A_n p_n . \frac{s_n}{s_{n+1}}$ vyšlo by 16·9, pokládá-li se $p_{20} = 0·00022$ také jen za číslo nedokonalé. Z tohoto zase jen nedokonalého čísla pro i_{21} bude možno $k_{21} = \frac{i_{21}}{1·05^{21}}$ ustanoviti nanejvýše na 6·06.

(Nám vyšlo dle sloupce 11. číslo 6·10202). V součtě $\Sigma_n(k)$ nebude pak již ani druhá desetinka spolehlivá. Poněvadž takovým způsobem pohybovaly by se výpočty po případě ve přílišném nedostatku cifer, opomíjejí se nedokonalosti čísel základních.

Po našem soudě bylo by pro lepší pravidelnost v postupu čísel v tabulkách výsledných dobře, bráti nejprvnější čísla za přesná (zde tedy p_n, u_n, L_n) a jíti ve výpočtu pro i_n, J_n, A_n, M_n raději až po jistý počet desetinek. Že se tím do počtů *osob* přivádějí zlomky, nemělo by dnes již nikoho odstrašovati, jdeť jenom o čísla, nikoli o skutečné osoby.*)

Dodáváme konečně, že v některých sloupcích byla čísla původně ustanovena na více desetinek, z nichž jsme pak jednu nebo několik posledních zde vynechali, na př. ve sloupcích 9. a 10. od μ_{62} až do μ_{96} a od $\Sigma_{62}(\mu)$ do $\Sigma_{96}(\mu)$, atd.

Nebude snad od místa, doplníme-li práci tuto ještě několika příklady.

1. Muž 35letý chce si pojistiti prostý důchod invalidní ročních 500 zl.

a) Mnoho-li musí složiti pojistného jednou pro vždy?

Dle vzorce (16) bude: $V_{35} = \dfrac{\Sigma_{36}(k\Delta)}{\alpha_{35}}$.

Najdeme tedy v tabulkách:

ze sloupce 18.: $\Sigma_{36}(k\Delta) = 20824{\cdot}554$,

ze sloupce 14.: $\alpha_{35} = 14839{\cdot}847$,

tedy $V_{35} = \dfrac{20824{\cdot}554}{14839{\cdot}847} = 1{\cdot}40328$ pro 1 zl. důchodu; k pojištění 500 zl. důchodu bude pak: $V_{35} =$ zl. 701·64.

b) Mnoho-li bude platiti ročně?

Dle vzorce (24) jest: $P_{35} = \dfrac{\Sigma_{36}(k\Delta)}{\Sigma_{35}(\alpha)}$

---

*) Pokládáme-li na př. čísla L_n za přesná, bude celá tabella platiti zajisté také pro počet osob 10^mkráte větší. Vezmeme-li tedy tato zvětšená čísla za základ k vypočítání čísel i_n, J_n atd., vyjdou i tato čísla 10^mkráte větší, čímž zlomky v nich vymizí, je-li m dosti veliké. Zdánlivá neshoda tím zmizí, avšak na věci nezmění se ničeho, čímž naše hořejší tvrzení s dostatek objasněno.

Poněvadž ze sloupce 15. najdeme $\Sigma_{35}(\alpha) = 206000{\cdot}214$, bude pro 1 zl. důchodu

$$P_{35} = \frac{20824{\cdot}554}{206000.214} = 0{\cdot}1010900,$$

tedy pro 500 zl. důchodu $P_{35} =$ zl. 50·55.

2. Je-li při témž pojištění vymíněna 3letá doba karenční, změní se dle vzorců (17) a (25) v obou předešlých případech čítatel, jejž vezmeme ze sloupce 18. u r. 39, t. 19909·867. I bude:

a) vklad jednou za vždy

$$^{(3)}V_{35} = \frac{19909{\cdot}867}{14839{\cdot}877} \times 500 = \text{zl. } 670{\cdot}82,$$

b) pojistné roční

$$^{(3)}P_{35} = \frac{19909{\cdot}867}{206000{\cdot}214} \times 500 = \text{zl. } 48{\cdot}33.$$

3. Žádá-li pojištěnec, aby mu v případě 2. při invalidnosti nastalé během prvních 3 let pojistné zaplacené (bez úroků) bylo vráceno, bude:

a) dle vzorce (18) od jmenovatele $\alpha_n = 14839{\cdot}877$ odečísti

$$\Sigma_{36}(\varkappa) - \Sigma_{39}(\varkappa) = 2432{\cdot}4034 - 2339{\cdot}2749 = 93{\cdot}1285,$$

tak že bude jmenovatel

$$= 14839{\cdot}877 - 93{\cdot}1285 = 14746{\cdot}748,$$

z čehož vklad jednou pro vždy

$$^{(3)}V'_{35} = \frac{19909{\cdot}867}{14746{\cdot}748} \times 500 = \text{zl. } 675{\cdot}06.$$

b) Při pojistném ročním bude od jmenovatele $\Sigma_{35}(\alpha) =$ 206000·214 dle vzorce (29) odečísti:

$$S_{36}(\Sigma\varkappa) - S_{39}(\Sigma\varkappa) - 3\Sigma_{39}(\varkappa), \text{ tedy}$$

ze sloupce 13.:		$S_{36}(\Sigma\varkappa) =$	54726·725
„ „ 13.:	—	$S_{39}(\Sigma\varkappa) =$	— 47518·606
„ „ 12.:	— 3 .	$\Sigma_{39}(\varkappa) =$	— 7017·825
			190·294,

tedy jmenovatel 206000·214 — 190·294 = 205809·920, z čehož roční pojistné

$$^{(3)}P'_{35} = \frac{19909{\cdot}867}{205809{\cdot}920} \times 500 = \text{zl. } 48{\cdot}37.$$

