Větší výška hromosvodů h jest patrně zbytečná, mimo to upevňují se hromosvody vyšší než 4 m nepohodlně a těžko; výška stavení vzata do 30 m, pro řídké vyšší stavby určí se z dle vzorce. —

Poznámka redakce. Podmínkou „za jinak stejných okolností", na kteréž p. spisovatel své pojednání založil, převádí se velmi obtížný problem fysikální na jednoduchý problem geometrický; ježto však ona podmínka ve skutečnosti jenom v případech velmi vzácných bývá splněna, má řešení zde podané význam především orientační; jinak dlužno ovšem, jak p. spisovatel také sám naznačuje, v případech praktických přihlížeti též k daným poměrům fysikálním, kteréž mohou býti velmi složité.

Nový způsob rektifikace čáry kruhové.

Napsal

Jan Šrůtek,

assistent při české vys. škole technické v Praze.

Konstruktivní obtíže, s jakými se potkáváme při rektifikování čáry kruhové, byly mně pohnutkou, abych přemýšlel o způsobu jednoduchém, kterým by, pokud možno přesně, bylo lze sestrojiti délku této čáry.

Konstrukce, k níž jsem dospěl spočívá na okolnosti, že 10 jest jediné číslo celistvé, jehož druhý kořen blíží se π, a 39 jediné číslo celistvé, jehož druhý kořen blíží se 2π.

Jest pak

$$\sqrt{10} = 3{\cdot}16227\ldots > \pi$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{39} = 3{\cdot}12249\ldots < \pi,$$

a tedy hodnota π nachází se mezi těmato veličinama.

Arithmetický průměr obou hodnot jest

$$3{\cdot}14238\ldots,$$

liší se od

$$\pi = 3{\cdot}14159\ldots.$$

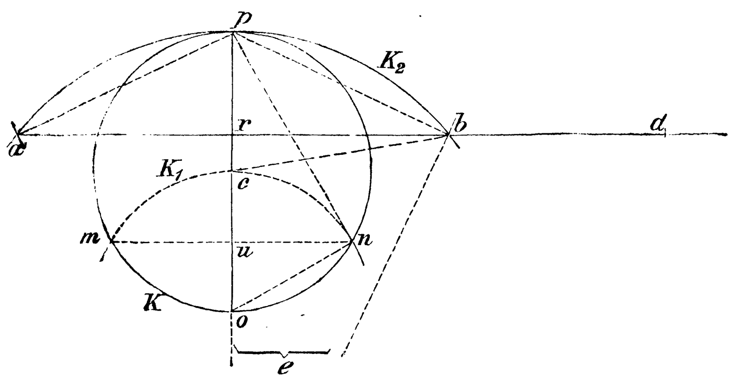
o hodnotu

$$0{\cdot}00079\ldots\text{*)}$$

Abychom rektifikovali čáru kruhovou poloměru 1, sestrojíme tedy na tom základě délky $\sqrt{10}$, $\frac{1}{2}\sqrt{39}$, a jich součet poskytne nám sblíženou hodnotu periferie.

Budiž K (obr. 1.) daná čára kruhová, o jejíž délku jde, c její střed, a poloměr buď zvolen za jednotku.

Z koncové tečky o, určitého průměru op, jakožto středu, opišme čáru kruhovou K_1 poloměru 1, a K_2 poloměru 2. Čára kruhová K_1 protne K v tečkách m, n, jichž vzdálenosti užijeme



Obr. 1.

za poloměr čáry kruhové o středu p, jejíž průseky s čárou kruhovou K_2 — znamenejme je a, b — mají vzdálenosť rovnou $\frac{1}{2}\sqrt{39}$.

Vzdálenosť $ac = bc$ má pak hodnotu $\frac{1}{2}\sqrt{10}$, a následovně vyjadřuje součet délek $\frac{1}{2}\overline{ab} = \overline{br}$ a $\overline{bc} = \overline{bd}$ poloviční délku

*) U konstrukce až dosud nejvíce užívané (viz Tilšer, Soustava deskript. geometrie, pag. 40. Konstrukce druhá.) jest tento rozdíl, o který jest rektifikovaná délka větší pravé hodnoty

$$0{\cdot}00097\ldots$$

obvodu čáry kruhové K s chybou, která nedosahuje jedné tisíciny poloměru.

Důkaz:

Z pravoúhlého trojúhelníka onp plyne

$$\overline{un}^2 = \overline{up} \,.\, \overline{uo};$$

avšak

$$\overline{up} = \frac{3}{2}, \overline{uo} = \frac{1}{2}, \text{ ježto } \overline{oc} = 1,$$

tedy

$$\overline{un} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

a

$$2\,\overline{un} = \overline{mn} = \overline{pb} = \sqrt{3}.$$

Značí-li e druhý průsek kruhu K_2 s průměrem po, a r průsek tětivy ab s týmž průměrem, bude v pravoúhlém $\triangle\, pbe$

$$\overline{pb}^2 = \overline{pe} \,.\, \overline{pr};$$

avšak

$$\overline{pe} = 4,\ \overline{pb} = \sqrt{3},$$

tedy

$$\overline{pr} = \frac{\overline{pb}^2}{\overline{pe}} = \frac{3}{4}.$$

Z pravoúhlého trojúhel. rpb plyne konečně

$$\overline{rb} = \sqrt{\overline{pb}^2 - \overline{pr}^2} = \sqrt{3 - \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{39}}{4},$$

tedy

$$2\,\overline{rb} = \overline{ab} = \frac{\sqrt{39}}{2}.$$

V trojúhelníku pravoúhlém bcr, jest

$$\overline{bc} = \sqrt{\overline{rb}^2 + \overline{rc}^2};$$

avšak

$$\overline{rb} = \frac{\sqrt{39}}{4},$$

a $$\overline{rc} = \overline{pc} - \overline{pr} = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4},$$

