

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Antonín Sýkora

Nový důkaz věty Pythagorovy

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 33 (1904), No. 5, 568--569

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123515>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1904

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

v bodě a_4 tak, že $vv_1 = v_1a_4$. Mocnost bodu v ke kružnici K jest

$$M = e^2 - r^2 = -\overline{va_1} \cdot \overline{va_4}.$$

Jest však

$$\overline{va_1} = 2 \cdot \overline{kk_1} = 2r \cos \alpha_1,$$

$$\overline{va_4} = 2a_3 \cos \alpha_2 \cdot \operatorname{ctg} \alpha_3 = 4r \cos \alpha_2 \cos \alpha_3,$$

pročež

$$e^2 - r^2 = -8r^2 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \cos \alpha_3$$

čili

$$e^2 = r^2 (1 - 8 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \cos \alpha_3).$$

Jelikož o úhlech trojúhelníka platnou jest relace

$$\sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2 + \sin^2 \alpha_3 = 2(1 + \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \cos \alpha_3),$$

lze vzorci poslednímu dáti tvar

$$e^2 = r^2 [9 - 4(\sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2 + \sin^2 \alpha_3)],$$

totožný se vzorcem (8).

Hledíce k úměře

$$\frac{a_1}{\sin \alpha_1} = \frac{a_2}{\sin \alpha_2} = \frac{a_3}{\sin \alpha_3} = 2r$$

přijdeme pak ku vzorci (7).

Nový důkaz věty Pythagorovy.

Napsal

Antonín Sýkora,

professor v Rakovníku.

Budiž dán pravoúhlý trojúhelník T o stranách a , b , c . Odvěsnu a prodlužme za vrchol ostrého úhlu o délku druhé odvěsny b , nad součtem $(a + b)$ sestrojme čtverec a přenesouce na jeho strany od vrcholů v témž smyslu délku a , spojme dělicí body; tím vznikne čtverec C na přeponě c .

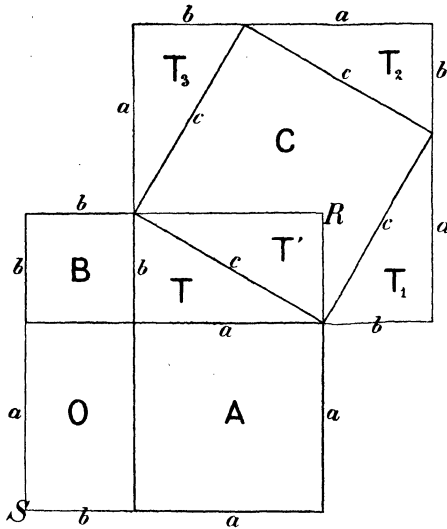
Týž rovná se patrně

$$(a + b)^2 - (T + T_1 + T_2 + T_3),$$

kdež T_1, T_2, T_3 trojúhelníky shodné s trojúhelníkem T znamenají (mají s ním stejné odvěsny a, b). Jest tedy

$$(1) \quad C = (a + b)^2 - 4T.$$

Sestrojme dále čtverce A, B na odvěsnách a, b ; prodloužíme strany jejich až se protnou v bodech R, S , nabudeme opět



čtverce o straně $(a + b)$. Tento čtverec (RS) skládá se mimo čtverce A, B ještě ze dvou obdélníků $O = T + T'$, z nichž každý rovná se $2T$; jest tedy

$$(2) \quad A + B = (a + b)^2 - 4T.$$

Src vespolek rovnice (1) a (2), nabudeme

$$A + B = C$$

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

čili

Upozorniti jest ještě, že tento důkaz předvádí zároveň názorně rozdíl mezi součtem čtverců $a^2 + b^2$ čili c^2 a čtvercem součtu $(a + b)^2$.