4. Kdyby měl při všech podmínkách v 1., 2. a 3. stanovených vypláceti se pojištěnci krom toho od 60. roku dosaženého věku tento důchod bezvýminečně, bylo by dle vzorců (19) a (27)

přidati v čítateli ještě $\Sigma_{60}(\alpha) = 16239{\cdot}293$, při pojistném ročním pak by se mimo to v jmenovateli tolikéž odečtlo. Bude tedy

a) vklad jednou za vždy:

$$^{(3)}V'_{35(25)} = \frac{36149{\cdot}160}{14746{\cdot}748} \times 500 = \text{zl. } 1225{\cdot}68,$$

b) pojistné roční

$$^{(3)}P'_{35(25)} = \frac{36149{\cdot}160}{189570\,627} \times 500 = \text{zl. } 95{\cdot}34.$$

5. Připojíme-li k poslednímu případu ještě korrekturu dle (30), totiž

$$\frac{K}{v^n} = \frac{v}{2(1+v)}\left[\Sigma_{36}(\varkappa) + \Sigma_{36}\left(\frac{\varkappa}{s_{-1}}\right)\right],$$

máme

$$\frac{v}{1+v} = \frac{1{\cdot}05}{2{\cdot}05} = 0{\cdot}51220512,$$

$$\Sigma_{36}(\varkappa) = 2432{\cdot}4034$$

$$\Sigma_{36}\left(\frac{\varkappa}{s_{-1}}\right) = 2588{\cdot}7625$$

$$\overline{5021{\cdot}1659}$$

$$\frac{K}{v^n} = \frac{1}{2} \times 5021{\cdot}1659 \times 0{\cdot}51220512 = 1285{\cdot}933.$$

Přidáme-li toto k čítateli v *a)* i *b)* případu 4., vyjde

a) vklad jednou pro vždy = zl. 1269·47,

b) pojistné roční = zl. 98·74.

Užijíce vzorce (31) budeme míti opravu

$$\frac{v}{1+v} \cdot \Sigma_{36}(\varkappa) = 2432{\cdot}4034 \times 0{\cdot}51220512 = 1245{\cdot}890,$$ z čehož

a') vklad jednou pro vždy = zl. 1267·91,

b') pojistné roční = zl. 98·63.

Rozdíl mezi *a)* a *a')*, jakož i mezi *b)* a *b')* jest tak malý, že vzhledem k poznámce na příslušném místě (že totiž první korrektura jest trochu velká), korrektura druhá dle (31) jest zajisté zcela dostatečná.

6. Muž 25letý zabezpečuje si důchod bezvýminečný 600 zl. od svého 65. roku; kdyby však stal se po 9leté karenční době, tedy v 10. roce svého pojištění, invalidním, má se mu přiřknouti toho důchodu 25% (t. j. 150 zl.), po každém dalším roce aktivnosti o 2½% (t. j. o 15 zl.) více. Kdyby se stal invalidním před 10. rokem svého pojištění, vymiňuje si navrácení zaplaceného pojistného.

Co činí roční pojistné?

Máme tu případ probraný ve III. 3. *b)*, avšak se změnou jmenovatele uvedenou ve vzorci (28) a naznačenou ve (29).

Poněvadž jest $D = 150$, $x = 40$, $m = 9$, jest dle (21′)

$$B = \frac{450}{30} = 15,$$

což se shoduje s podmínkou hořejší.

Dělenec dle vzorce (28) jest

$$150 \,.\, \Sigma_{35}(\varkappa\Delta) + 15\ [S_{36}(\Sigma\varkappa\Delta) - S_{66}(\Sigma\varkappa\Delta)] + 600 \,.\, \Sigma_{65}(\alpha).$$

$$\begin{array}{rrr}
150 \,.\, \Sigma_{35}(\varkappa\Delta) = & 21086{\cdot}794 \times 150 = & 3163019{\cdot}1 \\
15 S_{36}(\Sigma\varkappa\Delta) = & 433464{\cdot}15 \ \times\ 15 & \\
-\ 15 S_{36}(\Sigma\varkappa\Delta) = & -\ 21539{\cdot}97 \ \times\ 15 & \\
\hline
 & 411924{\cdot}18 \ \times\ 15 = & 6178862{\cdot}7 \\
600 \,.\, \Sigma_{65}(\alpha) = & 6907{\cdot}501 \times 600 = & 4144500{\cdot}6 \\
\hline
 & \text{tedy dělenec} = & 13486382{\cdot}4.
\end{array}$$

Dělitel bude dle vzorů (28) a (29):

$$\Sigma_{25}(\alpha) - \Sigma_{65}(\alpha) - [S_{26}(\Sigma\varkappa) - S_{35}(\Sigma\varkappa) - 9.\Sigma_{35}(\varkappa)].$$

$$\begin{array}{rr@{\qquad}rr}
\Sigma_{25}(\alpha) = & 413408{\cdot}876 & S_{26}(\Sigma\varkappa) = & 80264.045 \\
-\ \Sigma_{65}(\alpha) = & -\ 6907{\cdot}501 & -\ S_{35}(\Sigma\varkappa) = & -\ 57186{\cdot}322 \\
\cline{2-2}
 & 406501{\cdot}375 & -\ 9 \,.\, \Sigma_{35}(\varkappa) = & -\ 22136{\cdot}372 \\
\cline{3-4}
 & -\ 941{\cdot}351 & & 941{\cdot}351 \\
\hline
\text{dělitel} = & 405560{\cdot}024, & &
\end{array}$$

$$\text{pročež roční pojistné} = \frac{13486382{\cdot}4}{405560{\cdot}024} = \text{zl. } 33{\cdot}25.$$