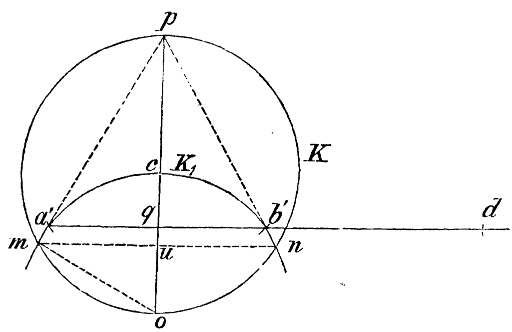
takže

$$bc = \sqrt{\frac{39}{16} + \frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{40}{16}} = \frac{\sqrt{10}}{2},$$

což bylo dokázati.

Tuto konstrukci doporučuji pro čáry kruhové malých poloměrů.

Pro čáry kruhové větších poloměrů užijeme ji se změnou.



Obr. 2.

Z tečky o (obr. 2.) opíšeme jako prvé čáru kruhovou K_1. Vzdáleností $\frac{mn}{2}$ protněme oblouk této čáry ze středu p v tečkách a', b'.

Vzdálenosť $\overline{a'b'} + \overline{b'p}$ udává sblíženou hodnotu π.

Důkaz.

Vzdálenosť

$$\overline{a'b'} = \frac{\sqrt{39}}{4},$$

jak zase snadno dokázati lze způsobem dříve uvedeným.

Vzdálenosť $\overline{b'p}$ najdeme z pravoúhlého trojúhelnika $qb'p$. Jest totiž

$$\overline{b'p} = \sqrt{\overline{pq}^2 + \overline{qb'}^2};$$

avšak

$$\overline{pq} = \overline{pc} + \overline{cq} = 1 + \frac{3}{8} = \frac{11}{8},$$

ježto $\overline{qu} = \frac{1}{4}\overline{cu}$, jak zřejmo z obrazce 1.

Dále

$$\overline{qb'} = \frac{\overline{a'b'}}{2} = \frac{\sqrt{39}}{8},$$

a proto

$$\overline{b'p} = \sqrt{\frac{121}{64} + \frac{39}{64}} = \frac{\sqrt{10}}{2}.$$

Pro sblíženou hodnotu čísla π máme tu opět

$$\pi \doteq \overline{a'b'} + \overline{b'p} = \frac{\sqrt{39}}{4} + \frac{\sqrt{10}}{2} = \overline{a'd}.$$

Pro čáry kruhové poloměrů abnormalních, na př. větších než jest délka kružidla, můžeme si zjednat délku $\frac{\sqrt{10}}{2}$ tímto způsobem.

Protněme z tečky o poloměrem $\frac{mn}{2}$ čáru kruhovou K (v obrazci, aby se nepřeplnil, není vyznačeno) třeba na levo. Označme tečku tu t.

Jest pak

$$\overline{tb'} = \frac{\sqrt{10}}{2},$$

jak dle předešlého snadno dokázati lze; a tedy

$$\overline{a'b'} + \overline{b't} \doteq \pi,$$

$$\overline{qb'} + \overline{b'u} \doteq \frac{\pi}{2}.\text{*)}$$

*) Pro tyto čáry kruhové můžeme si zjednati dle potřeby libovolné sblížení. Uvádím nejjednodušší.

Spojme $a't$. Některá tečka čáry $a't$, jest od b' právě o délku $\frac{\pi}{2}$ vzdálena. Spojíme-li na př. tečku m a o, protíná čára ta čáru

Konstrukce této s výhodou užijeme, kde nemůžeme celou čáru kruhovou rýsovati.

Poznámka 1. Tyto konstrukce lze provésti již čarami vytaženými v obrazcích plně.

Poznámka 2. Považujeme-li čáru kruhovou K_1 (obr. 2.) za onu, již máme rektifikovati, jest patrno z konstrukce, že prodloužíme-li si určitý průměr, můžeme ji celou provésti pomocí dělícího kružidla.

Poznámka o řetězcích.

Žákům středních škol sděluje

Vilém Jung,

professor při státní průmyslové škole v Praze.

Dán-li řetězec

$$(1) \qquad \underset{k=1}{\overset{n}{\mathrm{F}}} \frac{b_k}{a_k} = b_1 \,/\, a_1 + b_2 \,/\, a_2 + \ldots + b_n \,/\, a_n,$$

jest $(m-1)$ sblíženou hodnotou jeho

$$(2) \qquad \underset{k=1}{\overset{m-1}{\mathrm{F}}} \frac{b_k}{a_k} = b_1 \,/\, a_1 + b_2 \,/\, a_2 + \ldots + b_{m-1} \,/\, a_{m-1} = \frac{p_{m-1}}{q_{m-1}},$$

kdež značí

$$\begin{cases} p_{m-1} \\ q_{m-1} \end{cases} \text{jejího} \begin{cases} \text{čitatele} \\ \text{jmenovatele.} \end{cases}$$

Učiníme-li

$a't$ v tečce, jíž dvojnásobná vzdálenosť od tečky b' rovná se hodnotě 3·14190 poloměru. Liší se tedy od pravé hodnoty o hodnotu 0·0003 poloměru, což znamená, pro poloměr 1 *m*, chybu 0·3 *mm*.

Tato konstrukce má však jen potud význam, pokud onen rozdíl nástroji postihnouti lze.

Z konstrukce této, jak zřejmo, přímo můžeme odměřiti kružidlem délky π, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{4}$, o které nám často jde.