Připojíme-li pak ještě korrekturu dle (32), činí:

$$150.\ \Sigma_{35}(\varkappa) = 368939{\cdot}54, \qquad \frac{v}{1+v} = 0.51220512,$$

$$\begin{array}{rr}
15.\ S_{36}(\Sigma\varkappa) = & 54726{\cdot}725 \times 15 \\
-\ 15 \,.\, S_{66}(\Sigma\varkappa) = & -\ 3688{\cdot}272 \times 15 \\
\hline
 & 51038{\cdot}453 \times 15 \\
 & = 765576{\cdot}80
\end{array}$$

$$\begin{array}{r}
368939{\cdot}54 \\
+\ 765576{\cdot}80 \\
\hline
1134516{\cdot}34 \times 0{\cdot}51220512 \\
= 581105{\cdot}06,
\end{array}$$

tedy *opravené pojistné roční:*

$$\frac{13486382{\cdot}4 + 581105{\cdot}06}{405560{\cdot}024} = \frac{14067487{\cdot}5}{405560{\cdot}024} = \text{zl. } 34{\cdot}69.$$

7. Konečně si položme otázku, jakou hodnotu má pojistka v příkladě 1. po uplynutí 7 roků, čili co musí pojišťovna míti

na konci 7. roku za onoho pojištěnce uloženo jakožto reservu pojistného?

Dle vzorce (34) a (35) máme:

a) při vkladě jednou pro vždy:

$$[res_7\, V_{35}] = \frac{\Sigma_{43}(\varkappa\Delta) + \Sigma_{42}(\mu)\,.\left[\Sigma_{36}\left(\frac{i}{M}\right) - \Sigma_{43}\left(\frac{i}{M}\right)\right]}{\alpha_{42} + \mu_{42}\,.\left[\Sigma_{36}\left(\frac{i}{M}\right) - \Sigma_{43}\left(\frac{i}{M}\right)\right]} \times 500.$$

$$\begin{aligned} \Sigma_{36}\left(\frac{i}{M}\right) &= 32{\cdot}55208 \\ -\Sigma_{43}\left(\frac{i}{M}\right) &= -32{\cdot}30303 \\ \hline & 0{\cdot}24905 \end{aligned}$$

$$0{\cdot}24905\,.\,\Sigma_{42}(\mu) = 0{\cdot}24905 \times 7523{\cdot}1167 = 1873{\cdot}63,$$
$$0{\cdot}24905\,.\,\mu_{42} \quad = 0{\cdot}24905 \times 749{\cdot}9753 = 186{\cdot}781.$$

$$\begin{aligned} \Sigma_{43}(\varkappa\Delta) &= 18374{\cdot}195 & \alpha_{42} &= 9675{\cdot}854 \\ &+1873{\cdot}63 & &+186{\cdot}781 \\ \hline \text{čítatel} &= 20247{\cdot}83 & \text{jmenovatel} &= 9862{\cdot}635 \end{aligned}$$

$$[res_7\, V_{35}] = \frac{20247{\cdot}83}{9862{\cdot}635} \times 500 = \text{zl. } 1026{\cdot}49.$$

b) Při pojistném ročním jest

$$[res_7 P_{35}] =$$
$$\frac{\Sigma_{43}(\varkappa\Delta) - \Sigma_{42}(\alpha)\,.\,P_{35} + \Sigma_{42}(\mu)\left[\Sigma_{36}\left(\frac{i}{M}\right) - \Sigma_{43}\left(\frac{i}{M}\right)\right]}{\alpha_n + \mu_{42}\,.\left[\Sigma_{36}\left(\frac{i}{M}\right) - \Sigma_{43}\left(\frac{i}{M}\right)\right]} \times 500.$$

Vzorec ten liší se od předešlého pouze tím, že od čítatele odečísti jest $\Sigma_{42}(\alpha)\,.\,P_{35}$, t. j.

$$\Sigma_{42}(\alpha) = 118699{\cdot}709$$
$$P_{35} = 0{\cdot}1010900,$$

tedy $\qquad \Sigma_{42}(\alpha)\,.\,P_{35} = 11999{\cdot}35,$

z čehož

$$[res_7 P_{25}] = \frac{20247{\cdot}83 - 11999{\cdot}35}{9862{\cdot}635} \times 500$$
$$= \frac{10248{\cdot}48}{9862\,635} \times 500 = \text{zl. } 519{\cdot}56.$$

I.

Rok věku n	1. Vyrovnaná tabulka pravděpodobného vznikání invalidů (Behm) p_n	2. Vyrovnaná tabulka pravděpodobného úmrtí invalidů (Behm) u_n	3. Pravděpodobnost, že invalida přežije příští rok s_n	4. Počet invalidů, v roce předchozím povstalých a na počátku roku žijících i_n	5. Počet invalidů celkem od počátku povstalých a na počátku roku žijících J_n	6. Počet aktivních, na počátku roku žijících A_n	7. Úmrtní tabulka dle 17 angl. společností L_n	8. Úmrtní tabulka invalidů [vzorec (a)] M_n	Rok věku n
20	0·00022	0·29408	0·70592	0	0	93268	93268	100000	20
21	0·00026	0·25744	0·74256	17	17	92571	92588	70592	21
22	0·00032	0·22490	0·77510	21	33	91872	91905	52419	22
23	0·00038	0·19646	0·80354	26	51	91168	91219	40630	23
24	0·00046	0·17212	0·82788	31	72	90457	90529	32648	24
25	0·00054	0·15188	0·84812	38	97	89738	89835	27029	25
26	0·00063	0·13575	0·86425	45	127	89010	89137	22924	26
27	0·00074	0·12221	0·87779	52	162	88272	88434	19812	27
28	0·00085	0·11069	0·88931	61	203	87523	87726	17391	28
29	0·00098	0·10096	0·89904	70	251	86761	87012	15466	29
30	0·00113	0·09284	0·90716	81	306	85986	86292	13905	30
31	0·00129	0·08607	0·91393	92	370	85195	85565	12614	31
32	0·00146	0·08044	0·91956	105	443	84388	84831	11528	32
33	0·00166	0·07569	0·92431	118	525	83564	84089	10601	33
34	0·00188	0·07171	0·92829	133	619	82720	83339	9799	34
35	0·00213	0·06839	0·93161	150	724	81857	82581	9096	35
36	0·00241	0·06560	0·93440	168	843	80971	81814	8474	36
37	0·00272	0·06322	0·93678	189	976	80062	81038	7918	37
38	0·00307	0·06118	0·93882	211	1125	79128	80253	7417	38
39	0·00346	0·05943	0·94057	235	1291	78167	79458	6963	39

40	0·00390	0·05793	0·94207	262	1476	77177	78653	6549	40
41	0·00439	0·05664	0·94336	292	1683	76155	77838	6170	41
42	0·00493	0·05551	0·94449	325	1912	75100	77012	5821	42
43	0·00554	0·05451	0·94549	360	2166	74007	76173	5498	43
44	0·00623	0·05361	0·94639	399	2446	72870	75316	5198	44
45	0·00700	0·05281	0·94719	442	2756	71679	74435	4919	45
46	0·00786	0·05209	0·94791	488	3099	70427	73526	4659	46
47	0·00881	0·05146	0·94854	539	3476	69106	72582	4416	47
48	0·00987	0·05092	0·94908	593	3890	67711	71601	4189	48
49	0·01107	0·05047	0·94953	651	4343	66237	70580	3976	49
50	0·01243	0·05011	0·94989	714	4838	64679	69517	3775	50
51	0·01397	0·04984	0·95016	783	5379	63030	68409	3586	51
52	0·01569	0·04966	0·95034	858	5969	61284	67253	3407	52
53	0·01762	0·04957	0·95043	937	6610	59436	66046	3238	53
54	0·01976	0·04957	0·95043	1021	7303	57482	64785	3078	54
55	0·02212	0·04967	0·95033	1107	8048	55421	63469	2925	55
56	0·02473	0·04989	0·95011	1195	8843	53251	62094	2780	56
57	0·02762	0·05025	0·94975	1283	9685	50973	60658	2641	57
58	0·03082	0·05077	0·94923	1372	10570	48591	59161	2508	58
59	0·03434	0·05147	0·94853	1459	11492	46108	57600	2381	59
60	0·03818	0·05237	0·94763	1542	12442	43531	55973	2259	60
61	0·04235	0·05349	0·94651	1617	13408	40867	54275	2141	61
62	0·04688	0·05485	0·94515	1683	14374	38131	52505	2027	62
63	0·05178	0·05647	0·94353	1737	15323	35338	50661	1916	63
64	0·05707	0·05837	0·94163	1777	16234	32510	48744	1808	64
65	0·06277	0·06057	0·93943	1800	17086	29668	46754	1703	65
66	0·06890	0·06309	0·93691	1804	17855	26838	44693	1600	66
67	0·07548	0·06593	0·93407	1789	18517	24048	42565	1499	67
68	0·08257	0·06913	0·93087	1753	19049	21325	40374	1400	68
69	0·09036	0·07280	0·92720	1698	19430	18698	38128	1303	69

Rok věku	1. Vyrovnaná tabulka pravděpodobného vznikání invalidů (Behm)	2. Vyrovnaná tabulka pravděpodobného úmrtí invalidů (Behm)	3. Pravděpodobnost, že invalida přežije příští rok	4. Počet invalidů, v roce předchozím povstalých a na počátku roku žijících	5. Počet invalidů celkem od počátku povstalých a na počátku roku žijících	6. Počet aktivních, na počátku roku žijících	7. Úmrtní tabulka dle 17 angl. společností	8. Úmrtní tabulka invalidů [vzorec (a)]	Rok věku
n	p_n	u_n	s_n	i_n	J_n	A_n	L_n	M_n	n
70	0·09911	0·07685	0·92315	1626	19642	16195	35837	1208	70
71	0·10916	0·08130	0·91870	1541	19674	13836	33510	1115	71
72	0·12190	0·08615	0·91385	1446	19521	11638	31159	1024	72
73	0·13687	0·09142	0·90858	1355	19194	9603	28797	936	73
74	0·15476	0·09714	0·90286	1251	18691	7748	26439	850	74
75	0·17681	0·10334	0·89666	1138	18013	6087	24100	767	75
76	0·20455	0·11005	0·88995	1018	17169	4628	21797	688	76
77	0·23990	0·11730	0·88270	892	16171	3377	19548	612	77
78	0·28539	0·12512	0·87488	760	15034	2335	17369	540	78
79	0·34397	0·13360	0·86640	622	13775	1502	15277	472	79
80	0·41916	0·14283	0·85717	480	12414	876	13290	409	80
81	0·51460	0·15291	0·84709	339	10980	444	11424	351	81
82	0·63496	0·16396	0·83604	210	9511	183	9694	297	82
83	0·78629	0·17614	0·82386	106	8057	55	8112	248	83
84	1·00000	0·18976	0·81024	39	6677	8	6685	204	84
85		0·20509	0·79491	7	5417	0	5417	165	85
86		0·22248	0.77752	0	4306		4306	131	86
87		0·24223	0.75777		3348		3348	102	87
88		0·26527	0.73473		2537		2537	77	88
89		0·29238	0.70762		1864		1864	57	89

90		0·32373	0·67627		1319		1319	40	90
91		0·36099	0·63901		892		892	27	91
92		0·40526	0·59474		570		570	17	92
93		0·45723	0·54277		339		339	10	93
94		0·51630	0·48370		184		184	5	94
95		0·58427	0·41573		89		89	2	95
96		0·64865	0·35135		37		37	1	96
97		0·69231	0·30769		13		13	0	97
98		0·75000	0·25000		4		4		98
99		1·00000	0		1		1		99

II.

Rok věku	9. [Vzorec (b)]	10. [Vzorec (c)]	11. [Vzorec (e)]	12. [Vzorec (g)]	13. [Vzorec (k)]	14. [Vzorec (d)]	15. [Vzorec (h)]	16. [Vzorec (15)]	Rok věku
n	μ_n	$\Sigma_n(\mu)$	$\varkappa_n$	$\Sigma_n(\varkappa)$	$S_n(\Sigma\varkappa)$	α_n	$\Sigma_n(\alpha)$	Δ_n	n
20	37688·946	160529·766	0	2671·2799	93547·958	35151·726	570924·176	4·25933	20
21	25338·458	122840·820	6·10202	2671·2799	93547·958	33227·651	535772·450	4·84800	21
22	17919·427	97502·362	7·17885	2665·1778	90876·678	31406·429	502544·799	5·44115	22
23	13227·961	79582·935	8·46485	2657·9990	88211·501	29681·683	471138·370	6·01627	23
24	10123·097	66354·974	9.61211	2649·5341	85553·502	28047·811	441456·687	6·55481	24
25	7981·7380	56231·8766	11·22151	2639·9220	82903·967	26499·878	413408·876	7·04507	25
26	6447·1620	48250·1386	12·65583	2628·7005	80264·045	24033·236	386908·998	7·48393	26
27	5306·6105	41802·9766	13·92811	2616·0447	77635·345	23643·505	361875·762	7·87753	27
28	4436·3332	36496·3661	15·56071	2602·1166	75019·300	22326·559	338232·257	8·22670	28
29	3757·4075	32060·0329	17·00624	2586·5559	72417·184	21078·264	315905·698	8·53249	29

Rok věku	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	Rok věku
	[Vzorec (b)]	[Vzorec (c)]	[Vzorec (e)]	[Vzorec (g)]	[Vzorec (k)]	[Vzorec (d)]	[Vzorec (h)]	[Vzorec (15)]	
n	μ_n	$\Sigma_n(\mu)$	$\varkappa_n$	$\Sigma_n(\varkappa)$	$S_n(\Sigma\varkappa)$	α_n	$\Sigma_n(\alpha)$	Δ_n	n
30	3217·3032	28302·6254	18·74157	2569·5496	69830·628	19895·220	294827·434	8·79700	30
31	2779·6141	25085·3222	20·27307	2550·8081	67261·078	18773·523	274932·214	9·02475	31
32	2419·3369	22305·7081	22·03595	2530·5350	64710·270	17710·184	256158·691	9·21976	32
33	2118·8485	19886·3712	23·58496	2508·4990	62179·735	16702·146	238448·507	9·38546	33
34	1865·2865	17767·5227	25·31719	2484.9141	59671·236	15746·147	221746·361	9·52536	34
35	1649·0162	15902·2362	27·19354	2459·5969	57186·322	14839·877	206000·214	9·64347	35
36	1463·0987	14253·2200	29·00644	2432·4034	54726·725	13980·242	191160·337	9·74180	36
37	1302·0012	12790·1213	31·07833	2403·3969	52294·322	13165·044	177180·095	9·82343	37
38	1161·5418	11488·1201	33·04373	2372·3186	49890·925	12391·867	164015·051	9·89041	38
39	1038·5172	10326·5783	35·04977	2339·2749	47518·606	11658·448	151623·184	9·94358	39
40	930·25703	9288·06106	37·21596	2304·2251	45179·331	10962·658	139964·736	9·98440	40
41	834·68735	8357·80403	39·50222	2267·0091	42875·106	10302·369	129002·078	10·01310	41
42	749·97531	7523·11668	41·87287	2227·5069	40608·097	9675·854	118699·709	10·03115	42
43	674·62868	6773·14137	44·17358	2185·6340	38380·590	9080·983	109023·855	10·03981	43
44	607·44514	6098·51269	46·62767	2141·4605	36194·956	8515·684	99942·872	10·03961	44
45	547·46743	5491·06755	49·19305	2094·8328	34053·496	7977·621	91427·188	10·02994	45
46	493·83844	4943·60012	51·72637	2045·6397	31958·663	7465·027	83449·567	10·01056	46
47	445·79167	4449·76168	54·41162	1993·9134	29913·023	6976·195	75984·540	9·98171	47
48	402·73926	4003·97001	57·01227	1939·5017	27919·110	6509·878	69008·345	9·94184	48
49	364·05807	3601·23075	59·60810	1882·4895	25979·608	6064·918	62498·467	9·89191	49

50	329·19404	3237·17268	62·26346	1822·8814	24097·119	5640·249	56433·549	9·83363	50
51	297·82146	2907·97864	65·02906	1760·6179	22274·237	5234·715	50793·300	9·76417	51
52	269·48123	2610·15718	67·86466	1695·5889	20513·619	4847·340	45558·585	9·68586	52
53	243·91805	2340·67595	70·58407	1627·7242	18818·031	4477·305	40711·245	9·59616	53
54	220·82406	2096·75790	73·24931	1557·1401	17190·306	4123·914	36233·940	9·49515	54
55	199·85472	1875·93384	75·63733	1483·8908	15633·166	3786·717	32110·026	9·38649	55
56	180·90233	1676·07912	77·76197	1408·2535	14149·275	3465·191	28323·309	9·26511	56
57	163·67355	1495·17679	79·51275	1330·4915	12741·022	3159·005	24858·118	9·13512	57
58	148·02951	1331·50324	80·97946	1250·9788	11410·530	2867·983	21699·113	8·99485	58
59	133·84151	1183·47373	82·01376	1169·9993	10159·552	2591·837	18831·130	8·84235	59
60	120·93676	1049·63222	82·55179	1087·9855	8989·552	2330·455	16239·293	8·67918	60
61	109·16151	928·69546	82·44473	1005·4338	7901·567	2083·654	13908·838	8·50754	61
62	98·42769	819·53395	81·72363	922·9890	6896·133	1851·577	11825·184	8·32625	62
63	88·60735	721·10626	80·32932	841·2654	5973·144	1634·241	9973·607	8·13822	63
64	79·63122	632·49891	78·26586	760·9361	5131·879	1431·865	8339·366	7·94285	64
65	71·43488	552·86769	75·50369	682·6702	4370·943	1244·469	6907·501	7·73946	65
66	63·91846	481·43281	72·06807	607·1665	3688·272	1072·152	5663·032	7·53198	66
67	57·03201	417·51435	68·06556	535·0985	3081·106	914·947	4590·880	7·32070	67
68	50·72894	360·48234	63·51988	467·0329	2546·007	772·711	3675·933	7·10605	68
69	44·96586	309·75340	58·59710	403·5130	2078·975	645·258	2903·222	6·88864	69
70	39·70234	264·78754	53·44040	344·9159	1675·462	532·268	2257·964	6·66932	70
71	34·90075	225·08521	48·23502	291·4755	1330·546	433·082	1725·696	6·44930	71
72	30·52604	190·18446	43·10611	243·2405	1039·070	346·936	1292·614	6·23024	72
73	26·57401	159·65842	38·46985	200·1344	795·830	272·639	945·678	6·00807	73
74	22·98322	133·08441	33·82589	161·6645	595·695	209·499	673·039	5·79050	74
75	19·75141	110·10119	29·30522	127·8386	434·031	156·749	463·540	5·57435	75
76	16·87337	90·34978	24·96670	98·5334	306·192	113·503	306·791	5·35458	76
77	14·29472	73·47641	20·83478	73·5667	207 659	78·878	193·288	5·14011	77
78	12·01237	59·18169	16·90629	52·7319	134·092	51·942	114·410	4·92673	78
79	9·99971	47·16933	13·17759	35·8257	81·360	31·821	62·468	4·71707	79

Rok věku	9. [Vzorec (b)]	10. [Vzorec (c)]	11. [Vzorec (e)]	12. [Vzorec (g)]	13. [Vzorec (k)]	14. [Vzorec (d)]	15. [Vzorec (h)]	16. [Vzorec (15)]	Rok věku
n	μ_n	$\Sigma_n(\mu)$	$\varkappa_n$	$\Sigma_n(\varkappa)$	$S_n(\Sigma\varkappa)$	α_n	$\Sigma_n(\alpha)$	Δ_n	n
80	8·25239	37·16962	9·68495	22·6481	45·534	17·675	30·647	4·50411	80
81	6·74488	28·91723	6·51428	12·9631	22·886	8·531	12·972	4.28729	81
82	5·43543	22·17235	3·84324	6·4488	9·923	3·349	4·441	4·07923	82
83	4·32255	16·73692	1·84754	2·6056	3·474	0·959	1·092	3·87200	83
84	3·38633	12·41437	0·64739	0·7581	0·869	0·133	0·133	3·66603	84
85	2·60852	9·02804	0·11066	0·1107	0·111			3·46099	85
86	1·97239	6·41953						3·25470	86
87	1·46262	4·44714						3·04053	87
88	1·05156	2·98452						2·83819	88
89	0·74136	1·93297						2·60733	89
90	0·49548	1·19161						2·40497	90
91	0·31852	0·69613						2·18551	91
92	0·19100	0·37761						1·97702	92
93	0·10700	0·18661						1·74398	93
94	0·05095	0·07961						1·56236	94
95	0·01941	0·02865						1·47619	95
96	0·00924	0·00924						1·00000	96

III.

Rok věku	17.	18.	19.	20.	21.	22.	23.	Rok věku
	[Vzorec (f)]		[Vzorec (i)]	[Vzorec (m)]		[Vzorec (l)]		
n	$\varkappa_n \Delta_n$	$\Sigma_n(\varkappa\Delta)$	$S_n(\Sigma\varkappa\Delta)$	$\frac{i_n}{M_n}$	$\Sigma_n\left(\frac{i}{M}\right)$	$\frac{\varkappa_n}{s_{n-1}}$	$\Sigma_n\left(\frac{\varkappa}{s_{-1}}\right)$	n
20	0	22839·486	766693·27	0	32·63176	0	2861·0381	20
21	29·58259	22839·486	766693·27	0·000241	32·63176	8·64407	2861·0381	21
22	39·06120	22809·903	743853·79	0·000401	32·63152	9·66770	2852·3940	22
23	50·92682	22770·842	721043·88	0·000640	32·63112	10·92098	2842·7263	23
24	63·00556	22719·915	698273·04	0·000950	32·63048	11·96220	2831·8053	24
25	79·05632	22656·910	675553·13	0·001406	32·62953	13·55451	2819·8431	25
26	94·71535	22577·854	652896·22	0·001963	32·62813	14·92222	2806·2886	26
27	109·71910	22483·138	630318·36	0·002625	32·62616	16·11583	2791·3664	27
28	128·01329	22373·419	607835·22	0·003508	32·62354	17·72714	2775·2506	28
29	145·10557	22245·406	585461·81	0·004526	32·62003	19·12296	2757·5234	29
30	164·86959	22100·300	563216·40	0·005825	32·61550	20·84620	2738·4005	30
31	182·95939	21935·431	541116·10	0·007294	32·60968	22·34784	2717·5543	31
32	203·16617	21752·471	519180·67	0·009108	32·60239	24·11120	2695·2064	32
33	221·35570	21549·305	497428·20	0·011131	32·59328	25·64809	2671·0952	33
34	241·15535	21327·949	475878·89	0·013573	32·58215	27·39037	2645·4471	34
35	262·24009	21086·794	454550·94	0·016491	32·56857	29·29423	2618·0568	35
36	282·57494	20824·554	433464·15	0·019825	32·55208	31·13582	2588·7625	36
37	305·29580	20541·979	412639·60	0·023870	32·53226	33·26020	2557·6267	37
38	326·81604	20236·683	392097·62	0·028448	32·50839	35·27374	2524·3665	38
39	348·52019	19909·867	371860·93	0·033750	32·47994	37·33386	2489·0928	39

Rok věku	17.	18.	19.	20.	21.	22.	23.	Rok věku
	[Vzorec (f)]		[Vzorec (i)]	[Vzorec (m)]		[Vzorec (l)]		
n	$\varkappa_n \varDelta_n$	$\Sigma_n(\varkappa\varDelta)$	$S_n(\Sigma\varkappa\varDelta)$	$\frac{\dot{\imath}_n}{M_n}$	$\Sigma_n\left(\frac{\dot{\imath}}{M}\right)$	$\frac{\varkappa_n}{s_{n-1}}$	$\Sigma_n\left(\frac{\varkappa}{s_{-1}}\right)$	n
40	371·57903	19561·347	351951·07	0·040006	32·44619	39·56745	2451·7589	40
41	395·53968	19189·768	332389·72	0·047326	32·40618	41·93130	2412·1915	41
42	420·03304	18794·228	313199·95	0·055832	32·35886	44·38695	2370·2602	42
43	443·49435	18374·195	294405·72	0·065478	32·30303	46·76977	2325·8732	43
44	468·12362	17930·701	276031·53	0·076760	32·23755	49·31588	2279·1034	44
45	493·40334	17462·577	258100·83	0·089856	32·16079	51·97968	2229·7876	45
46	517·80993	16969·174	240638·25	0·104744	32·07093	54·61034	2177·8079	46
47	543·12101	16451·364	223669·08	0·122056	31·96619	57·40167	2123·1975	47
48	566·80687	15908·243	207217·71	0·141561	31·84413	60·10529	2065·7959	48
49	589·63796	15341·436	191309·47	0·163732	31·70257	62·80619	2005·6906	49
50	612·27583	14751·798	175968·03	0·189139	31·53884	65·57293	1942·8844	50
51	634·95480	14139·522	161216·23	0·218349	31·34970	68·45957	1877·3115	51
52	657·32760	13504·568	147076·71	0·251835	31·13135	71·42445	1808·8519	52
53	677·33603	12847·240	133572·15	0·289376	30·87951	74·27244	1737·4274	53
54	695·51319	12169·904	120724·91	0·331709	30·59014	77·06965	1663·1550	54
55	709·96904	11474·391	108555·00	0·378462	30·25843	79·58222	1586·0853	55
56	720·47321	10764·422	97080·61	0·429856	29·87997	81·82628	1506·5031	56
57	726·35851	10043·948	86316·19	0·485801	29·45011	83·68794	1424·6768	57
58	728·39810	9317·590	76272·24	0·547049	28·96431	85·26397	1340·9889	58
59	725·19437	8589·192	66954·65	0·612768	28·41726	86·40030	1255·7249	59

60	716·48185	7863·997	58365·46	0·682603	27·80449	87·03129	1169·3246	60
61	701·40184	7147·516	50501·46	0·755255	27·12189	87·00097	1082·2933	61
62	680·45137	6446·114	43353·95	0·830291	26·36664	86·34207	995·2924	62
63	653·73768	5765·662	36907·83	0·906576	25·53635	84·99108	908·9503	63
64	621·65399	5111·925	31142·17	0·982854	24·62977	82·95005	823·9592	64
65	584·35779	4490·271	26030·24	1·056958	23·64692	80·18403	741·0092	65
66	542·81526	3905·913	21539·97	1·127500	22·58996	76·71468	660·8251	66
67	498·28755	3363·098	17634·06	1·193462	21·46246	72·64898	584·1105	67
68	451·37544	2864·810	14270·96	1·252143	20·26899	68·00334	511·4615	68
69	403·65433	2413·435	11406·15	1·303147	19·01685	62·94875	443·4581	69
70	356·41113	2009·780	8992·72	1·346027	17·71371	57·63632	380·5094	70
71	311·08212	1653·369	6982·94	1·382063	16·36768	52·25047	322·8731	71
72	268·56141	1342·287	5329·57	1·412109	14·98562	46·92077	270·6226	72
73	231·12955	1073·726	3987·28	1·447650	13·57351	42·09646	223·7018	73
74	195·86882	842·596	2913·56	1·471765	12·12586	37·22940	181·6054	74
75	163·35755	646·727	2070·96	1·483703	10·65409	32·45821	144·3760	75
76	133·68619	483·370	1424·23	1·479651	9·17039	27·84411	111·9178	76
77	107·09306	349·684	940·86	1·457516	7·69074	23·41118	84·0737	77
78	83·29273	242·591	591·18	1·407407	6·23322	19·15293	60·6625	78
79	62·15962	159·298	348·59	1·317797	4·82581	15·06217	41·5095	79
80	43·62208	97·138	189·29	1·173594	3·50802	11·17838	26·4474	80
81	27·92861	53·516	92·15	0·965812	2·33442	7·59975	15·2690	81
82	15·67746	25·588	38·64	0·707071	1·36861	4·53699	7·6692	82
83	7·15368	9·910	13·05	0·427419	0·66154	2·20987	3·1323	83
84	2·37335	2·756	3·14	0·191177	0·23412	0·78580	0·9224	84
85	0·38299	0·383	0·38	0·042945	0·04295	0·13658	0·1366	85
86	0	0	0	0	0	0	0	86

Když tato práce byla již úplně dokončena a v tisku dosti daleko pokročila, dostalo se spisovateli do rukou spísku vládního rady Kaana, správce technicko-pojišťovací kanceláře při ministerstvě, jednajícího o stavu rakouských pokladen bratrských.*) Vídeňské časopisy pojišťovací vyslovují se o spísku tomto velmi pochvalně, vidouce v něm skutečné obohacení literatury statistické v příčině pojišťování invaliditního. Jest zajisté v publikaci této obsažen pro účel, jemuž jest věnována, velmi hojný materiál a obšírné výpočty; jsouť v ní mimo tabelly pravděpodobného vznikání invalidnosti a úmrtnosti invalidů také tabelly aktivních, invalidů povstávajících, hodnoty důchodu invalidního atd. podobně jako v tabellách našich.

Materiálu k těmto tabellám dostalo se Kaanovi od hornických pokladen bratrských čítacími lístky o 79.429 členech a 7698 provisionistech. Z tohoto značného počtu osob v pozorování vzatých očekávali jsme výsledek již dosti urovnaný, ačkoli jsme hned předem pro všeobecnou tabellu invalidity nemohli naditi se přímého zisku, poněvadž statistika tam propracovaná týče se jen stavu hornického, jenž nebezpečným zaměstnáním svým co do invalidnosti bez odporu jest značně vzdálen od obecných poměrů ve svůj neprospěch. Již povrchní pohled na tabelly Kaanovy potvrzuje to, že pravděpodobnost pro povstání i pro úmrtnost invalidů jest zde mnohem větší než v tabellách Behmových.

Nemohouce tedy těžiti z tabell těch pro obecnější poměry invalidnosti, jež máme na zřeteli, těšili jsme se alespoň na to, že nabudeme lepšího názoru o průběhu čísel základních; avšak toto očekávání naše nebylo splněno. Znázornivše tabelly graficky (v 1. i 2. obrazci našem jest křivka čísel Kaanových vyčárkována) shledáváme v nich průběh stejně nepravidelný jako při křivkách Behmových, avšak nad to ještě i tak podobný, že nám to bylo velikým překvapením. Sledujeť, jak zřejmě viděti, křivka Kaanova — pohybujíc se ovšem v číslech větších — křivku Behmovu do nejmenších téměř záhybů.

*) „Bericht des Leiters des versicherungs-technischen Bureau, Regierungsrath Kaan, über die im Auftrage des Ackerbauministeriums vorgenommenen Berechnungen, betreffend die österreichischen Bruderladen.“ Wien 1885.

Přes tuto neobyčejnou a neočekávanou shodnost necítíme se nijak pohnutými upustiti od svého svrchu proneseného mínění, že nepravidelnost křivek má příčinu zevnější, která v povaze věci neleží. Bylo by zajisté velmi zajímavo, kdyby možno bylo vypátrati příčiny, které při tak velikých nepravidelnostech v průběhu obou křivek spůsobily přece tak velikou shodnost obou.

Jedna věc při tabellách Kaanových nás velice potěšila, totiž potvrzení našeho rozvažování čísly výsledků jeho, pokud se týče počtu invalidů od počátku povstalých a ještě žijících, že s počtem aktivních téhož věku činí dohromady počet osob žijících vůbec.

Všickni theoretikové pojišťovací vítali by to zajisté velmi vřele, kdyby pan Kaan při té okolnosti, že jemu v jeho postavení sehnání materiálu statistického neskonale jest snadnější, než komukoli jinému, podjal se podobné práce pro všeobecnější poměry invalidnosti — na př. stavu úřednického —, v čemž posud tak málo jest učiněno.

O poměrech zrakových žactva našeho.

Napsal

dr. **Josef Bernhard**,

professor v Chrudimi.

(Dokončení.)

Síla čili ostrosť čočky určuje se, jak známo, vzdáleností ohniska jejího, která v pař. palcích udána jsouc jest tak zvané „číslo“ čočky. V novější době i tu zavedli soustavu metrickou. Čočka se vzdáleností ohniska jednoho metru má se za číslo 1 (jedna dioptrie čili 1D), čočky s ohniskem 2, 4 m vzdáleným mají čísla $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ (0·5D, 0·25D), čočka s ohniskem 0·1 m vzdáleným nese číslo 10 (10D) atd. Čočka 0·25D jest nejslabší, 20D nejsilnější. Kdo ku př. potřebuje, aby do dálky jasně viděl, spojné čočky 10D, jest stižen hyperopií = 10 (H10), kdo spojné čočky 0·5D, má hyperopii = 0·5 (H0·5) a pod. A poněvadž, jak řečeno, čočka 0·5D má ohnisko vzdálí dvou metrů, jest bod nejdalšího zřetelného vidění 2*m* za okem, nebéřeme-li zřetele ku dimensím oka. Dle staršího způsobu shoduje se čočka 0·5D